

臺南市 112 年公私立國民中學數學競賽七年級試題

作答說明：

1. 本試卷題目共三頁，有選擇題(單選)、填充題及非選擇題，總計 20 題，總分 100 分。
2. 請將答案填寫在答案卷中。
3. 非選擇題需包含完整的推論或計算過程，只有答案將不予計分。
4. 本試卷圖形非依實際比例繪製，僅供參考。

一、選擇題：每題 3 分，共 18 分。

1. 已知以中午 12 時為準，記為「0」，下午 4 時記為「+12」，請問上午 8 時 50 分應記成下列何者？

- (A) $-5\frac{5}{6}$ (B) $-6\frac{1}{2}$ (C) $-9\frac{1}{2}$ (D) $-9\frac{5}{6}$

2. 如下表，表格中任意三個相鄰數字的總和均相等，請問 $x+y-z=?$

-7	2	x	y	z	-11
----	---	---	---	---	-----

- (A) -20 (B) -16 (C) -2 (D) 6

3. 計算 (1^2+1) 、 (2^2+2) 、 (3^2+3) 、...、 (91^2+91) ，共 91 個算式的結果，這些結果之中有幾個為 4 的倍數？

- (A) 44 (B) 45 (C) 46 (D) 47

4. 如圖，數線上有一點 $A(a)$ 。已知 $甲 = 4 \times a \times 10^n$ ，請問下列何者的值與甲相等？



- (A) $4 \times a \times 10^{n-1}$ (B) $4 \times a \times 10^{n+1}$ (C) $40 \times a \times 10^{n-1}$ (D) $0.4 \times a \times 10^{n+1}$

5. 已知甲燒杯裝了 103c.c 的食鹽水，乙燒杯是空的。

第一天，甲燒杯倒了 $\frac{1}{2}$ 給乙燒杯；第二天，乙燒杯倒了 $\frac{1}{3}$ 給甲燒杯；第三天，甲燒杯倒了 $\frac{1}{4}$ 給乙燒杯；

依此類推，則當第四十九天，甲燒杯倒了 $\frac{1}{50}$ 給乙燒杯後，請問甲燒杯剩下多少 c.c. 的食鹽水？

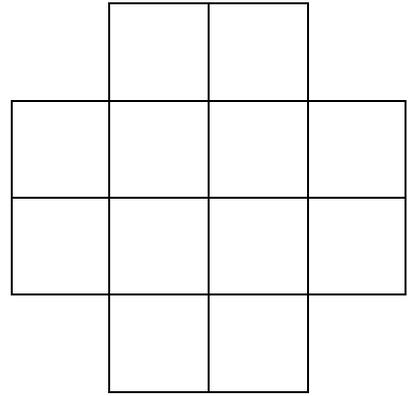
- (A) $49\frac{1}{50}$ (B) 50 (C) $51\frac{1}{2}$ (D) $52\frac{49}{50}$

6. 已知自強號列車長 150 公尺，莒光號列車長 120 公尺，兩列車相向行駛，坐在莒光號上的人見自強號整個列車經過窗口的時間是 6 秒，請問坐在自強號上的人見莒光號整個列車經過窗口所花的時間是幾秒？

- (A) 4.8 (B) 5.2 (C) 6 (D) 7.5

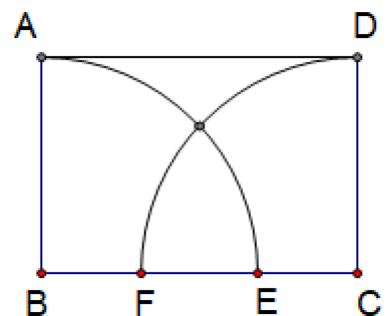
二、填充題：每題 5 分，共 50 分。

1. 如右圖，圖中每一個小方格都是大小相同的正方形，則此圖中各種大小的正方形共有_____個。



2. 已知 x 、 y 、 z 皆為整數，且 $|12-3z| + |2y-6| + |x+2| = 1$ ，則 $x+y+z$ 之最小值為_____。
3. 將 2^{60} 乘開後，個位數為 b ，十位數為 a ，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(全對才給分)
4. 用正整數 n 分別去除 13511、13903、14589 所得到的三個餘數均相同，則 n 的最大值為_____。
5. 由 50 個「1」寫成的五十位數 $\underbrace{111\cdots 1}_{50\text{個}1}$ ，將這個數除以 7 得到商數與餘數，則商數各個數字的總和為_____。
6. 規定任意正整數 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times n$ ，例如： $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ 。
則 $1! + 2! + 3! + 4! + \cdots + 40!$ 之總和的最後兩位數為_____。(即十位數字與個位數字)

7. 如右圖，長方形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 8$ ，小翰 分別以 B 、 C 兩點為圓心， \overline{AB} 、 \overline{CD} 為半徑各畫一弧交 \overline{BC} 於 E 、 F 兩點，已知長方形 $ABCD$ 之面積等於兩扇形 ABE 、 CDF 之面積和，則 $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(註： π 以 3.14 計算)



8. 下列九個數 11、12、13、14、42、51、61、92、93，已知大雄 先取 3 個數，總和為 a ，再取剩餘數中的 5 個數，總和為 b 。若 b 為 a 的 4 倍，則最後剩下的數為_____。
9. 已知 n 為正整數， $(95n^2 + 2024)$ 可以被 n 整除，則滿足條件的 n 值有_____個。
10. 從 10~99 選擇 5 個整數，並寫在紙上，0、1、2、3、...、8、9 這十個數字都恰好寫一次，則這 5 個整數和的最大值為_____。

三、非選題：每題 8 分，共 32 分。

※ 請將完整推論或計算過程寫在答案卷上，只有答案不予計分。

1. 如圖，將 1、2、3、4、...、16 分別填入 4×4 正方形的 16 個方格內，使得每一直行、橫列、對角線的四個數字「總和」都相等，該「總和」稱之為「魔數」，請回答下列問題：

- (1) 這個「魔數」為多少？
 (2) 鍾碩先填入部分數字，如下圖，在甲、乙、丙、丁、...、壬，這 9 個方格應填入什麼數字？

甲	乙	3	丙
丁	戊	10	8
9	7	己	庚
4	辛	壬	1

2. 台南市政府想要購買《台灣文學史》分送各國中國圖書館，該書售價如下：

- 1、買 30 本以內，每本書售價 250 元，但一次買 30 本，售價為 7000 元。
 2、買超過 30 本時，第 31 本到第 100 本，每本書的售價為 190 元。
 3、買超過 100 本時，第 101 本開始，每本書的售價為 150 元。

- (1) 台南市政府若用 29900 元購買《台灣文學史》，最多可以買幾本？
 (2) 為了讓購買的《台灣文學史》每一本書的平均售價在 165 元以內(含)，則台南市政府至少需購買幾本書？

3. (1) 若 $A = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{99}{100}$ ； $B = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \dots \times \frac{100}{101}$ 。

請比較 A 、 B 之大小關係，並說明原因。

- (2) 若 $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{26} + \frac{1}{27} + \frac{1}{28} = \frac{Q}{P}$ ，其中 $\frac{Q}{P}$ 為最簡分數。

已知 Q 的值必為 29 的倍數，請說明原因。

4. 小光和小強在一條東西向的人行步道上練習跑步，約好一起練習的小美抵達步道時，小光的位置在小美西邊 147 公尺處、小強的位置在小美東邊 112 公尺處，看到小美後他們兩人同時相向而行，小光的移動速率為每秒 3 公尺、小強的移動速率為每秒 2 公尺，請回答下列問題：

- (1) 已知兩人移動時小美停留在原地，且 m 秒之後小光和小強出現在小美的同一側，請問 m 的最小整數值為何？
 (2) 小光和小強在移動 n 秒之後停了下來 (n 為整數)，此時他們之間的距離為 1 公尺，請問 n 之值為何？