

臺南市 112 年公私立國民中學數學競賽九年級試題

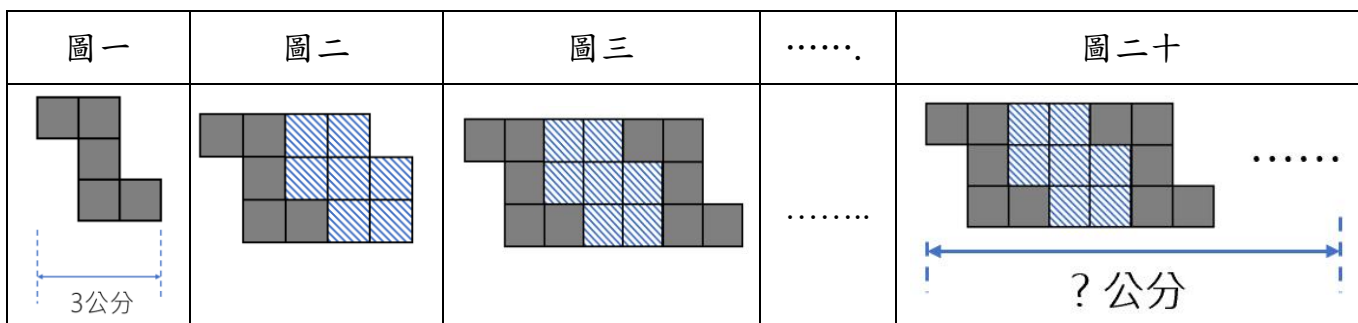
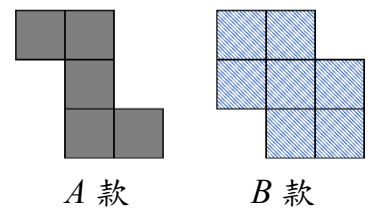
作答說明：

1. 本試卷題目共三頁，有選擇題(單選)、填充題及非選擇題，總計 20 題，總分 100 分。
2. 請將答案填寫在答案卷中。
3. 非選擇題需包含完整的推論或計算過程，只有答案將不予計分。
4. 本試卷圖形非依實際比例繪製，僅供參考。

一、選擇題：每題 3 分，共 18 分。

1. 已知 $x、y$ 皆不等於 0，且 $x < y$ ，若 $|x| + |y| = |x - y|$ ，請問下列何者正確？
 (A) $x > 0$ 且 $y > 0$ (B) $x < 0$ 且 $y > 0$ (C) $x < -1$ 且 $y < 0$ (D) $x < -1$ 且 $y < -1$
2. 已知 $m、n$ 皆為整數，符合 $22m + 23n = 24$ ，請問下列關於 $23m + 22n$ 之值的敘述，何者恆成立？
 (A) 21 (B) 奇數 (C) 7 的倍數 (D) 3 的倍數
3. 已知 $a < b$ ， $c = \frac{5a - 3b}{2}$ ， $d = \frac{5a + 3b}{4}$ ，請問下列何者正確？
 (A) $a < c$ (B) $a < d$ (C) $c < b$ (D) $c < d$
4. 已知 n 為正整數，且 $4^{2^n} = 2^{4^3}$ ，請問 $n = ?$
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

5. 阿騰將邊長 1 公分的小正方形磁磚設計成 A、B 兩款樣式，依下圖的順序接起來，



請問圖二十的全長是多少公分呢？

- (A) 41 (B) 42 (C) 60 (D) 79
6. 學校將三百多本書分給全校九年級學生。首先，九年 1 班先拿 n 本再拿剩下的 $\frac{1}{10}$ ，
 接下來九年 2 班拿走 $2n$ 本再拿剩下的 $\frac{1}{10}$ ，這時發現兩班分到的書本數量一樣多，
 請問書的總數在下列哪一個範圍內？
 (A) 300~320 (B) 321~340 (C) 341~370 (D) 371~400

二、填充題：每題 5 分，共 50 分。

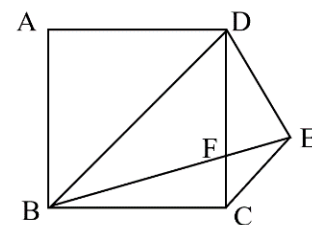
1. 已知 $x^2 - ax + b = 0$ 的兩根均為正整數，且 $(-1)^2 - a \cdot (-1) + b = 51$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。

2. 已知 a, b, c 都是質數，滿足 $\begin{cases} a+b+c=142 \\ ab+bc+ca=4451 \end{cases}$ ，則 abc 的乘積為 _____。

3. 已知 $M^2 = 2022^2 + (2022^2) \times (2023^2) + 2023^2$ ，則 M 的各個位數的數字和為 _____。

4. 一等差數列共有 n 項，每一項皆為 0 或正數，且滿足 $a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{13}^2 = a_{14}^2 + a_{15}^2$ ，則首項 a_1 之值為 _____。

5. 如右圖， $ABCD$ 是正方形， \overline{BD} 為正方形對角線，若 $\overline{CE} \parallel \overline{BD}$ ，且 $\overline{BD} = \overline{BE}$ ，則 $\angle BDE =$ _____。

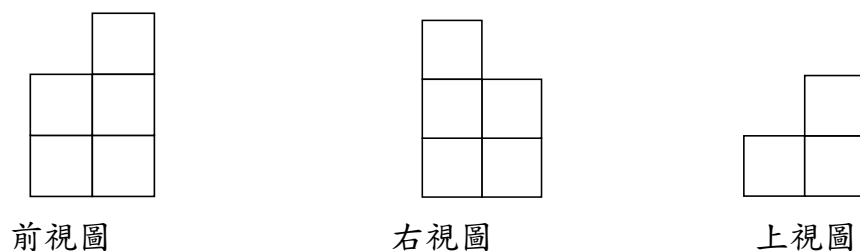


6. 計算 $\frac{(2023 - 112)(2023^2 - 2023 \times 112 + 112^2)}{(1911 + 112)(1911^2 + 1911 \times 112 + 112^2)} =$ _____。(請化成最簡分數)

7. 已知 $x^2 + 24x - 112 = (x + 16)(x + 7)$ ，則 $6x^2 - 1314x + 2023$ 之值為 _____。

8. 已知 $x^2 + (3 - 2a)x + 2 - 4a = 0$ 有大於 0 的解，則 a 的範圍為 _____。

9. 有 n 個正方體積木堆疊的立體模型，它的前視圖、右視圖、上視圖圖形如下所示，則 $n =$ _____。

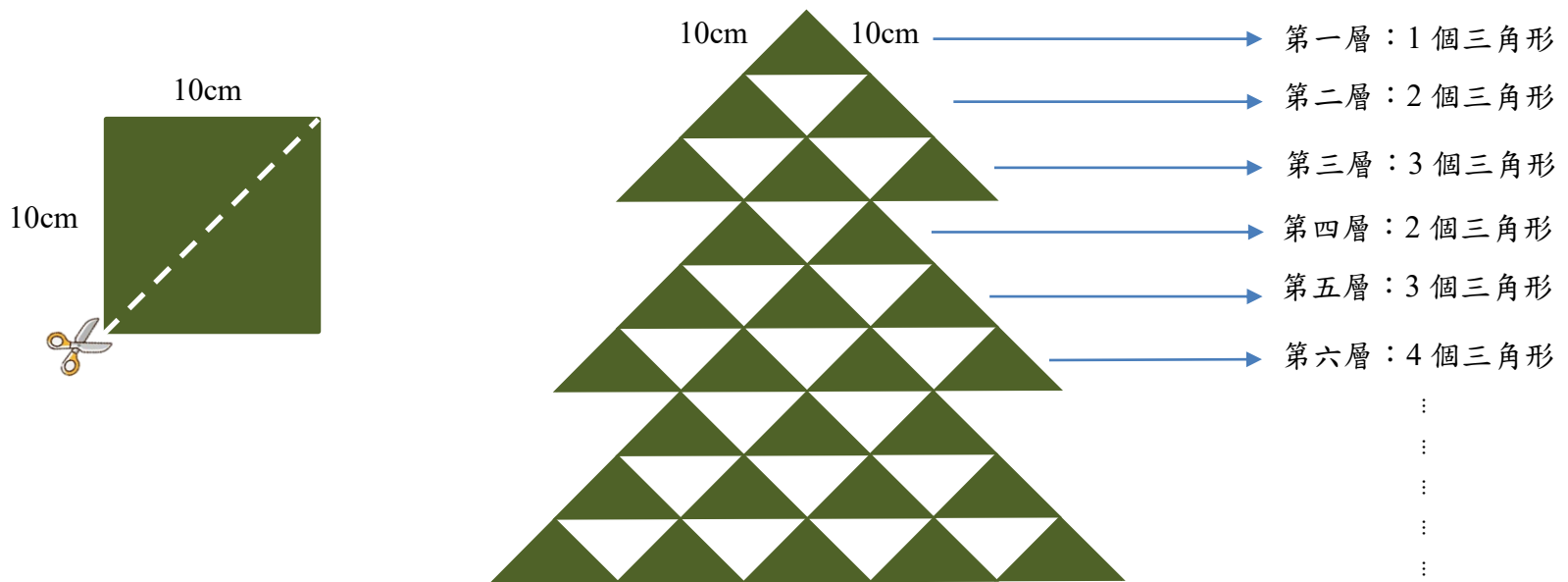


10. 已知 $(x + 2y) : (3y + 4z) : (z + 4x) = 3 : 8 : 4$ ，則 $(x - 2y) : (3y - 4z) : (z - 4x) =$ _____。

三、非選擇題：每題 8 分，共 32 分。

(請將完整推論或計算過程寫在答案卷上，只有答案將不予計分。)

1. 小布想用每張 10×10 公分的綠色正方形色紙對裁成直角三角形，在牆上拼貼出聖誕樹的圖形，貼的規則如下圖所示：



- (1) 小布如果堆疊一棵有 27 層三角形的聖誕樹，請問她最少需要買幾張綠色的正方形色紙呢？
- (2) 如果牆面高 200 公分，小布的聖誕樹貼得下嗎？請說明理由。

2. 中中停車場收費標準如右圖，分為一般臨停收費方式及會員收費方式。

- (1) 阿宏到繳費機繳費，螢幕上的時間是 15:22，選擇一般臨停應繳金額為 105 元，請問阿宏最早是幾點幾分入場停車呢？
- (2) 虎哥考慮申辦停車場會員，不過要先繳交 3000 元年費，如果以每天停車 8 小時來計算，一年內至少要停幾天以上才划算呢？

停車收費標準公告

- ▲一般臨停：
 - *前三小時每小時 20 元
 - *第四小時開始每 30 分鐘 15 元 (不足 30 分鐘以 30 分鐘計)
 - 每日最高收費 210 元
- ▲會員(年費 3000 元)：
 - *30 元可停放 3 小時
 - *第四小時開始每小時 10 元 (不足 1 小時以 1 小時計)
 - 每日最高收費 80 元

中中停車場敬啟

3. (1) 若 $A = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{99}{100}$; $B = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \dots \times \frac{100}{101}$ 。

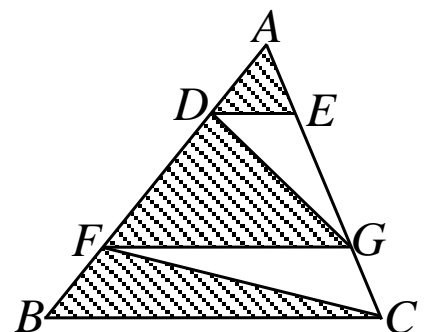
請比較 A 、 B 之大小關係，並說明原因。

(2) 若 $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{26} + \frac{1}{27} + \frac{1}{28} = \frac{Q}{P}$ ，其中 $\frac{Q}{P}$ 為最簡分數。

已知 Q 的值必為 29 的倍數，請說明原因。

4. 右圖 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD} : \overline{DF} : \overline{FB} = 1 : 2 : 1 = \overline{AE} : \overline{EG} : \overline{GC}$ ，請回答下列問題：

- (1) $\overline{DE} : \overline{FG} : \overline{BC} = ?$
- (2) 圖中斜線部分面積為 $\triangle ABC$ 面積的多少倍？



【試題結束】