

# 103 學年度高級中等學校特色招生考試分發入學測驗

## 數學科非選擇題型考試內容說明

### 一、評量理由

九年一貫課程綱要數學領域除了重視數學概念、演算能力、抽象能力及推論能力的培養外，也重視數學溝通能力；其中部分能力的培養更須藉由解題過程中各步驟合理性的探討，方能養成。若僅限於選擇題題型，數學溝通能力中與「表達」相關之重要學習能力指標，皆不易有效地評量。103學年度高級中等學校特色招生考試分發入學測驗數學考科依據課程綱要內涵，納入非選擇題型之試題，評量考生的數學溝通能力，以更全面地了解學生的數學能力表現。

### 二、評量能力、評分規準及示例

- 1、評量能力：評量學生運用數學知識解題，並表達其解題思維過程與說明理由的能力。
- 2、評分規準：評分規準是數學科非選擇題評分的依據，評閱的重點有二，一是學生解題過程中擬定「策略」的適切性，二是過程「表達」的合理、完整性。其中「策略」是指學生察覺題目條件要素，將題目轉化成數學問題並擬定解題方法；「表達」是指解題過程的呈現或步驟間合理性的說明。以下為各分數規準描述：

分數	規準
3	策略適切，且表達合理、完整。
2	1. 策略適切，表達雖合理，大致完整，但出現計算錯誤。 2. 策略適切，表達合理，大致完整，但沒有顯示部分步驟間的合理性。
1	1. 策略適切，表達大致合理，但出現錯誤的引用。 2. 策略方向正確，但缺乏嚴謹性，不足以解決題目問題。 3. 策略方向正確，但未能完全將題目轉化成數學問題。
0	策略模糊不清；解題過程空白或與題目無關。

### 3、示例：

罐頭工廠生產了 400 個罐頭並排成一列，由左至右分別標記號碼 1~400。檢驗員從中抽出罐頭檢驗，首先抽出 5 號罐頭，之後向右走，並以某固定的間隔陸續抽出罐頭。若此檢驗員抽出 15 個罐頭後，無法再依此方式抽出第 16 個，則最後一個被抽出的罐頭號碼為何？請寫出所有可能的答案與計算過程。

<能力指標>N-4-14 能熟練等差數列與等差級數的樣式、記法與公式，並解決相關問題。

A-4-08 能理解一元一次不等式解的意義，並用來解題。

<評分指引>依據評分規準，此題評分指引如下：

分數	評分指引
3	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 使用臆測可能間隔代入檢驗的策略找到所有可能的罐頭號碼(383 與 397)，並以計算或說明的方式呈現其它罐頭號碼(或間隔)不可能的原因。</li> <li>2. 使用「解等差數列第 <math>n</math> 項不等式」的策略求出公差的上界(28)，並以計算或說明的方式呈現公差的下界(27)，或是先求出公差的下界，並以計算或說明的方式呈現公差的上界，找出所有可能的罐頭號碼(383 與 397)。</li> </ol>
2	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 使用臆測可能間隔代入檢驗的策略，並以計算或說明的方式呈現其它罐頭號碼(或間隔)不可能的原因，但未求出罐頭號碼數或過程中出現計算錯誤。</li> <li>2. 使用臆測可能間隔代入檢驗的策略，且正確找出間隔(27 與 28)或所有可能的罐頭號碼，但未以計算或說明的方式呈現其它罐頭號碼(或間隔)不可能的原因。</li> <li>3. 使用「解等差數列第 <math>n</math> 項不等式」的策略求出公差的上界，並以計算或說明的方式呈現公差的下界，或是先求出公差的下界，並以計算或說明的方式呈現公差的上界，但未求出罐頭號碼數或過程中出現計算錯誤。</li> <li>4. 使用「解等差數列第 <math>n</math> 項不等式」的策略，且正確找出公差(27 與 28)或所有可能的罐頭號碼，但未以計算或說明的方式呈現公差的下界(或上界)。</li> </ol>
1	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 使用臆測可能間隔代入檢驗的策略方向求解，即臆測可能的間隔代入檢驗是否 <math>a_{15} \leq 400</math> 且 <math>a_{16} &gt; 400</math>，但間隔(公差)、首項、項數數值選擇錯誤或忽略未考慮。</li> <li>2. 使用臆測可能間隔代入檢驗的策略方向求解，即臆測可能的間隔代入檢驗是否 <math>a_{15} \leq 400</math> 且 <math>a_{16} &gt; 400</math>，但間隔只考慮上界或下</li> </ol>

	<p>界之一。</p> <p>3. 使用「解等差數列第 <math>n</math> 項不等式」的策略的方向求解，即列出恰當的等差數列公式及不等式的關係式，但公差的上界或下界、首項、項數數值選擇錯誤或忽略未考慮或公式引用錯誤。</p> <p>4. 使用「解等差數列第 <math>n</math> 項不等式」的策略的方向求解，即列出恰當的等差數列公式及不等式的關係式(含只求出公差的上界或下界之一)。</p>
0	<p>1. 將題目的數值作一些計算，但策略錯誤或模糊。</p> <p>2. 只寫出與解題過程無關的內容。</p> <p>3. 沒有計算過程只寫出答案。</p>

### 3分樣卷一：

$$\begin{aligned}
 &5 + 26 \times 14 = 369 \\
 &369 + 26 < 400 \Rightarrow (X) \\
 \hline
 &5 + 27 \times 14 = 383 \\
 &383 + 27 > 400 \Rightarrow (O) \\
 \hline
 &5 + 28 \times 14 = 397 \\
 &397 + 28 > 400 \Rightarrow (O) \\
 \hline
 &5 + 29 \times 14 = 411 \\
 &411 + 29 > 400 \Rightarrow (X) \\
 \\
 &\therefore \boxed{383 \text{ or } 397}
 \end{aligned}$$

說明：臆測可能間隔代入檢驗，找出所有可能的罐頭號碼 383、397；並以計算方式呈現間隔不可能為 26 與 29 的原因。

**3 分樣卷二：**

$$\begin{aligned}5 + 14d &\leq 400 \\14d &\leq 395 \\d &\leq 28 \frac{3}{14} \\d &= 28 \\5 + 14 \times 28 &= 397 \\5 + 14 \times 27 &= 383 \\5 + 14 \times 26 &= 369 \text{ 不合} \quad \because 369 + 26 = 395 \\&\quad \downarrow \\&\quad \text{第 16 項}\end{aligned}$$

$A = 397, 383$

說明：利用等差數列公式及不等式求出公差的上界為 28，且以計算方式說明公差的下界為 27，並找出所有可能的罐頭號碼為 383、397。

**2 分樣卷：**

設固定的間隔為  $x$

$$\begin{aligned}5 + 14x &< 400 \\14x &< 395 \\x &< 28.21 \dots \\x &\text{最大為 } 28 \\5 + 15x &> 400 \\15x &> 395 \\x &> 26.333 \dots \quad 5+ \\x &\text{最小為 } 27\end{aligned}$$

$A = 392, 378$  號

說明：利用等差數列公式及不等式求出公差的上下界，但求罐頭號碼時出現漏加 5 之計算錯誤。

**1 分樣卷：**

$$\begin{aligned} a_1 &= 5, \quad n = 15 \\ a_n &= a_1 + (n-1)d \leq 400 \\ \Rightarrow 5 + (15-1)d &\leq 400 \\ 5 + 14d &\leq 400 \\ 14d &\leq 395, \quad d \leq 28. \\ a_n &= a_1 + (n-1)d \\ &= 5 + (15-1) \times 28 \\ &= 397 \end{aligned}$$

A: 397.

說明：能列出恰當的等差數列公式及不等式的關係式，但只求出公差之上界。

**0 分樣卷：**

$$\begin{aligned} 400 \div 5 &= 80 \\ a_1 &= 5 \\ S_n &= \frac{a_1 + a_n + (n-1)d}{2} \\ 400 &= \frac{2 \cdot 5 + (n-1)5}{2} \\ 800 &= 10 + 5n - 5 \\ 805 &= 5n \\ 161 &= n \\ \text{Ans: } &161 \text{ 號} \end{aligned}$$

說明：使用等差級數公式，列出不恰當的關係式，策略錯誤。

### 三、問與答

#### Q1：非選擇題的評分規準是怎麼訂定的？

A1：目前公布的評分規準是參考數個國外大型測驗所公開的評分規準，並邀請國內數學學科專家將評分規準做適當調整與反覆討論，共同訂定。

#### Q2：非選擇題每題每份的作答反應會有幾位評閱委員評閱呢？如何決定其分數？

A2：每題每份作答反應都至少會有兩位評閱委員評閱，其評閱結果，分以下幾種情況說明：

- (1) 兩位評閱委員所評的分數相同，則此分數即為此作答反應的分數。
- (2) 兩位評閱委員所評的分數不相同，則此作答反應交由核心委員進行複閱，複閱的情況再分以下兩種：
  - a、複閱分數與某位評閱委員所評的分數相同，則此作答反應分數以複閱分數決定。
  - b、複閱分數與兩位評閱委員所評的分數，三者均不相同，則此作答反應將交由核心委員所組成的疑問卷處理小組，討論、決定其分數。

#### Q3：考生作答非選擇題時，若使用技巧性較高的解題策略，則該題所獲得的分數會較高嗎？

A3：不會。評分規準中的策略考慮的是其適切性，是否能解決此問題。因此，不會因為考生使用了技巧較高的策略，而獲得較高的分數。

#### Q4：考生在作答非選擇題，若只有寫答案，沒有計算過程或說明，則該題要如何計分？

A4：該題分數為 0 分。非選擇題要評量學生運用數學知識解題，並表達其解題思維過程與說明理由的能力。只有寫答案而無計算過程或說明，無法判斷其上述能力，所以給予 0 分。