目　　次

編輯大意

教育部推動十二年國民基本教育，展開一連串的課程改革，對於數學這個面向而言，希望在這波變革下，提供學生適性學習的機會，培育學生探索數學的信心與正向態度，並培養學生好奇心及觀察規律、演算、抽象、推論、溝通和數學表述等各項能力，以期下一代更具有時代的競爭力。

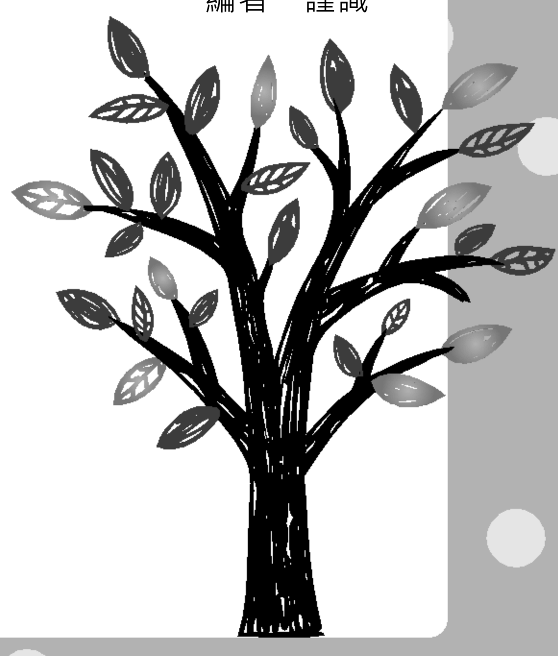
隨著高中「108 課程綱要」的頒布與實施，為了能與國中數學無縫接軌，本銜接教材是以國中三年課程內容為主，深入剖析國、高中教材的關聯性，羅列學習高中第一、二冊課程中所需要的先備知識、定義、定理及公式，共分為 9 個單元。處理有關連續量的課題，包括由度量連續量所產生的實數：乘法公式、因式分解、方根、方程式及不等式；描述量與量關係的基本函數：函數、多項式、指數、數列、機率與統計。在每一單元的最後，都會搭配一題素養導向的問題，可讓學生了解數學在各面向的應用。

本書的目的是為了讓剛升上高中的新鮮人，排除對於高中數學學習的恐懼，且能在更快的時間內適應高中數學課程。隨著每個學生的學習落差，本書可做為學生在高一正式課程前的自我學習教材，亦或是課程中的預備知識的補充教材。

感謝老師及同學們對於本書的厚愛，筆者期待為數學教育盡一份心力，已努力追求完美，若仍有疏漏，請各位數學先進不吝指教，因為您的指教，將會讓我們有更大的成長空間，感謝您！

◎書中標註【高中教材】者屬於較進階之高中教材。

編者　謹識



1 乘法公式與因式分解

重點整理

一、乘法公式與因式分解：

乘法公式	因式分解
1. 乘法分配律： (1) $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$ (2) $(a+b)\times(c+d)=ac+ad+bc+bd$	(1) $a\times b+a\times c=a\times(b+c)$ (2) $ac+ad+bc+bd=(a+b)\times(c+d)$
2. 平方公式： (1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ (2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ (3) $(a+b+c)^2$ $=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$ (4) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$	(1) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ (2) $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ (3) $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$ $=(a+b+c)^2$ (4) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
3. 立方公式：【高中教材】 (1) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ (2) $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ (3) $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ (4) $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$	(1) $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3$ (2) $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3$ (3) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ (4) $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

二、公式的變形：

1. $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
2. $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$
3. $(a+b)^3=(a^3+b^3)+3ab(a+b)$
4. $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

例題 1

展開下列各式：

(1)$\left(3x+4\right)^2$　　(2)$\left(2x^2-3y\right)^2$

例題 2

展開下列各式：

(1)$\left(-3x+2\right)\left(-3x-2\right)$　　(2)$\left(1-a\right)\left(1+a\right)\left(1+a^2\right)\left(1+a^4\right)$

例題 3【高中教材】

展開下列各式：

(1)$\left(x+2y\right)^3$　　(2)$\left(3a-2b\right)^3$

例題 4【高中教材】

展開下列各式：

(1)$\left(2x-3\right)\left(4x^2+6x+9\right)$　　(2)$\left(5a^2+2b^2\right)\left(25a^4-10a^2b^2+4b^4\right)$

例題 5【高中教材】

已知$a+b=5$，$ab=2$，求

(1) a^2+b^2　　(2) a^3+b^3

例題 6【高中教材】

已知$a-b=-3$，$ab=4$，求

(1) $(a+b)^2$　　(2) a^3-b^3

例題 7

將下列各式因式分解：

(1) $(a+3)^2-5(a+3)$　　(2) $(x+y)(x+2y)^2-(x+y)^2(x+2y)$

例題 8【高中教材】

將下列各式因式分解：

(1) $x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$　　(2) $8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3$

例題 9

將下列各式因式分解：

(1) $6x^2-13x+6$　　(2) $6x^2+x-35$

例題 10

將下列各式因式分解：

(1) $\left(a+b\right)^2-3\left(a+b\right)+2$　　(2) $2\left(a-2b\right)^2-a+2b-15$

看見數學

對於計算「個位數字為5的兩位數之平方」，在印度有一個巧妙的運算方法：

步驟一：十位數乘以比它本身大1的數；

步驟二：在步驟一的乘積後面緊接著寫上25形成四位數。

例如：計算45^2時，

步驟一：$4\times(4+1)=20$；

步驟二：在20的後面緊接著寫上25形成四位數2025。

便可求得$45^2=2025$。

（編修自許志農教授數學素養評量工作坊，http://pisa.math.ntnu.edu.tw/math-history ）

問題 1

依照上面的運算方法計算75^2，並請寫出計算過程。

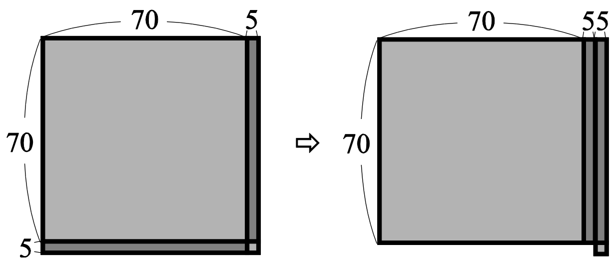
問題 2

下圖(a)是將一個大正方形切割成四塊，並將其重新排列組合成下圖(b)。

(1) 利用圖形(a)，說明75^2的結果。

(2) 利用圖形(b)與上述題幹中的運算規則，說明75^2的結果。

（兩小題皆以算式表達，並簡單說明即可）



(a)　(b)

2 指數與科學記號

重點整理

一、指數記法：當一個數a連乘n次時，簡記為a^n的形式，其中a稱為底數，n稱為指數。

例：$2\times2\times2\times2\times2$表示2連乘5次，簡記成$2^5$，讀作「二的五次方」。

二、指數的運算：

設a、b是不為0的整數，且m、n為整數。

1. $a^0=1$。例：$5^0=1$。

2. $a^m\times a^n=a^{m+n}$。例：$2^4\times2^3=2^{4+3}=2^7$。

3. $a^m\div a^n=a^{m-n}$。例：$2^4\div2^3=2^{4-3}=2^1$。

4. $\left(a^m\right)^n=a^{m\times n}$。例：$\left(2^4\right)^3=2^{4\times3}=2^{12}$。

5. $\left(a\times b\right)^n=a^n\times b^n$。例：$\left(2\times3\right)^4=2^4\times3^4$。

6. $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$。例：$2^{-3}=\dfrac{1}{2^3}=\dfrac{1}{8}$。

7. $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$（其中$a>0$）。例：$\sqrt[3]{2^4}=2^{\frac{4}{3}}$。【高中教材】

三、比較$\boldsymbol{a^m}$與$\boldsymbol{a^n}$的大小關係：

設m、n為整數，且$m>n$。

1. 當底數$a>1$時，$a^m>a^n$。例：$(1.1)^3>(1.1)^2$。

2. 當底數$0<a<1$時，$a^m<a^n$。例：$(0.9)^3<(0.9)^2$。

四、科學記號：把一個數記為$a\times10^n$的形式（其中$1\le a<10$，n為整數），我們稱此形式為科學記號。

例：1230000 的科學記號為1.23×10^6。

五、位數的判斷：若n是正整數，則科學記號$a\times10^n$的整數部分為$(n+1)$位數。

例：$2.34\times10^4=23400$為5位數。

六、小數點後第幾位開始不是 **0** 的判斷：若n是正整數，則科學記號$a\times10^{-n}$化為小數後，其小數點後第n位開始不是0。

例：$2.34\times10^{-4}=0.000234$小數點後第4位開始不是0。

例題 1

計算下列各式的值：

(1) $(-2)^5(-2)^3$　　(2) $(-2)^5\div(-2)^2$　　(3) $\left((-2)^3\right)^2$

例題 2

計算下列各式的值：

(1) $(-6)^3\div 3^3\times 5^2\div(-2)^6$　　(2) $\left(3\times 5^2\right)^2\div 25^2\times 6^4\div\left(2^2\times 9\right)^2$

例題 3【高中教材】

計算下列各式的值：

(1) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^{-3}\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^{-3}$　　(2) $\sqrt[5]{2^{20}}\times\sqrt{\sqrt{4^6}}$

例題 4【高中教材】

設 $a>0$，化簡下列各式：

(1) $\dfrac{\left(3a^{-1}\right)^{\frac{1}{3}}}{(9a)^{-\frac{4}{3}}}$　　(2) $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[5]{a}}$

例題 5

比較下列各式 a 、 b 、 c 的大小：

(1) $a=1.01^5$ ， $b=1.01^6$ ， $c=1.01^7$　　(2) $a=2^{-5}$ ， $b=\left(\dfrac{1}{2}\right)^7$ ， $c=\left(\dfrac{1}{2}\right)^9$

例題 6

在一實驗室中，原有100個細菌，每經過1分鐘，細菌的數量會增加為原來的 2 倍。

(1) 求 4 分鐘後的細菌數量。

(2) 16分鐘後的細菌數是8分鐘後的細菌數的多少倍？

例題 7

將 7200×600 的結果以科學記號表示出來，它是幾位數？

例題 8

已知 30^6 的科學記號為 $a\times10^b$，且 40^5 的科學記號為 $c\times10^d$，求 $a+b-c-d$ 的值。

例題 9

光在真空中一年時間內傳播的距離約 9.46×10^{15} 公尺，稱為 1 光年，即 1 光年 $=9.46\times10^{15}$ 公尺。若一星球與地球相距 27 光年，則此星球與地球的距離為多少公里？（答案請用科學記號表示）

例題 10

若某物質的長度為 342 奈米（1 奈米 $=10^{-9}$ 公尺），則此物質的長度為多少公尺？（答案請用科學記號表示）

看見數學

日常生活中，有些食物會含有致癌物，常用 ppm、ppb 與 ppt 來作為致癌物含量濃度的單位，整理如下表：

單位簡寫	英文	定義	實例
ppm	Parts Per Million	百萬分之一 $\frac{1}{1000000}=10^{-6}$	大約是1枚硬幣對一個浴缸的水。
ppb	Parts Per Billion	十億分之一 $\frac{1}{1000000000}=10^{-9}$	大約是1枚硬幣對一個50公尺游泳池的水。
ppt	Parts Per Trillion	兆分之一 $\frac{1}{1000000000000}=10^{-12}$	大約是1枚硬幣對一個巨蛋體育館的水。

含量濃度是指致癌物的重量在食品總重量所占的比例。例如，若 1kg 的食品中含有 3mg(毫克)的致癌物，則此食品的致癌物含量濃度為

$$\frac{\text{致癌物重量}}{\text{總重量}}=\frac{3\text{ mg}}{1\text{ kg}}=\frac{3\text{ mg}}{10^6\text{ mg}}=3\times10^{-6}=3\text{ ppm} \text{ 。}$$

（編修自許志農教授數學素養評量工作坊，http://pisa.math.ntnu.edu.tw/math-history ）

問題 1

若一食品重 12 公克，且含致癌物重4.8×10^{-7}毫克，則此食品的致癌物含量濃度為多少 ppb？（1 公克＝1000 毫克）

問題 2

依規定：加工食品的致癌物含量不得超過 5 ppb。若一食品重 15 公克，則此食品含致癌物的重量不得超過多少公克？

3 二次方根與計算機

重點整理

一、平方根的意義：

1. 當b的平方等於a，即$b^2=a$時，我們稱b是a的平方根。

   例：2與-2都是4的平方根。

2. 每一個正數a恰有兩個平方根，其中$\sqrt{a}$表示正平方根，$-\sqrt{a}$表示負平方根。

   例：4的正平方根為$\sqrt{4}=2$，負平方根為$-\sqrt{4}=-2$。

二、二次方根的運算：

設$a>0$，$b>0$。

1. $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$。
2. $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$。
3. $\sqrt{a^2}=|a|$。
4. $\left(\sqrt{a}\right)^2=a$。

三、雙重根式的化簡：【高中教材】

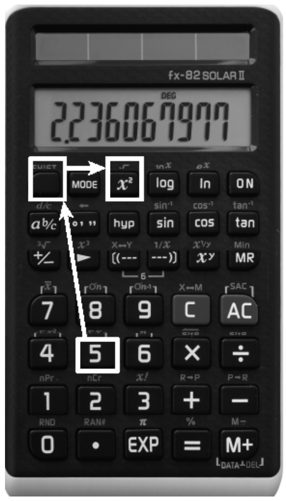
設$x>0$，$y>0$且$x>y$。

1. $\sqrt{x+y+2\sqrt{xy}}=\sqrt{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$。
2. $\sqrt{x+y-2\sqrt{xy}}=\sqrt{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2}=\sqrt{x}-\sqrt{y}$。

四、計算機：

在大部分的工程用計算機、手機附的計算功能或電腦 Windows 內建的小算盤，也可以快速地得到$\sqrt{n}$（其中n為任意正實數）的近似值。我們以計算機為例，只要依序按下

$$5 \rightarrow \boxed{\text{SHIFT}} \rightarrow \boxed{\sqrt{\ }}，$$



如圖所示，就可得到

$$\sqrt{5}\approx 2.23606\cdots。$$

計算機的型號太多，不同的計算機型按鍵的順序可能有些差別，同學可自行參照各計算機的使用說明書。

例題 1

求下列各數的平方根：

(1)169　　(2) 47　　(3) 0

例題 2

(1) 化簡 $2\sqrt{3}-4\sqrt{3}+5\sqrt{3}-18\sqrt{3}$ 。

(2) 化簡 $\sqrt{32}+\sqrt{18}-\sqrt{50}+\sqrt{48}-\sqrt{27}$ 。

例題 3

化簡 $\sqrt{\frac{3}{2}}-\sqrt{\frac{2}{3}}+\sqrt{24}-\sqrt{216}+\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}}$ 。

例題 4

化簡$\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}+\dfrac{3}{\sqrt{2}+1}-\sqrt{18}+\sqrt{72}$ 。

例題 5

已知 $x=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$，$y=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$，求

(1) xy　　(2) $x+y$　　(3) x^2+y^2　　(4) x^3+y^3【高中教材】

例題 6

已知 $x=\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}$，求 $\sqrt{x^2+\dfrac{1}{x^2}-2}$ 的值。

例題 7

利用計算機求下列各數到小數點第三位。

(1) $\sqrt{70}$　　(2) $\sqrt{0.005}$　　(3) $\sqrt{15.32}$

例題 8

設 $a=\sqrt{17+\sqrt{35}}$，則 a 在哪兩個連續整數之間？

(1) 3 與 4　　(2) 4 與 5　　(3) 5 與 6　　(4) 6 與 7

例題 9【高中教材】

化簡下列各式：

(1) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$　　(2) $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$

例題 10【高中教材】

化簡下列各式：

(1) $\sqrt{8+\sqrt{60}}$　　(2) $\sqrt{8-\sqrt{28}}$

看見數學

全球性暖化造成部分冰川融化。根據調查：約在冰川消失的 12 年後，地衣這種微小的植物，會開始在岩石間生長。

地衣生長的形式有如圓圈一般（如圖所示），其直徑 d（毫米）與冰川消失後的年數 t 之間關係為

$$d = 7 \times \sqrt{(t-12)}\ ，\ t \geq 12\ ，$$

（編修自許志農教授數學素養評量工作坊，http://pisa.math.ntnu.edu.tw/math-history ）

問題 1

利用上列公式，計算冰川消失 21 年後的地衣直徑。

問題 2

若某地區地衣的直徑為 56 毫米，則此地區的冰川大約在多少年前消失？

4 等差數列與級數、等比數列

重點整理

一、數列：

1. 數列：將數排成一列，稱為數列。例：$1,1,2,3,5,8,\cdots$。
2. 項：數列中每一個數。
3. 首項（第一項）：數列中排在第一位的數。
4. 末項：數列中排在最後一位的數。

二、等差數列與公差：

1. 一數列中，當任意相鄰兩項的「後項」減去「前項」的差都相等（這個數值稱為「公差」）時，這樣的數列稱為「等差數列」。
   例：$3,6,9,12,15,\cdots$是一個公差為3的等差數列。
2. 公式：若等差數列首項a_1、公差d、第n項a_n，則$a_n=a_1+(n-1)d$。
3. 當a,b,c三數成等差數列時，b稱為a、c的等差中項，且$b=\dfrac{a+c}{2}$。
4. 當三數為等差數列時，可設三數為$a-d,a,a+d$。

三、等差級數：

1. 級數：把數列$a_1,a_2,\cdots,a_n$用加號連接起來的算式$a_1+a_2+\cdots+a_n$稱為「級數」。級數$a_1+a_2+\cdots+a_n$的值稱為級數和，以S_n表示。
2. 等差（算術）級數：把等差數列以加號連接起來的算式。
   例：$1+2+3+\cdots+10$是一個等差級數，其和為55。
3. 等差級數公式：$S_n=\dfrac{n}{2}\left[2a_1+(n-1)d\right]=\dfrac{n}{2}(a_1+a_n)$。

四、等比數列：

1. 等比（幾何）數列與公比：一數列中，當任意相鄰二項的「後項」除以「前項」的商都相等（這個數值稱為「公比」）時，這樣的數列稱為「等比數列」。
   例：$1,2,4,8,16,\cdots$是一個公比為2的等比數列。
2. 公式：若等比數列的首項a_1、公比r、第n項a_n，則$a_n=a_1r^{n-1}$。
3. 當a,b,c三數成等比數列時，b稱為a、c的等比中項，且$b^2=ac$。
4. 當三數成等比數列時，可設三數為$\dfrac{a}{r},a,ar$。（$r\neq0$）

例題 1

已知$1,5,9,\cdots$是一等差數列，

(1)求其第10項。　　(2)當第n項是85時，求n。

例題 2

已知一等差數列的第三項是-7，第六項是-22，求此數列的首項及公差。

例題 3

已知等差數列$-101,-98,-95,\cdots$，回答下列問題：

(1)求第n項。　(2)求第11項。　(3)第幾項後開始變成正數？

例題 4

已知一等差級數共有9項，且其首項為12、公差為4，求此等差級數的和。

例題 5

已知等差級數共有100項，其和為9850、公差為3，求此級數的首項。

例題 6

已知等差級數的首項為8、末項為35且其和為215，求此級數的項數及公差。

例題 7

已知等差級數前20項的和是-470且前19項的和是-418，求(1)第20項。　(2)首項。

例題 8

設$1,2,4,\cdots$是一等比數列。

(1)求其第 6 項。　　(2)已知第n項是1024，求n的值。

例題 9

已知一等比數列的第 4 項是 6、第 7 項是162，求此數列的首項及公比。

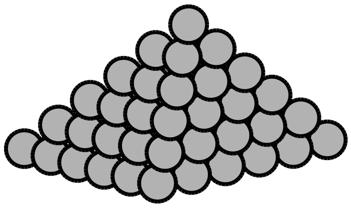
例題 10

已知等比數列的公比是$\frac{2}{3}$、第 4 項是 72，求此數列的首項及第 6 項。

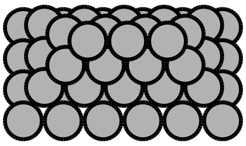
看見數學

大賣場的工作人員為了吸引顧客的眼光，常將水果或飲料以下面兩種方式堆疊：

正方形垛的疊法：



長方形垛的疊法：



（編修自許志農教授數學素養評量工作坊，http://pisa.math.ntnu.edu.tw/math-history ）

問題 1

大賣場的工作人員將橘子堆成正方形垛。已知最底層每邊 7 顆，共疊 7 層，求此正方形垛橘子的總數量。

問題 2

大賣場的工作人員將橘子堆成長方形垛，其最底層的長邊 10 顆，短邊 6 顆。

(1) 最多可疊幾層？

(2) 最多可堆多少顆橘子？

5 一次、二次方程式

重點整理

一、**方程式：**含有未知數的等式稱為「方程式」。方程式中的文字符號所代表的數稱為方程式的「解」或「根」，找出方程式的解稱為「解方程式」。

二、**一元一次方程式：**只含一個未知數（一元），且未知數的最高次方是一次，稱為「一元一次方程式」。例：$2x+3=0$。

三、**二元一次方程式：**含有二個未知數（二元），且未知數的最高次方是一次，稱為「二元一次方程式」。例：$2x-3y+4=0$。

四、**二元一次聯立方程式：**兩個並列在一起的二元一次方程式，亦稱為「二元一次方程組」。例：$\begin{cases}3x+y=5\\2x-3y=4\end{cases}$。

五、**一元二次方程式：**含有一個未知數（一元），且未知數的最高次方是二次，稱為「一元二次方程式」。例：$x^2+7x+10=0$。

六、**解方程式：**

1. 一元一次方程式：利用等量公理進行移項處理。
2. 二元一次聯立方程式：利用代入消去法或加減消去法處理。
3. 一元二次方程式：

   (1) 利用因式分解、十字交乘法、配方法處理。

   (2) 公式解：$ax^2+bx+c=0$的兩根為$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，其中$b^2-4ac$稱為判別式，常以$D$表示，即$D=b^2-4ac$。

   ①若$D>0$，則方程式的兩根為相異實根。

   ②若$D=0$，則方程式的兩根為相等實根。

   ③若$D<0$，則方程式沒有實根。

七、**一元二次方程式的根與係數關係：**

若方程式$ax^2+bx+c=0$的兩根為α、β，則

兩根之和$\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$，兩根之積$\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$。

八、**應用問題：**在日常生活中，有時我們遇到的問題，並沒有人能幫我們先設定好未知數，這時我們就必須選未知數來列方程式。解題步驟如下：

1. 假設未知數：用x（或y、z等符號）代表問題中未知的數量。
2. 列出方程式：依照題意的相等關係列出等式。
3. 解方程式：求得未知數的值。
4. 驗算：檢驗所求的未知數值是否合題意。
5. 作答：應用問題最後要寫答。

例題 1

解下列各一元一次方程式：

(1) $3x-6=8$　　(2) $4y-8=5$　　(3) $\frac{1}{3}(x-3)=\frac{1}{4}(x+6)+1$

例題 2

利用代入消去法解聯立方程式$\begin{cases}2x+3y=-3\\-x=2y\end{cases}$。

例題 3

利用加減消去法解聯立方程式$\begin{cases}4x-3y=2\\-7x+4y=4\end{cases}$。

例題 4

解下列各一元二次方程式：

(1) $3x^2=4x$　　(2) $4x^2-49=0$

例題 5

解下列各一元二次方程式：

(1) $6x^2-7x-3=0$　　(2) $(2x+3)(x+1)=1$

例題 6

解下列各一元二次方程式：

(1) $x^2-2x-399=0$　　(2) $x^2-34x+288=0$

例題 7

解下列各一元二次方程式：

(1) $x^2-x-1=0$　　(2) $21x^2+3x-5=0$

例題 8

判別下列各一元二次方程式的根是兩相異實根、兩相等實根或沒有實根：

(1) $x^2-7x+9=0$　　(2) $2x^2-3x+5=0$　　(3) $x^2-4x+4=0$

例題 9

已知方程式$3x^2+5x-4=0$的二根為α，β，試求下列各式的值：

(1) $\alpha^2+\beta^2$　　(2) $\alpha-\beta$　　(3) $\dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\beta}$

例題 10

寺廟內的80位大和尚與小和尚分150顆饅頭。已知每位大和尚分到2顆饅頭，每2位小和尚分到3顆饅頭，求大和尚與小和尚各有多少人？

例題 11

有一梯形的下底比上底長2公分，高又比下底長2公分。已知此梯形面積為88平方公分，求此梯形的上底、下底及高。

看見數學

　　魯尼能在C羅踢球前，在腦中利用數學式預估球被踢出後的高度。假設魯尼預估：當C羅將球踢出 x 公尺時，球離地面的高度是 $\frac{3}{5}x-\frac{1}{40}x^2$ 公尺。

（編修自許志農教授數學素養評量工作坊，http://pisa.math.ntnu.edu.tw/math-history ）

問題 1

已知魯尼的身高1.8公尺，且他想攔截到C羅踢出的球，求他不跳起來的情況下，應離C羅多少公尺內才能攔截到C羅踢出的球。（可利用計算機計算，四捨五入到小數點後第二位）

問題 2

若魯尼想讓球落地後馬上起腳射門，則他應離C羅多少公尺？

6 一次不等式

重點整理

一、不等式：利用符號「＞」、「＜」、「≥」、「≤」把兩式連結起來的關係式稱作「不等式」。
若某數（或某組數）代入不等式中的未知數後，該不等式成立，則該數（或該組數）稱為此不等式的「解」或「根」。求不等式解的過程稱為「解不等式」。

二、解不等式的基本原則：

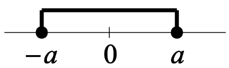
設 a 、 b 、 c 為實數。

1. 若 $a>b$ ，則 $a+c>b+c$ 。
2. 若 $a>b$ ，則 $a-c>b-c$ 。
3. (1)若 $a>b$ 且 $c>0$ ，則 $ac>bc$ 。
   (2)若 $a>b$ 且 $c<0$ ，則 $ac<bc$ 。
4. (1)若 $a>b$ 且 $c>0$ ，則 $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$ 。
   (2)若 $a>b$ 且 $c<0$ ，則 $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$ 。

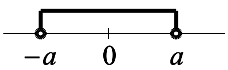
三、絕對值不等式：【高中教材】

設 $a>0$ 。

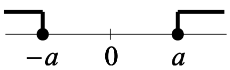
1. 若 $|x|\le a$ ，則 $-a\le x\le a$ 。



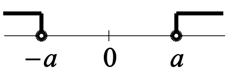
2. 若 $|x|<a$ ，則 $-a<x<a$ 。



3. 若 $|x|\ge a$ ，則 $x\ge a$ 或 $x\le -a$ 。



4. 若 $|x|>a$ ，則 $x>a$ 或 $x<-a$ 。



例題 1

(1) 現年父親 40 歲，兒子 14 歲，x 年後父親__________歲，兒子__________歲；若 x 年後父親年紀小於兒子年紀的 2 倍，則可得 x 的式子為__________。

(2) 某生三次數學考試成績分別為 80 分、82 分、x 分，三次平均不低於 84 分，我們可用__________來表示三次的總分，可用__________來表示三次的平均，可用 x 的式子__________來表示三次平均不低於 84 分。

例題 2

下列不等式中，哪些選項有相同的解？

(1) $3x \le -18$　(2) $-3x \le 18$　(3) $3x+18 \le 0$　(4) $-x-6 \ge 0$

例題 3

(1) 1、2、3 三數中，何者是 $2x-1 \le 3$ 的解？

(2) 1、2、3 三數中，何者是 $2+x > 3x-3$ 的解？

例題 4

解下列不等式，並在數線上圖示其解。

(1) $2x+9<7x-1$　　(2) $4x-5\geq 7x-4$

例題 5

解下列不等式，並在數線上圖示其解。

(1) $-3\leq 2x+3<15$　　(2) $2x-2<6\leq 3x+3$

例題 6【高中教材】

解不等式 $|2x-1|<3$，並在數線上圖示其解。

例題 7【高中教材】

解不等式 $|1-2x|\geq 5$，並在數線上圖示其解。

例題 8【高中教材】

下列各組數是否為不等式$2x-7y>5$的解？

(1) $x=0$ ， $y=1$　　(2) $x=1$ ， $y=-1$

例題 9【高中教材】

下列各數對是二元一次聯立不等式$\begin{cases} 2x-2y<3 \\ 2x+y\le 2 \end{cases}$的解嗎？

(1) $(0,0)$　　(2) $(1,-1)$　　(3) $(2,0)$

例題 10

設每次數學平常考滿分皆為100分。若小龍前三次平常考的分數分別為78分、59分及80分，則小龍至少還要考幾次平常考，他的平均才可能會超過85分？

看見數學

世界衛生組織建議以身體質量指數（Body Mass Index，縮寫為 BMI）來衡量肥胖程度，其計算公式是以體重（公斤）除以身高（公尺）的平方：

BMI＝體重（kg）/ 身高平方（ m^2 ）。

成人肥胖定義與 BMI 標準的對照表如下：

成人肥胖定義	身體質量指數（BMI）
體重過輕	$BMI < 18.5$
正常範圍	$18.5 \le BMI < 24$
過重	$24 \le BMI < 27$
輕度肥胖	$27 \le BMI < 30$
中度肥胖	$30 \le BMI < 35$
重度肥胖	$BMI \ge 35$
資料來源：衛生署食品資訊網／肥胖及體重控制	

（編修自許志農教授數學素養評量工作坊，http://pisa.math.ntnu.edu.tw/math-history ）

問題 1

某人身高 160 公分。若他希望 BMI 指數維持在正常範圍內，則他的體重需控制在什麼範圍內？（可利用計算機，取到小數點後 1 位）

問題 2

小明的身高180公分，體重78公斤，小花的身高160公分。已知小花與小明的 BMI 指數相同，求小花的體重。（可利用計算機，四捨五入到小數點第一位）

7 多項式

重點整理

一、**項：** 數字和文字以乘法運算所構成的式子。例：$2x^2$ 、$-5x$ 、3 。

二、**係數：** 項中的數字就是該項的係數。例：$2x^2$ 的係數為 2 、$-5x$ 的係數為 -5 。

三、**常數項：** 只有數字而沒有文字的項稱為「常數項」。例：3 。

四、**多項式：** 將項利用加法相加所構成的式子。例：$2x^2+(-5x)+3=2x^2-5x+3$ 。

五、**次數：** 文字的最高指數就是這個多項式的「次數」。例：$2x^2-5x+3$ 的次數為 2 。

六、**同類項（同次項）：** 文字相同，指數相同的項稱為「同類項」或「同次項」。
例：$6x^2$ 與 $-2x^2$ 。

七、**合併同類項：** 多項式的表示上，會把同類項合併，成為較簡潔的式子。
例：$6x^2+(-2x^2)=[6+(-2)]x^2=4x^2$ 。

八、**多項式的加減法：**
1. 橫式：同類項的係數相加減。
2. 直式：按降冪排列，同類項上下對齊後再相加減。

九、**多項式的相等：** 所有同次項的係數對應皆相等。

十、**多項式的乘法：**
1. 單項式乘以單項式：將係數相乘，文字符號相乘，係數寫在文字前面。
例：$(3x)\times(-5x^2)=-15x^3$ 。
2. 多項式乘以多項式：利用分配律（請參考第1回的重點整理）展開。
例：$(5x-3)\times(-4x-1)=-20x^2-5x+12x+3=-20x^2+7x+3$ 。

$\stackrel{+}{-}$、**多項式的除法：**
仿照整數的除法，多項式的除法可以使用長除法計算，請見例題 8。

例題 1

寫出下列各多項式的次數、每一項及其係數。

(1) $2x^2-3x+4$　　(2) $\frac{1}{2}x^3-\sqrt{3}x$

例題 2

整理以下各式，並按降冪排列。

(1) $\left(6x^3+2x-1\right)+\left(2x^2-x-6\right)-\left(x^3-7x^2+2x-4\right)$

(2) $x^3-\left[4x^3-2x^2-5+x-\left(2x^3-7-3x^2-4x\right)\right]$

例題 3

設 A 為多項式且 $\left(-x^2-5x-4\right)+A=3x^2-2x+5$ ，求多項式 A 。

例題 4

(1) 已知 $\left(a-4\right)x^3+\left(b-9\right)x^2+ax+b$ 為 x 的一次多項式，求 a 、 b 的值。

(2) 已知 $a,\ b,\ c$ 為整數且 $5|a-3|+3|b+1|+|c-3|=1$，求多項式 $\left(a+b-c\right)x^3+\left(a+3b\right)x^2+ax+abc$ 的次數。

例題 5

「設兩多項式 A、B，$B=-x^2+3x+4$，求 $A+3B$」。某生誤把 $3B$ 看成 $8B$，結果求出的答案是 $3x^3+7x^2-5x+6$。問：正確答案為何？

例題 6

(1) 求 $(x+2)(x^2+3x-2)$。

(2) 求 $(2x^4-3x^3+5x^2-x+6)(2x^3-4x^2-5x+2)$ 展開式的 x^5 項係數與 x^4 項係數。

例題 7

$(3x^2-4x+a)(2x^2+x-1)$ 乘積中，x^2 項係數為 -19，求 x 項係數。

例題 8

求 $3x^3-2x^2-3x+2$ 除以 x^2+x-2 的商式及餘式。

例題 9

求下列各算式的商式及餘式：

(1) x^3-1除以$x-1$。

(2) x^4+1除以$x+1$。

例題 10

已知$4x^3-3x^2+5x+k$能被$x-1$整除，求k的值。

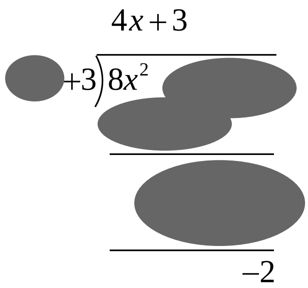
例題 11

已知多項式$2x^3-9x^2+11x+6$除以多項式A後得商式為x^2-3x+1，餘式為9，求多項式A。

看見數學

問題 1

下圖左右兩個算式是某生練習多項式除法，計算一個被除式為二次多項式、除式為一次式的算式，其中灰色區塊是打翻飲料在計算紙上，導致不能辨識。



已知該生沒有計算錯誤，求此多項式除法中的被除式。

eIGHT 8 函 數

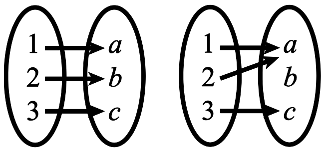
重點整理

一、**函數：**當 x 的值給定之後，與其對應的 y 值也就跟著唯一確定，我們把這種 x 與 y 的對應關係用「y 是 x 的函數」來描述，其中 x 稱為自變數，y 稱為應變數。

二、**函數值：**當 x 的值給定之後，y 值也隨之唯一確定，y 就是 x 的函數值。

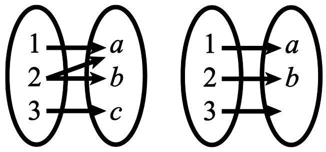
三、**函數判定：**在 x 與 y 的對應關係中，若為「1對1」或「多對1」，則是函數；若為「1對多」或「1對無」，則不是函數。

1. 函數的例子：



1對1　　多對1

2. 非函數的例子：



1對多　　1對無

四、**線型函數：**形如 $y=ax+b$ 的函數，其圖形為一直線，稱為線型函數。

1. 一次函數：能表示成 $y=ax+b$，$a\neq 0$ 形式的函數。
2. 常數函數：能表示成 $y=b$ 形式的函數（b 是一個確定值）。

五、**二次函數：**能表示成 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）形式的函數，稱為二次函數，其圖形為拋物線。

六、**二次函數的配方：**

將 $y=ax^2+bx+c$ 整理成 $y=a\times(x-h)^2+k$ 的形式，如下：

$$y=ax^2+bx+c=(ax^2+bx)+c \quad \text{（將變數用括弧括起來）}$$

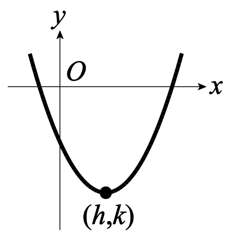
$$=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c \quad \text{（將平方項係數}a\text{提出）}$$

$$=a\times\left[x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right]+c-a\times\left(\frac{b}{2a}\right)^2 \quad \text{（加上一次項係數一半的平方，再扣除）}$$

$$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}\text{。}$$

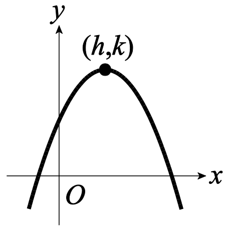
1. 頂點坐標 $\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$。
2. 開口方向：(1)若 $a>0$，則圖形開口向上。　(2)若 $a<0$，則圖形開口向下。
3. 開口大小：(1)若 $|a|$ 愈大，則圖形開口愈小。　(2)若 $|a|$ 愈小，則圖形開口愈大。

七、**最大值與最小值：**二次函數 $y=ax^2+bx+c$ 利用配方化為 $y=a\times(x-h)^2+k$ 的形式。



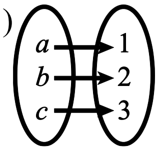
1. 當 $a>0$ 時：圖形為開口向上，頂點為 (h,k) 的拋物線。
   也就是說，當 $x=h$ 時，$y=k$ 為二次函數的最小值。

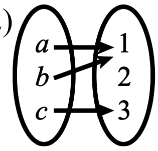
2. 當 $a<0$ 時：圖形為開口向下，頂點為 (h,k) 的拋物線。
也就是說，當 $x=h$ 時，$y=k$ 為二次函數的最大值。

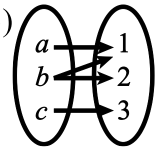


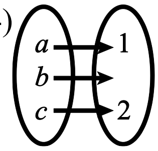
例題 1

下列哪一組對應關係為函數？說明之。

(1)


(2)


(3)


(4)


例題 2

在坐標平面上畫出下列各函數的圖形：

(1) $y=-2x+2$　　(2) $y=3$ 且 $x\geq 0$

例題 3

已知函數 $y=ax+b$ 圖形經過 $(-1,-9)$、$(2,3)$ 兩點，求 a、b 的值。

例題 4

已知函數 $y=3x+6$，求

(1) 此函數的圖形與 x 軸，y 軸的交點坐標。

(2) 此函數的圖形與兩軸所圍的三角形面積。

例題 5

描繪 $y=2(x-2)^2+3$ 的圖形，並標出對稱軸及頂點坐標。

例題 6

描繪 $y=x^2-4x$ 的圖形，並標出對稱軸及頂點坐標。

例題 7

描繪 $y=-3x^2+6x+4$ 的圖形，並標出對稱軸及頂點坐標。

例題 8

已知二次函數 $y=ax^2+bx+c$ 通過 $(-1,2)$ 、$(0,3)$ 、$(1,6)$ 三點，求 a 、b 、c 的值。

例題 9

已知 $y=ax^2+bx+c$ 的圖形通過 $(0,3)$ ，且 $(3,-2)$ 為其最低點，求 a 、b 、c 的值。

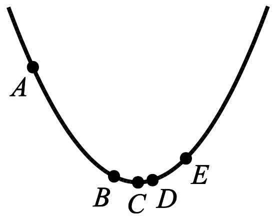
例題 10

求下列各二次函數的最大值或最小值：

(1) $y=-3x^2+6x$　　(2) $y=3x^2+4x+5$

看見數學

下圖是科學家記錄某顆彗星繞太陽運行的軌道草圖，其中 A, B, C, D, E 五點是在 5 個不同時段該彗星所在的位置。假設這軌道草圖是拋物線 $y=\frac{1}{8}x^2$。



（編修自許志農教授數學素養評量工作坊，http://pisa.math.ntnu.edu.tw/math-history ）

問題 1

在上面的草圖中，設太陽的坐標為 $(0,4)$，而 B、E 兩點的 x 坐標分別為 -2 和 4。

問：B、E 兩點，哪一點與太陽的距離較近？

9 NINE 統計與機率

重點整理

一、統計圖的類型有下列四種：

(1)長條圖。　(2)直方圖。　(3)折線圖。　(4)圓形圖。

二、(1) 相對次數：在一群數值資料中，各組次數占總次數的百分比，即為該組的相對次數。

公式：$\text{相對次數}=\dfrac{\text{各組次數}}{\text{總次數}}\times 100\%$ 。

(2) 累積相對次數：在次數分配表中，將未滿該組上限的相對次數累加，所得到的總相對次數即為未滿該組上限的累積相對次數。

公式：$\text{累積相對次數}=\dfrac{\text{各組累積次數}}{\text{總次數}}\times 100\%$ 。

三、**算術平均數：**數值資料的總和除以資料的總次數稱為算術平均數。

公式：$\text{算術平均數}=\dfrac{\text{各數值總和}}{\text{總次數}}$ 。

註：算術平均數最常用來描述資料的集中趨勢，但易受極端數值（特別大或特別小）的影響，而無法呈現資料真正的特性。

四、**中位數：**把一組數據由小到大排列之後，取最中間的數來代表這組數據的中心點，這個數就是中位數。

將一群數據由小到大排列後，

(1) 當數據為奇數個時，中位數是排序在正中間的數。

(2) 當數據為偶數個時，中位數是排序在正中間兩數的平均。

五、**眾數：**一組數據中出現次數最多的數稱為眾數。

六、**百分位數：**當一組數據的個數很多時，會以99個數將這組數據分成100等分，而這99個數就稱為百分位數，其中，第 k 百分位數以 P_k 表示（$k=1,2,3,\cdots,99$）。

第 k 百分位數 P_k 的計算方法：

先將 n 個數據由小到大排序為 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 。

(1) 當 $a=n\times\dfrac{k}{100}$ 為整數時，第 k 百分位數 $P_k=\dfrac{x_a+x_{a+1}}{2}$ 。

(2) 當 $a=n\times\dfrac{k}{100}$ 不為整數時，令 $b=(a\text{ 的整數部分})+1$，第 k 百分位數 $P_k=x_b$ 。

百分位數 P_k 是指這組數據的個數中，至少有 $k\%$ 的數據小於或等於 P_k ，且至少有 $(100-k)\%$ 的數據大於或等於 P_k 。

七、**四分位數：**一組數據的百分位數 P_{25} ，P_{50} ，P_{75} 大約是排在這組數據的 $\frac{1}{4}$ ，$\frac{2}{4}$ ，$\frac{3}{4}$ 位置的數，這三個數又分別稱為這組數據的第1，第2，第3四分位數（將數據四等分），也可記做 Q_1 ，Q_2 與 Q_3 。因此，四分位數與百分位數的關係為

$$Q_1 = P_{25} \text{，} Q_2 = P_{50} \text{，} Q_3 = P_{75} \text{，}$$

其中第2四分位數 Q_2 即為中位數。

八、**機率：**若一個試驗可能的結果有 n 種，且每一種結果發生的機會都相等，則每一種結果發生的機率為 $\frac{1}{n}$ 。

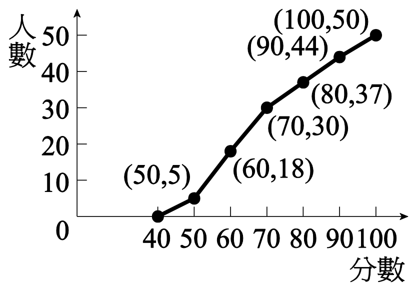
事件：一個試驗所有可能發生的結果中，符合某種特定情況之結果的組合，稱為事件。

機率的求法：若一試驗所有可能發生的結果共有 n 種，且一種結果發生的機會都相等，其中某事件包含 m 種可能的結果，則該事件發生的機率為 $\frac{m}{n}$ 。

註：所有事件發生的機率都介於0 ～1之間。

例題 1

下圖為某班段考數學成績的以下累積次數分配曲線圖。



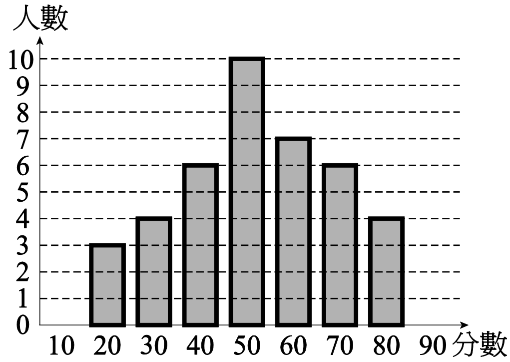
(1)不及格（未滿60分）人數有多少人？　　(2)至少80分者有多少人？

例題 2

求數值3,2,3,7,5,3,6,4,1,3,6,8的眾數與中位數。

例題 3

求該班數學平常考成績的(1)眾數。　　(2)中位數。　　(3)算術平均數。



例題 4

(1) 求1, 2, 3, 4, 5, 5, 7, 7, 7, 9 十個數據的算術平均數。

(2) 擲一骰子100次，將其結果記錄如下表，求此骰子點數的算術平均數。

點數	1	2	3	4	5	6
次數	10	25	20	20	10	15

例題 5

A、B 兩群學生數學成績（分）如下，求各群成績的眾數。

(1) A 群： 60, 61, 64, 72, 64, 83, 95, 64, 81, 72 。

(2) B 群：

成績	59	64	71	72	83	95	98
人數	2	3	1	4	3	1	1

例題 6

某校310位學生，每位各投籃5次，他們的進球次數如下表：

進球次數	0	1	2	3	4	5
人數	38	51	72	87	36	26

對於這 310 個進球數的數據，求

(1) 第 45 百分位數 P_{45} 。

(2) 第 80 百分位數 P_{80} 。

例題 7

下表是某公司138位員工的薪資分配表：

薪資（千元）	32	38	42	48	56
員工數	36	45	26	21	10

對於這138個員工薪資數據，分別求這組數據的四分位數 Q_1 ， Q_2 及 Q_3 。

例題 8

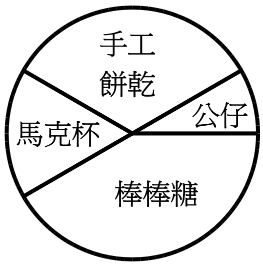
箱中有5顆球，編號分別為1～5號。從箱中一次同時取兩球，求這兩球號碼差的絕對值為2之機率。

例題 9

學校講座舉辦抽獎活動，從100顆分別編號1～100的彩球中抽出一顆。若球號是6的倍數但不是18的倍數時，則可得隨身碟一個。已知小明參加此活動，求他可以得到隨身碟的機率。

例題 10

右圖是園遊會上「射飛鏢得大獎」遊戲的轉盤，其中「公仔」及「手工餅乾」的圓心角分別為30°與120°，且「棒棒糖」與「馬克杯」所占的面積比例為 15：6。已知某生玩此遊戲且射中轉盤，求得到「馬克杯」的機率。



看見數學

某種彩券的開獎方法是：在每一顆球被取到的機會均等的情況下，從標記號碼 1～42 號大小相同的 42 顆球中，每次取出一球，取後不放回，共取 6 顆球，此 6 顆球所代表的號碼即為當期彩券中獎號碼。

各獎項獎金的分配方式依下表比例分配。

獎金分配方式	
獎項	分配比例
頭獎	38%
貳獎	12%
參獎	15%
肆獎	35%

（編修自許志農教授數學素養評量工作坊，http://pisa.math.ntnu.edu.tw/math-history ）

問題 1

已知開出的前 5 個號碼為 10、11、12、13、14，求下一顆球開出號碼為 15 的機率。

問題 2

已知某一期頭獎的獎金為 1 億 5200 萬元，求該期貳獎的獎金。

答案篇

頁碼

第 1 回　乘法公式與因式分解

2 例題 1 (1) $9x^2+24x+16$

(2) $4x^4-12x^2y+9y^2$

例題 2 (1) $9x^2-4$　(2) $1-a^8$

例題 3 (1) $x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$

(2) $27a^3-54a^2b+36ab^2-8b^3$

例題 4 (1) $8x^3-27$　(2) $125a^6+8b^6$

3 例題 5 (1) 21　(2) 95

例題 6 (1) 25　(2) -63

例題 7 (1) $(a+3)(a-2)$

(2) $y(x+y)(x+2y)$

例題 8 (1) $(x+2y)^3$　(2) $(2x-3y)^3$

4 例題 9 (1) $(2x-3)(3x-2)$

(2) $(2x+5)(3x-7)$

例題 10 (1) $(a+b-1)(a+b-2)$

(2) $(2a-4b+5)(a-2b-3)$

看見數學

5 問題 1　5625，計算過程略

問題 2 (1) 略

(2) 略

第 2 回　指數與科學記號

7 例題 1 (1) 256　(2) -8　(3) 64

例題 2 (1) $-\dfrac{25}{8}$　(2) 9

例題 3 (1) $\dfrac{1}{27}$　(2) 128

8 例題 4 (1) $27a$　(2) $a^{\frac{3}{10}}$

例題 5 (1) $c>b>a$　(2) $a>b>c$

例題 6 (1) 1600 個　(2) 256 倍

9 例題 7　7 位數

例題 8　6.266

例題 9　2.5542×10^{14} 公里

例題 10　3.42×10^{-7} 公尺

看見數學

10 問題 1　0.04ppb

問題 2　7.5×10^{-8} 公克

第 3 回　二次方根與計算機

12 例題 1 (1) ±13　(2) $\pm\sqrt{47}$　(3) 0

例題 2 (1) $-15\sqrt{3}$　(2) $2\sqrt{2}+\sqrt{3}$

例題 3　$-\dfrac{17\sqrt{6}}{6}$

例題 4　$7\sqrt{2}-2$

13 例題 5 (1) 1　(2) 8　(3) 62　(4) 488

例題 6　4

例題 7 (1) 8.367　(2) 0.071　(3) 3.914

14 例題 8 (2)

例題 9 (1) $\sqrt{2}+1$　(2) $\sqrt{3}-1$

例題 10 (1) $\sqrt{5}+\sqrt{3}$　(2) $\sqrt{7}-1$

看見數學

15 問題 1　21 毫米

問題 2　76 年

第 4 回　等差數列與級數、等比數列

17 例題 1 (1) 37　(2) 22

例題 2　首項為 3，公差為 -5

例題 3 (1) $3n-104$　(2) -71　(3) 第 35 項

例題 4　252

18 例題 5　-50

例題 6　項數為 10，公差為 3

例題 7 (1) -52　(2) 5

19 例題 8 (1) 32 (2) 11

例題 9 首項為 $\frac{2}{9}$，公比為 3

例題 10 首項為 243，第 6 項為 32

看見數學

20 問題 1 140 顆

問題 2 (1) 6 層 (2) 175 顆

第 5 回 一次、二次方程式

22 例題 1 (1) $x=\frac{14}{3}$ (2) $y=\frac{13}{4}$ (3) $x=42$

例題 2 $x=-6$，$y=3$

例題 3 $x=-4$，$y=-6$

例題 4 (1) $x=0$ 或 $\frac{4}{3}$ (2) $x=-\frac{7}{2}$ 或 $\frac{7}{2}$

23 例題 5 (1) $x=\frac{3}{2}$ 或 $-\frac{1}{3}$ (2) $x=-\frac{1}{2}$ 或 -2

例題 6 (1) $x=21$ 或 -19

(2) $x=18$ 或 16

例題 7 (1) $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

(2) $x=\frac{-3\pm\sqrt{429}}{42}$

例題 8 (1) 兩相異實根

(2) 沒有實根

(3) 兩相等實根

24 例題 9 (1) $\frac{49}{9}$ (2) $\pm\frac{\sqrt{73}}{3}$ (3) $-\frac{49}{12}$

例題 10 大和尚有 60 人，小和尚有 20 人

例題 11 上底 7 公分、下底 9 公分、高 11 公分

看見數學

25 問題 1 20.49 公尺內

問題 2 24 公尺

第 6 回 一次不等式

27 例題 1 (1) $40+x$，$14+x$，

$(40+x)<2\times(14+x)$

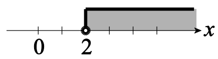
(2) $80+82+x$，$\frac{80+82+x}{3}$，

$\frac{80+82+x}{3}\geq 84$

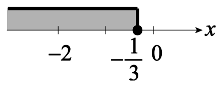
例題 2 (1)(3)(4)

例題 3 (1) 1、2 (2) 1、2

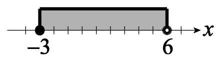
28 例題 4 (1) $x>2$



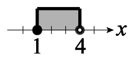
(2) $x\leq-\frac{1}{3}$



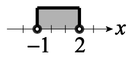
例題 5 (1) $-3\leq x<6$



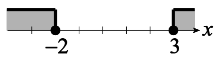
(2) $1\leq x<4$



例題 6 $-1<x<2$



例題 7 $x\leq-2$ 或 $x\geq 3$



29 例題 8 (1) 否 (2) 是

例題 9 (1) 是 (2) 不是 (3) 不是

例題 10 3 次

看見數學

30 問題 1 47.4 ~ 61.4 公斤

問題 2 61.6 公斤

第 7 回 多項式

32 例題 1 (1) 二次，有 $2x^2$、$-3x$、4 三個項，

x^2 的係數是 2、x 的係數是 -3、

常數項是 4

(2) 三次，有 $\frac{1}{2}x^3$、$-\sqrt{3}x$ 兩個項，

x^3 的係數是 $\frac{1}{2}$、x^2 的係數是 0、

x 的係數是 $-\sqrt{3}$ 、常數項是 0

例題 2 (1) $5x^3+9x^2-x-3$

(2) $-x^3-x^2-5x-2$

例題 3 $A=4x^2+3x+9$

例題 4 (1) $a=4$ ， $b=9$

(2) 當 $a=3$ ， $b=-1$ ， $c=4$ ，

多項式為三次

當 $a=3$ ， $b=-1$ ， $c=2$ ，

多項式為一次

33 例題 5 $3x^3+12x^2-20x-14$

例題 6 (1) x^3+5x^2+4x-4

(2) x^5 項係數為 12 、 x^4 項係數為 -3

例題 7 -2

例題 8 商式： $3x-5$ ，餘式： $8x-8$

34 例題 9 (1) 商式： x^2+x+1 ，餘式： 0

(2) 商式： x^3-x^2+x-1 ，餘式： 2

例題 10 $k=-6$

例題 11 $A=2x-3$

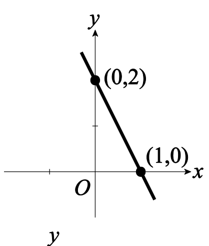
看見數學

35 問題 1 $8x^2+18x+7$

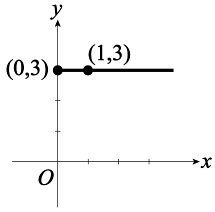
第 8 回 函 數

37 例題 1 (1)(2)

例題 2 (1)



(2)



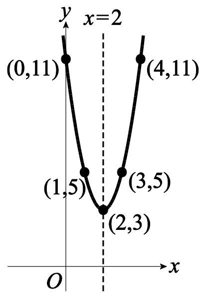
例題 3 $a=4$ ， $b=-5$

38 例題 4 (1) 與 x 軸交點為 $(-2,0)$ ，

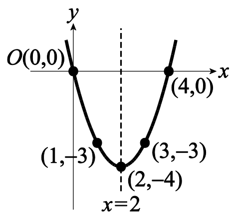
與 y 軸交點為 $(0,6)$

(2) 6

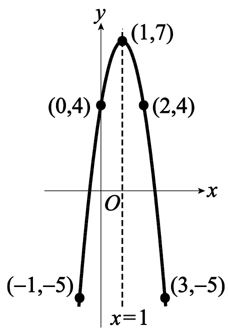
例題 5 對稱軸 $x=2$ ，頂點 $(2,3)$



例題 6 對稱軸 $x=2$ ，頂點 $(2,-4)$



例題 7 對稱軸 $x=1$ ，頂點 $(1,7)$



39 例題 8 $a=1$ ， $b=2$ ， $c=3$

例題 9 $a=\frac{5}{9}$ ， $b=-\frac{10}{3}$ ， $c=3$

例題 10 (1) 最大值 3 (2) 最小值 $\frac{11}{3}$

看見數學

40 問題 1 B 點

第 9 回 統計與機率

42 例題 1 (1) 18 人 (2) 13 人

例題 2 眾數為 3 ，中位數為 3.5

43 例題 3 (1) 50 分 (2) 50 分 (3) 52 分

例題 4 (1) 5 (2) 3.4

例題 5 (1) 64 分 (2) 72 分

44 例題 6 (1) 2 次 (2) 3.5 次

例題 7 $Q_1=32$ 千元， $Q_2=38$ 千元，

$Q_3 = 42$ 千元

45 例題 8 $\frac{3}{10}$

例題 9 $\frac{11}{100}$

例題 10 $\frac{1}{6}$

看見數學

46 問題 1 $\frac{1}{37}$

問題 2 4800 萬元

解析篇

頁碼

第 1 回　乘法公式與因式分解

2 例題 1

(1) 原式 $=(3x)^2+2\times3x\times4+4^2$

$=9x^2+24x+16$ 。

(2) 原式 $=\left(2x^2\right)^2-2\times2x^2\times3y+(3y)^2$

$=4x^4-12x^2y+9y^2$ 。

例題 2

(1) 原式 $=(-3x)^2-2^2=9x^2-4$ 。

(2) 原式 $=\left(1-a^2\right)\left(1+a^2\right)\left(1+a^4\right)$

$=\left(1-a^4\right)\left(1+a^4\right)=1-a^8$ 。

例題 3

(1) 原式 $=x^3+3\times x^2\times2y$

$+3\times x\times(2y)^2+(2y)^3$

$=x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$ 。

(2) 原式 $=(3a)^3-3\times(3a)^2\times2b$

$+3\times3a\times(2b)^2-(2b)^3$

$=27a^3-54a^2b+36ab^2-8b^3$ 。

例題 4

(1) 原式 $=(2x-3)\left((2x)^2+2x\times3+3^2\right)$

$=(2x)^3-3^3=8x^3-27$ 。

(2) 原式 $=\left(5a^2+2b^2\right)$

$\times\left(\left(5a^2\right)^2-5a^2\times2b^2+\left(2b^2\right)^2\right)$

$=\left(5a^2\right)^3+\left(2b^2\right)^3=125a^6+8b^6$ 。

3 例題 5

(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

$=5^2-2\times2=21$ 。

(2) $a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$

$=5\times(21-2)=95$ 。

例題 6

(1) $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab=(-3)^2+4\times4=25$ 。

(2) $a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$

$=(a-b)\left[(a+b)^2-ab\right]$

$=(-3)\times(25-4)=-63$ 。

例題 7

(1) 原式 $=(a+3)\left((a+3)-5\right)$

$=(a+3)(a-2)$ 。

(2) 原式 $=(x+y)(x+2y)\left((x+2y)-(x+y)\right)$

$=y(x+y)(x+2y)$ 。

例題 8

(1) 原式 $=x^3+3\times x^2\times(2y)$

$+3\times x\times(2y)^2+(2y)^3$

$=(x+2y)^3$ 。

(2) 原式 $=(2x)^3-3\times(2x)^2\times3y$

$+3\times(2x)\times(3y)^2-(3y)^3$

$=(2x-3y)^3$ 。

4 例題 9

(1) 原式 $=(2x-3)(3x-2)$ 。

$$\begin{array}{ccc} 2x & \times & -3 \\ 3x & & -2 \\ \hline & -13x & \end{array}$$

(2) 原式 $=(2x+5)(3x-7)$ 。

$$\begin{array}{ccc} 2x & \times & +5 \\ 3x & & -7 \\ \hline & x & \end{array}$$

例題 10

(1) 原式 $=(a+b)^2-3(a+b)+2$

$=(a+b-1)(a+b-2)$ 。

$$\begin{array}{ccc} a+b & \times & -1 \\ a+b & & -2 \\ \hline & -3(a+b) & \end{array}$$

(2) 原式 $=2(a-2b)^2-(a-2b)-15$

$=\left(2(a-2b)+5\right)(a-2b-3)$

$=(2a-4b+5)(a-2b-3)$ 。

$$\begin{array}{ccc} 2(a-2b) & \times & +5 \\ (a-2b) & & -3 \\ \hline & -(a-2b) & \end{array}$$

看見數學

5 **問題 1**

(1) 步驟一：$7\times(7+1)=56$；

步驟二：在 56 後面緊接著寫上 25，

得 5625。

求得 $75^2=5625$。

問題 2

(1) 圖(a)，大正方形面積＝四塊四邊形面積的總和，其算式為

$$\begin{aligned}75^2&=70\times70+70\times5+70\times5+5\times5\\&=5625\text{。}\end{aligned}$$

(2) 圖(b)，

$$\begin{aligned}75^2&=70\times(70+5+5)+5\times5\\&=70\times80+25\\&=70\times(70+10)+25\\&=7\times(7+1)\times100+25\text{，}\end{aligned}$$

這相當於：十位數乘以比它本身大 1 的數後，在其乘積後面緊接著寫上 25。

第 2 回　指數與科學記號

7 **例題 1**

(1) $(-2)^5(-2)^3=(-2)^{5+3}=(-2)^8=256$。

(2) $(-2)^5\div(-2)^2=(-2)^{5-2}=(-2)^3=-8$。

(3) $\left((-2)^3\right)^2=(-2)^{3\times2}=(-2)^6=64$。

例題 2

(1) 原式$=\dfrac{(-6)^3\times5^2}{3^3\times(-2)^6}=\dfrac{5^2}{(-2)^3}=-\dfrac{25}{8}$。

(2) 原式$=\dfrac{3^2\times5^4\times6^4}{25^2\times2^4\times9^2}=\dfrac{3^2\times5^4\times6^4}{5^4\times2^4\times3^4}$

$=3^2=9$。

例題 3

(1) $\left[\left(\sqrt5-\sqrt2\right)^3\left(\sqrt5+\sqrt2\right)^3\right]^{-1}$

$=\left(\left(\sqrt5-\sqrt2\right)\left(\sqrt5+\sqrt2\right)\right)^{-3}$

$=(5-2)^{-3}=3^{-3}=\dfrac{1}{27}$。

(2) 原式$=2^{\frac{20}{5}}\times\left(4^{\frac62}\right)^{\frac12}=2^4\times\left((2^2)^{\frac62}\right)^{\frac12}$

$=2^4\times2^3=2^7=128$。

8 **例題 4**

(1) $\dfrac{\left(3a^{-1}\right)^{\frac13}}{(9a)^{-\frac43}}=\left(3^{\frac13}\times a^{-\frac13}\right)\div\left(3^{-\frac83}\times a^{-\frac43}\right)$

$=\left(3^{\frac13-\left(-\frac83\right)}\right)\left(a^{-\frac13-\left(-\frac43\right)}\right)$

$=3^3\times a^1=27a$。

(2) $\dfrac{\sqrt a}{\sqrt[5]a}=\dfrac{a^{\frac12}}{a^{\frac15}}=a^{\frac12-\frac15}=a^{\frac{3}{10}}$。

例題 5

(1) 因為底數$1.01>1$，所以$c>b>a$。

(2) 因為$a=2^{-5}=\left(\dfrac12\right)^5$，又$0<\dfrac12<1$，

且$9>7>5$，所以$a>b>c$。

例題 6

(1) $100\times2^4=1600$（個）。

(2) $\dfrac{100\times2^{16}}{100\times2^8}=2^{16-8}=2^8=256$（倍）。

9 **例題 7**

$$\begin{aligned}7200\times600&=4320000\\&=4.32\times10^6\text{，}\end{aligned}$$

此數為 7 位數。

例題 8

因為

$30^6=3^6\times10^6=729\times10^6=7.29\times10^8$，

$a=7.29$，$b=8$，

$40^5=4^5\times10^5=1024\times10^5=1.024\times10^8$，

$c=1.024$，$d=8$，

所以

$a+b-c-d=7.29+8-1.024-8=6.266$。

例題 9

因為

$$\begin{aligned}9.46\times10^{15}\times27&=255.42\times10^{15}\\&=2.5542\times10^{17}\text{，}\end{aligned}$$

所以此星球與地球的距離為

2.5542×10^{17} 公尺$=2.5542\times10^{14}$ 公里。

例題 10

342 奈米$=342\times10^{-9}$ 公尺$=3.42\times10^{-7}$ 公尺。

看見數學

10 **問題 1**

因為 4.8×10^{-7} 毫克 $=4.8\times10^{-10}$ 公克，
所以致癌物含量濃度為

$$\frac{4.8\times10^{-10}}{12}=0.4\times10^{-10}$$
$$=0.04\times10^{-9}=0.04\ (\mathrm{ppb})\text{。}$$

問題 2

依規定，致癌物的重量不得超過
$15\times5\times10^{-9}=75\times10^{-9}=7.5\times10^{-8}$（公克）。

第3回　二次方根與計算機

12 **例題 1**

(1) 169 的平方根為 ±13。
(2) 47 的平方根為 $\pm\sqrt{47}$。
(3) 0 的平方根為 0。

例題 2

(1) 原式 $=(2-4+5-18)\sqrt{3}=-15\sqrt{3}$。
(2) 原式 $=4\sqrt{2}+3\sqrt{2}-5\sqrt{2}+4\sqrt{3}-3\sqrt{3}$
$=2\sqrt{2}+\sqrt{3}$。

例題 3

$$\text{原式}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}+2\sqrt{6}-6\sqrt{6}+\sqrt{\frac{12}{2}}$$
$$=\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{6}}{3}+2\sqrt{6}-6\sqrt{6}+\sqrt{6}$$
$$=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+2-6+1\right)\sqrt{6}=-\frac{17\sqrt{6}}{6}\text{。}$$

例題 4

$$\text{原式}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}\times\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}+\frac{3}{\sqrt{2}+1}\times\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}$$
$$-3\sqrt{2}+6\sqrt{2}$$
$$=\left(\sqrt{2}+1\right)+3\left(\sqrt{2}-1\right)-3\sqrt{2}+6\sqrt{2}$$
$$=\sqrt{2}+1+3\sqrt{2}-3-3\sqrt{2}+6\sqrt{2}$$
$$=7\sqrt{2}-2\text{。}$$

13 **例題 5**

(1) $xy=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=1$。

(2) $x+y=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$
$=\left(4-\sqrt{15}\right)+\left(4+\sqrt{15}\right)=8$。

(3) $x^2+y^2=\left(x+y\right)^2-2xy=8^2-2=62$。

(4) $x^3+y^3=\left(x+y\right)\left(x^2-xy+y^2\right)$
$=8\times\left(62-1\right)=488$。

例題 6

$$\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}-2}=\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}=\left|x-\frac{1}{x}\right|=\frac{1}{x}-x$$

（因為 $x=\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}<1$，$x<\dfrac{1}{x}$），

$$\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}-2}=\left(\sqrt{5}+2\right)-\frac{1}{\sqrt{5}+2}$$
$$=\left(\sqrt{5}+2\right)-\left(\sqrt{5}-2\right)=4\text{。}$$

例題 7

(1) $\sqrt{70}\approx8.367$。
(2) $\sqrt{0.005}\approx0.071$。
(3) $\sqrt{15.32}\approx3.914$。

14 **例題 8**

因為 $5<\sqrt{35}<6$，所以 $22<17+\sqrt{35}<23$，
即 $\sqrt{22}<\sqrt{17+\sqrt{35}}<\sqrt{23}$，
因此 $4<\sqrt{17+\sqrt{35}}<5$，故選(2)。

例題 9

(1) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{\left(2+1\right)+2\sqrt{2\times1}}$
$=\sqrt{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}=\sqrt{2}+1$。

(2) $\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{\left(3+1\right)-2\sqrt{3\times1}}$
$=\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}=\sqrt{3}-1$。

例題 10

(1) $\sqrt{8+\sqrt{60}}=\sqrt{8+2\sqrt{15}}=\sqrt{\left(5+3\right)+2\sqrt{5\times3}}$
$=\sqrt{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{5}+\sqrt{3}$。

(2) $\sqrt{8-\sqrt{28}}=\sqrt{8-2\sqrt{7}}=\sqrt{\left(7+1\right)-2\sqrt{7\times1}}$
$=\sqrt{\left(\sqrt{7}-1\right)^2}=\sqrt{7}-1$。

看見數學

15 **問題 1**

$d=7\times\sqrt{\left(21-12\right)}=7\times\sqrt{9}=7\times3=21$（毫米）。

問題 2

$56=7\times\sqrt{\left(t-12\right)}$
$\Rightarrow\sqrt{\left(t-12\right)}=8\Rightarrow t-12=64\Rightarrow t=76$（年）。

第4回　等差數列與級數、等比數列

17
例題 1

$a_1=1$，$d=4$，

$a_n=a_1+(n-1)d=1+(n-1)\times4=4n-3$。

(1) $a_{10}=4\times10-3=37$。

(2) $a_n=4n-3=85\Rightarrow4n=88\Rightarrow n=22$。

例題 2

$\begin{cases}a_3=a_1+2d=-7\cdots\cdots①\\a_6=a_1+5d=-22\cdots\cdots②\end{cases}$，

②−①得 $3d=-15\Rightarrow d=-5$ 代入①，

$a_1-10=-7\Rightarrow a_1=3$。

故首項為 3，公差為 -5。

例題 3

(1) $a_1=-101$，$d=3$，

$a_n=a_1+(n-1)d=-101+(n-1)\times3$

$\Rightarrow a_n=3n-104$。

(2) $a_{11}=3\times11-104=-71$。

(3) $3n-104>0\Rightarrow3n>104\Rightarrow n>\dfrac{104}{3}$

$\Rightarrow n>34\dfrac{2}{3}$。

故第 35 項後開始變成正數。

例題 4

$n=9$，$a_1=12$，$d=4$，

$S_n=\dfrac{n}{2}\left[2a_1+(n-1)\times d\right]$，

$S_9=\dfrac{9}{2}\left[2\times12+(9-1)\times4\right]$

$=\dfrac{9}{2}\times(24+32)=9\times28=252$。

18
例題 5

設首項 a_1，$n=100$，$S_n=9850$，$d=3$，

$S_n=\dfrac{n}{2}\left[2a_1+(n-1)d\right]$

$\Rightarrow9850=\dfrac{100}{2}\left[2a_1+99\times3\right]$

$\Rightarrow9850=50(2a_1+297)$

$\Rightarrow2a_1+297=197\Rightarrow a_1=-50$。

例題 6

設項數 n、公差 d，

$S_n=\dfrac{n}{2}(a_1+a_n)\Rightarrow215=\dfrac{n}{2}(8+35)$

$\Rightarrow215=\dfrac{43}{2}\times n\Rightarrow n=10$，

$a_n=a_1+(n-1)d\Rightarrow35=8+(10-1)d$

$\Rightarrow27=9d\Rightarrow d=3$。

故項數為 10，公差為 3。

例題 7

(1) $a_{20}=S_{20}-S_{19}=(-470)-(-418)=-52$。

(2) $S_n=\dfrac{n}{2}(a_1+a_n)\Rightarrow S_{20}=\dfrac{20}{2}(a_1+a_{20})$

$\Rightarrow-470=10\left[a_1+(-52)\right]$

$\Rightarrow-47=a_1-52\Rightarrow a_1=5$。

19
例題 8

$a_1=1$，$r=2$。

(1) $a_n=a_1r^{n-1}\Rightarrow a_6=1\times2^{6-1}=32$。

(2) $a_n=1\times2^{n-1}=1024$

$\Rightarrow2^{n-1}=2^{10}\Rightarrow n-1=10\Rightarrow n=11$。

例題 9

$\begin{cases}a_4=a_1r^3=6\cdots\cdots①\\a_7=a_1r^6=162\cdots\cdots②\end{cases}$，

$\dfrac{②}{①}\Rightarrow r^3=27\Rightarrow r=3$ 代入①，

得 $a_1\times3^3=6\Rightarrow a_1=\dfrac{6}{27}=\dfrac{2}{9}$。

故首項為 $\dfrac{2}{9}$，公比為 3。

例題 10

設首項 a_1，$r=\dfrac{2}{3}$，$a_4=72$，

$a_n=a_1r^{n-1}\Rightarrow a_4=a_1r^3\Rightarrow72=a_1\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^3$

$\Rightarrow a_1=72\times\dfrac{27}{8}=243$，

$a_6=a_1r^5=243\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^5=243\times\dfrac{32}{243}=32$。

故首項為 243，第 6 項為 32。

看見數學

20
問題 1

橘子的總數量為

$1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+7^2=140$（顆）。

問題 2

(1) 因為最底層的短邊 6 顆，
所以最多可疊 6 層。

(2) 最多可堆 $10\times6+9\times5+8\times4+7\times3+6\times2+5\times1=175$（顆）。

第五回　一次、二次方程式

22 **例題 1**

(1) $3x-6=8 \Rightarrow 3x=14 \Rightarrow x=\dfrac{14}{3}$ 。

(2) $4y-8=5 \Rightarrow 4y=13 \Rightarrow y=\dfrac{13}{4}$ 。

(3) 原方程式等號兩邊同乘 12 ，得

$4\times(x-3)=3\times(x+6)+12$

$\Rightarrow 4x-12=3x+18+12$

$\Rightarrow 4x-3x=18+12+12 \Rightarrow x=42$ 。

例題 2

先將聯立方程式編號 $\begin{cases} 2x+3y=-3\cdots\cdots① \\ -x=2y\cdots\cdots② \end{cases}$ ，

由②得 $x=-2y$ 代入①，

得 $2\times(-2y)+3y=-3$ ，

整理得 $-y=-3$ ，解得 $y=3$ 代入②，

得 $x=-6$。故 $x=-6$ ， $y=3$ 。

例題 3

先將聯立方程式編號 $\begin{cases} 4x-3y=2\cdots\cdots① \\ -7x+4y=4\cdots\cdots② \end{cases}$ ，

$\begin{matrix} ①\times4 \\ ②\times3 \end{matrix}\begin{cases} 16x-12y=8\cdots\cdots③ \\ -21x+12y=12\cdots\cdots④ \end{cases}$ ，

由③+④ 得 $-5x=20$ ，解得 $x=-4$ 代入①，得 $4\times(-4)-3y=2$ ，解得 $y=-6$ 。

故 $x=-4$ ， $y=-6$ 。

例題 4

(1) $3x^2-4x=0$

$\Rightarrow x(3x-4)=0 \Rightarrow x=0$ 或 $\dfrac{4}{3}$ 。

(2) $(2x)^2-7^2=0$

$\Rightarrow (2x+7)(2x-7)=0 \Rightarrow x=-\dfrac{7}{2}$ 或 $\dfrac{7}{2}$ 。

23 **例題 5**

(1) $6x^2-7x-3=0$

$\Rightarrow (2x-3)(3x+1)=0$

$\Rightarrow 2x-3=0$ 或 $3x+1=0$

$\Rightarrow x=\dfrac{3}{2}$ 或 $-\dfrac{1}{3}$ 。

$$\begin{array}{ccc} 2x & \times & -3 \\ 3x & & +1 \\ \hline & -7x & \end{array}$$

(2) $(2x+3)(x+1)=1$

$\Rightarrow 2x^2+5x+2=0$

$\Rightarrow (2x+1)(x+2)=0$

$\Rightarrow 2x+1=0$ 或 $x+2=0$

$\Rightarrow x=-\dfrac{1}{2}$ 或 -2 。

$$\begin{array}{ccc} 2x & \times & +1 \\ x & & +2 \\ \hline & 5x & \end{array}$$

例題 6

(1) $x^2-2x-399=0$

$\Rightarrow x^2-2x=399$

$\Rightarrow x^2-2x+1^2=399+1^2$

$\Rightarrow (x-1)^2=400 \Rightarrow x-1=\pm20$

$\Rightarrow x=1\pm20 \Rightarrow x=21$ 或 -19 。

(2) $x^2-34x+288=0$

$\Rightarrow x^2-34x=-288$

$\Rightarrow x^2-34x+17^2=-288+17^2$

$\Rightarrow (x-17)^2=1 \Rightarrow x-17=\pm1$

$\Rightarrow x=17\pm1 \Rightarrow x=18$ 或 16 。

例題 7

(1) 令 $a=1$ ， $b=-1$ ， $c=-1$ ，

代入 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ，

得 $x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ 。

(2) 令 $a=21$ ， $b=3$ ， $c=-5$ ，

代入 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ，得

$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times21\times(-5)}}{2\times21}=\dfrac{-3\pm\sqrt{429}}{42}$ 。

例題 8

(1) 令 $a=1$ ， $b=-7$ ， $c=9$ ，

因為 $D=b^2-4ac=(-7)^2-4\times1\times9=13>0$ ，

所以兩根為相異實根。

(2) 令 $a=2$ ， $b=-3$ ， $c=5$ ，

因為 $D=b^2-4ac=(-3)^2-4\times2\times5=-31<0$，

所以沒有實根。

(3) 令 $a=1$ ， $b=-4$ ， $c=4$ ，

因為 $D=b^2-4ac=(-4)^2-4\times1\times4=0$ ，

所以兩根為相等實根。

24 **例題 9**

利用根與係數關係，得

$\alpha+\beta=-\dfrac{5}{3}$ ， $\alpha\beta=-\dfrac{4}{3}$ 。

(1) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$$=\left(-\frac{5}{3}\right)^2-2\times\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{49}{9}$$ 。

(2) $(\alpha-\beta)^2=\alpha^2+\beta^2-2\alpha\beta$

$$=\frac{49}{9}-2\times\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{73}{9}$$

$$\Rightarrow \alpha-\beta=\pm\frac{\sqrt{73}}{3}\text{。}$$

(3) $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{\frac{49}{9}}{\frac{-4}{3}}=-\frac{49}{12}$。

例題 10

設大和尚有 x 人，小和尚有 y 人，

依題意得

$x+y=80\cdots\cdots①$，$2x+\frac{3}{2}y=150\cdots\cdots②$，

解得 $x=60$，$y=20$。

故大和尚有 60 人，小和尚有 20 人。

例題 11

設上底長為 x 公分，

則下底長為 $(x+2)$ 公分、高為 $(x+4)$ 公分。

依題意，得

$\frac{1}{2}\left[x+(x+2)\right]\times(x+4)=88$

$\Rightarrow x^2+5x-84=0\Rightarrow(x-7)(x+12)=0$，

解得 $x=7$ 或 -12（不合）。

故上底 7 公分、下底 $x+2=7+2=9$ 公分、

高 $x+4=7+4=11$ 公分。

看見數學

25 **問題 1**

解方程式 $1.8=\frac{3}{5}x-\frac{1}{40}x^2$，

得 $x=12\pm6\sqrt{2}$。

利用計算機計算 x 約為 20.49 或 3.51。

故應離 C 羅在 20.49 公尺內。

問題 2

解方程式 $0=\frac{3}{5}x-\frac{1}{40}x^2$，

得 $x=24$ 或 $x=0$（不合）。

故應離 24 公尺。

第 6 回　一次不等式

27 **例題 1**

(1) $40+x$，$14+x$，$(40+x)<2\times(14+x)$。

(2) $80+82+x$，$\frac{80+82+x}{3}$，$\frac{80+82+x}{3}\ge 84$。

例題 2

(1) $3x\le-18\Rightarrow x\le-6$。

(2) $-3x\le18\Rightarrow x\ge-6$。

(3) $3x+18\le0\Rightarrow x\le-6$。

(4) $-x-6\ge0\Rightarrow x\le-6$。

所以選(1)(3)(4)。

例題 3

(1) $x=1$ 代入 $\Rightarrow 2x-1=2\times1-1=1\le3$，

$x=2$ 代入 $\Rightarrow 2x-1=2\times2-1=3\le3$，

$x=3$ 代入 $\Rightarrow 2x-1=2\times3-1=5\not\le3$，

因此 1、2 是解，3 不是。

(2) $x=1$ 代入 $\Rightarrow\begin{cases}\text{左式}=2+x=2+1=3\\ \text{右式}=3x-3=3-3=0\end{cases}$，

$x=2$ 代入 $\Rightarrow\begin{cases}\text{左式}=2+x=2+2=4\\ \text{右式}=3x-3=3\times2-3=3\end{cases}$，

$x=3$ 代入 $\Rightarrow\begin{cases}\text{左式}=2+x=2+3=5\\ \text{右式}=3x-3=3\times3-3=6\end{cases}$，

因此 1、2 是解，3 不是。

28 **例題 4**

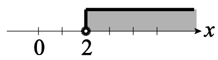
(1) $2x+9<7x-1$

$\Rightarrow 9+1<7x-2x$

$\Rightarrow 10<5x$

$\Rightarrow 2<x$

$\Rightarrow x>2$。

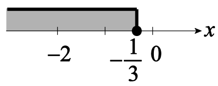


(2) $4x-5\ge7x-4$

$\Rightarrow 4x-7x\ge-4+5$

$\Rightarrow -3x\ge1$

$\Rightarrow x\le-\frac{1}{3}$。

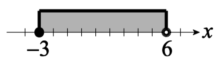


例題 5

(1) $-3\le2x+3<15$

$\Rightarrow -6\le2x<12$

$\Rightarrow -3\le x<6$。

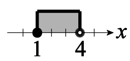


(2) $2x-2<6\le3x+3$，

① $2x-2<6\Rightarrow2x<8\Rightarrow x<4$；

② $6\le3x+3\Rightarrow3\le3x\Rightarrow1\le x$，

由①②得 $1\le x<4$。



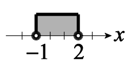
例題 6

$|2x-1|<3$

$\Rightarrow -3<2x-1<3$

$\Rightarrow -2<2x<4$

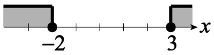
$\Rightarrow -1<x<2$。



例題 7

$|1-2x|\ge 5$。

①$1-2x\ge 5$



$\Rightarrow -2x\ge 4\Rightarrow x\le -2$；

②$1-2x\le -5\Rightarrow -2x\le -6\Rightarrow x\ge 3$，

由①②得 $x\le -2$ 或 $x\ge 3$。

29 **例題 8**

(1) $x=0$，$y=1$代入

$$\Rightarrow\begin{cases}左式=2x-7y=2\times 0-7\times 1=-7\\ 右式=5\end{cases}$$

$\Rightarrow -7\not>5$，

∴否。

(2) $x=1$，$y=-1$代入

$$\Rightarrow\begin{cases}左式=2x-7y=2\times 1-7\times(-1)=9\\ 右式=5\end{cases}$$

$\Rightarrow 9>5$，

∴是。

例題 9

(1) $x=0$，$y=0$代入

$$\Rightarrow\begin{cases}2\times 0-2\times 0=0<3\\ 2\times 0+0=0\le 2\end{cases}$$，∴$(0,0)$ 是解。

(2) $x=1$，$y=-1$代入

$$\Rightarrow\begin{cases}2\times 1-2\times(-1)=4\not<3\\ 2\times 1+(-1)=1\le 2\end{cases}$$，∴$(1,-1)$ 不是解。

(3) $x=2$，$y=0$代入

$$\Rightarrow\begin{cases}2\times 2-2\times 0=4\not<3\\ 2\times 2+0=4\not\le 2\end{cases}$$，∴$(2,0)$ 不是解。

例題 10

設至少還要再考 x 次，且每次皆為100分，

依題意列不等式為 $\dfrac{78+59+80+100x}{3+x}>85$，

即 $217+100x>255+85x$，

$15x>38\Rightarrow x>\dfrac{38}{15}=2.5\cdots$，

取 $x=3$，所以小龍至少還要考3次。

看見數學

30 **問題 1**

設此人的體重為 x 公斤。

依題意，得 $18.5\le\dfrac{x}{1.6^2}<24$，

解得 $47.36\le x<61.44$。

故此人的體重大約須控制在47.4～61.4公斤範圍內。

問題 2

設小花體重為 y 公斤。

依題意，得 $\dfrac{y}{1.6^2}=\dfrac{78}{1.8^2}$，解得 $y\approx 61.6$（公斤）。

故小花的體重約為61.6公斤。

第 7 回　多項式

32 **例題 1**

(1) $2x^2-3x+4$ 是二次式，

有 $2x^2$、$-3x$、4 三個項，

x^2 的係數是2、x 的係數是 -3、

常數項是4。

(2) $\dfrac{1}{2}x^3-\sqrt{3}x$ 是三次式，有 $\dfrac{1}{2}x^3$、$-\sqrt{3}x$ 兩個項，x^3 的係數是 $\dfrac{1}{2}$、x^2 的係數是0、

x 的係數是 $-\sqrt{3}$、常數項是0。

例題 2

(1) $(6x^3+2x-1)+(2x^2-x-6)$

$-(x^3-7x^2+2x-4)$

$=6x^3+2x-1+2x^2-x-6-x^3+7x^2-2x+4$

$=5x^3+9x^2-x-3$。

(2) $x^3-\left[4x^3-2x^2-5+x-(2x^3-7-3x^2-4x)\right]$

$=x^3-\left[4x^3-2x^2-5+x-2x^3+7+3x^2+4x\right]$

$=x^3-4x^3+2x^2+5-x+2x^3-7-3x^2-4x$

$=-x^3-x^2-5x-2$。

例題 3

$A=(3x^2-2x+5)-(-x^2-5x-4)$

$=3x^2-2x+5+x^2+5x+4$

$=4x^2+3x+9$。

例題 4

(1) 因為是 x 的一次多項式，所以

$$\begin{cases}a-4=0\\ b-9=0\\ a\ne 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=4\\ b=9\end{cases}$$。

(2) 因為 $5|a-3|+3|b+1|+|c-3|=1$，

且 a、b、c 為整數，所以

$a=3$，$b=-1$，$c=4$ 或 2。

① $a=3$，$b=-1$，$c=4$，

多項式為 $-2x^3+3x-12$，

此多項式為三次多項式。

② $a=3$，$b=-1$，$c=2$，

多項式為 $3x-6$，

此多項式為一次多項式。

33 **例題 5**

因為 $A+8B=(A+3B)+5B$，

即 $3x^3+7x^2-5x+6$

$=(A+3B)+5(-x^2+3x+4)$，

所以 $A+3B$

$=(3x^3+7x^2-5x+6)-5(-x^2+3x+4)$

$=3x^3+7x^2-5x+6+5x^2-15x-20$

$=3x^3+12x^2-20x-14$。

例題 6

(1) 原式 $=x\times(x^2+3x-2)+2\times(x^2+3x-2)$

$=x^3+3x^2-2x+2x^2+6x-4$

$=x^3+5x^2+4x-4$。

(2) x^5 項係數為

$2\times(-5)+(-3)\times(-4)+5\times2$

$=(-10)+12+10=12$。

x^4 項係數為

$2\times2+(-3)\times(-5)+5\times(-4)+(-1)\times2$

$=4+15-20-2=-3$。

例題 7

因為 x^2 項係數為 $3\times(-1)+(-4)\times1+a\times2=-19$，

整理得 $a=-6$。

所以 x 項係數為

$(-4)\times(-1)+a\times(1)=4+a=4-6=-2$。

例題 8

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & 3x & -5 & & \\
\cline{2-5}
x^2+x-2\big) & 3x^3 & -2x^2 & -3x & +2 \\
 & 3x^3 & +3x^2 & -6x & \\
\cline{2-5}
 & & -5x^2 & +3x & +2 \\
 & & -5x^2 & -5x & +10 \\
\cline{2-5}
 & & & 8x & -8
\end{array}
$$

商式：$3x-5$，餘式：$8x-8$。

34 **例題 9**

(1)

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & x^2 & +x & +1 & \\
\cline{2-5}
x-1\big) & x^3 & +0x^2 & +0x & -1 \\
 & x^3 & -x^2 & & \\
\cline{2-5}
 & & x^2 & +0x & \\
 & & x^2 & -x & \\
\cline{2-5}
 & & & x & -1 \\
 & & & x & -1 \\
\cline{2-5}
 & & & & 0
\end{array}
$$

商式：x^2+x+1，餘式：0。

(2)

$$
\begin{array}{rrrrrr}
 & x^3 & -x^2 & +x & -1 & \\
\cline{2-6}
x+1\big) & x^4 & +0x^3 & +0x^2 & +0x & +1 \\
 & x^4 & +x^3 & & & \\
\cline{2-6}
 & & -x^3 & +0x^2 & & \\
 & & -x^3 & -x^2 & & \\
\cline{2-6}
 & & & x^2 & +0x & \\
 & & & x^2 & +x & \\
\cline{2-6}
 & & & & -x & +1 \\
 & & & & -x & -1 \\
\cline{2-6}
 & & & & & 2
\end{array}
$$

商式：x^3-x^2+x-1，餘式：2。

例題 10

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & 4x^2 & +x & +6 & \\
\cline{2-5}
x-1\big) & 4x^3 & -3x^2 & +5x & +k \\
 & 4x^3 & -4x^2 & & \\
\cline{2-5}
 & & x^2 & +5x & \\
 & & x^2 & -x & \\
\cline{2-5}
 & & & 6x & +k \\
 & & & 6x & -6 \\
\cline{2-5}
 & & & & k+6
\end{array}
$$

因為整除，所以餘式為 0，

即 $k+6=0$，得 $k=-6$。

例題 11

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & 2x & -3 & & \\
\cline{2-5}
x^2-3x+1\big) & 2x^3 & -9x^2 & +11x & -3 \\
 & 2x^3 & -6x^2 & +2x & \\
\cline{2-5}
 & & -3x^2 & +9x & -3 \\
 & & -3x^2 & +9x & -3 \\
\cline{2-5}
 & & & & 0
\end{array}
$$

因為 $2x^3-9x^2+11x+6=A\times(x^2-3x+1)+9$，

所以

$$A=\left[\left(2x^3-9x^2+11x+6\right)-9\right]\div\left(x^2-3x+1\right)$$

$$=\left(2x^3-9x^2+11x-3\right)\div\left(x^2-3x+1\right)$$

$$=2x-3$$ 。

看見數學

35 **問題 1**

復原過程如下所示：

$$\begin{array}{r} 4x+\ \ 3 \\ 2x+3\overline{\big)8x^2\ \text{[redacted]}} \\ 8x^2+12x \\ \hline \text{[redacted]} \\ \hline -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x+\ \ 3 \\ 2x+3\overline{\big)8x^2+18x\ \text{[redacted]}} \\ 8x^2+12x \\ \hline 6x\ \text{[redacted]} \\ 6x+9 \\ \hline -2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4x+\ \ 3 \\ 2x+3\overline{\big)8x^2+18x+7} \\ 8x^2+12x \\ \hline 6x+7 \\ 6x+9 \\ \hline -2 \end{array}$$

故被除式為 $8x^2+18x+7$ 。

第 8 回　函　數

37 **例題 1**

(1) 因為對應關係為一對一，所以是函數。

(2) 因為對應關係為多對一，所以是函數。

(3) 因為對應關係為一對多，所以不是函數。

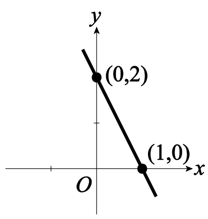
(4) 因為對應關係為一對無，所以不是函數。

故選(1)(2)。

例題 2

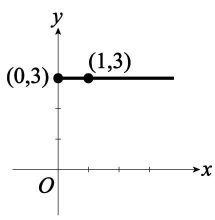
(1) $y=f(x)=-2x+2$ 。

x	0	1
y	2	0



(2) $y=g(x)=3$ 。

x	0	1
y	3	3



例題 3

因為 $y=f(x)=ax+b$ ，

通過 $(-1,-9)$ 、 $(2,3)$ 兩點，所以

$$\begin{cases}-9=-a+b\cdots\cdots① \\ 3=2a+b\cdots\cdots②\end{cases}\Rightarrow ②-①\Rightarrow 12=3a\Rightarrow a=4$$

代入①，得 $-9=-4+b\Rightarrow b=-5$ 。

故 $a=4$ ， $b=-5$ 。

38 **例題 4**

(1) 與 x 軸交點：

將 $y=0$ 代入，得 $0=3x+6\Rightarrow x=-2$ ，

因此與 x 軸交點為 $(-2,0)$ 。

與 y 軸交點：將 $x=0$ 代入，

得 $y=3\times0+6\Rightarrow y=6$ ，

因此與 y 軸交點為 $(0,6)$ 。

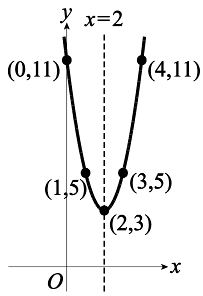
(2) 面積 $=\dfrac{1}{2}\times|-2|\times6=6$ 。

例題 5

$y=2(x-2)^2+3$ 。

x	⋯	0	1	2	3	4	⋯
y	⋯	11	5	3	5	11	⋯

對稱軸 $x=2$ ，頂點 $(2,3)$ 。

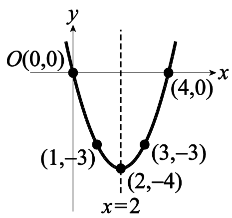


例題 6

$y=x^2-4x$

$=\left(x^2-4x+2^2\right)-2^2$

$=(x-2)^2-4$ ，



x	⋯	0	1	2	3	4	⋯
y	⋯	0	−3	−4	−3	0	⋯

對稱軸 $x=2$ ，頂點 $(2,-4)$ 。

例題 7

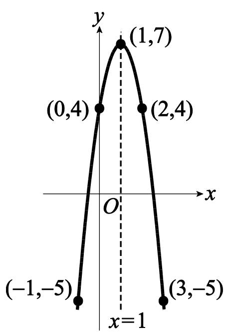
$y=-3x^2+6x+4$

$=\left(-3x^2+6x\right)+4$

$=-3\left(x^2-2x\right)+4$

$=-3\left(x^2-2x+1^2\right)+4+3\times1^2$

$=-3(x-1)^2+7$ ，



x	⋯	−1	0	1	2	3	⋯
y	⋯	−5	4	7	4	−5	⋯

對稱軸 $x=1$ ，頂點 $(1,7)$ 。

39 **例題 8**

將 $(-1,2)$、$(0,3)$、$(1,6)$ 代入 $y=ax^2+bx+c$，

得 $\begin{cases} a-b+c=2\cdots\cdots① \\ c=3\cdots\cdots② \\ a+b+c=6\cdots\cdots③ \end{cases}$。

②代入①③ $\Rightarrow \begin{cases} a-b=-1\cdots\cdots④ \\ a+b=3\cdots\cdots⑤ \end{cases}$，

由④+⑤得 $2a=2\Rightarrow a=1$，代入⑤，

得 $1+b=3\Rightarrow b=2$。

故 $a=1$，$b=2$，$c=3$。

例題 9

因為 $(3,-2)$ 為圖形的最低點，

所以 $(3,-2)$ 為拋物線的頂點。

設 $y=a\times(x-3)^2-2$。

將 $(0,3)$ 代入，得 $3=a\times(0-3)^2-2$，解得 $a=\frac{5}{9}$。

因此，$y=\frac{5}{9}(x-3)^2-2=\frac{5}{9}(x^2-6x+9)-2$

$=\frac{5}{9}x^2-\frac{10}{3}x+3$。

故 $a=\frac{5}{9}$，$b=-\frac{10}{3}$，$c=3$。

例題 10

(1) 因為 $y=-3x^2+6x$

$=-3(x^2-2x+1^2)+3\times1^2$

$=-3(x-1)^2+3\leq3$，

所以當 $x=1$ 時，y 有最大值 3。

(2) 因為 $y=3x^2+4x+5$

$=3\left[x^2+\frac{4}{3}x+\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]+5-3\times\left(\frac{2}{3}\right)^2$

$=3\times\left(x+\frac{2}{3}\right)^2+\frac{11}{3}\geq\frac{11}{3}$，

所以當 $x=-\frac{2}{3}$ 時，y 有最小值 $\frac{11}{3}$。

看見數學

40 **問題 1**

將 $x=-2$ 代入 $y=\frac{1}{8}x^2$，

得 $y=\frac{1}{2}$，即 $B\left(-2,\frac{1}{2}\right)$；

將 $x=4$ 代入 $y=\frac{1}{8}x^2$，得 $y=2$，即 $E(4,2)$。

利用兩點距離公式，得

B 點與太陽的距離為

$\sqrt{\left(0-(-2)\right)^2+\left(4-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{65}{4}}=\sqrt{16.25}$，

E 點與太陽的距離為

$\sqrt{(0-4)^2+(4-2)^2}=\sqrt{20}$，

故 B 點與太陽的距離較近。

第 9 回　統計與機率

42 **例題 1**

(1) 由數對 $(60,18)$ 知未滿 60 分有 18 人。

(2) 由數對 $(80,37)$ 知，未滿 80 分有 37 人，

則至少 80 分者有 $50-37=13$（人）。

例題 2

將 12 個數據由小到大排列：

$1,2,3,3,3,3,4,5,6,6,7,8$，

因為出現最多次的數是 3，眾數為 3。

中位數是第 6 與第 7 的數據之平均，

即 $\frac{3+4}{2}=3.5$。

43 **例題 3**

由長條圖可得次數分配表如下：

分數	20	30	40	50	60	70	80
人數	3	4	6	10	7	6	4

(1) 因為 50 分有 10 人最多，

所以眾數為 50 分。

(2) 總人數有 40 人，所以中位數位於第 20 及第 21 位成績的平均，即 $\frac{50+50}{2}=50$（分）。

(3) 算術平均數為

$\frac{1}{40}(20\times3+30\times4+40\times6+50\times10+60\times7$

$+70\times6+80\times4)=52$（分）。

例題 4

(1) 算術平均數為

$\frac{1}{10}(1+2+3+4+5+5+7+7+7+9)=5$。

(2) 因為 $1,2,3,4,5,6$ 點分別出現

$10,25,20,20,10,15$ 次，所以算術平均數為

$\frac{1\times10+2\times25+3\times20+4\times20+5\times10+6\times15}{100}$

$=\frac{340}{100}=3.4$。

例題 5

(1) A 組出現最多次的分數是 64 。
故眾數為 64（分）。

(2) B 組出現最多次的分數是 72 。
故眾數為 72（分）。

44 **例題 6**

將 310 個數據由小到大排序為 $x_1, x_2, \cdots, x_{310}$ 。

(1) 因為 $310 \times \dfrac{45}{100} = 139.5$ 不是整數，
所以令 $b = (139.5\text{的整數部分}) + 1 = 140$ ，
且此時第 45 百分位數 $P_{45} = x_b = x_{140}$ 。
又從表中得知 $x_{140} = 2$ 。故 $P_{45} = 2$（次）。

(2) 因為 $310 \times \dfrac{80}{100} = 248$ 是整數，
所以第 80 百分位數 $P_{80} = \dfrac{x_{248} + x_{249}}{2}$ 。
又從表中得知 $x_{248} = 3$ ， $x_{249} = 4$ 。
故 $P_{80} = \dfrac{3+4}{2} = 3.5$（次）。

例題 7

將 138 個數據由小到大排序為 $x_1, x_2, \cdots, x_{138}$ ，
由四分位數與百分位數的關係，
得 $Q_1 = P_{25}$ ， $Q_2 = P_{50}$ 及 $Q_3 = P_{75}$ 。

① 因為 $138 \times \dfrac{1}{4} = 34.5$ 不是整數，
所以令 $b = (34.5\text{的整數部分}) + 1 = 35$ ，
且此時百分位數 $P_{25} = x_b = x_{35}$ 。又從表中得知 $x_{35} = 32$ ，故 $Q_1 = P_{25} = 32$（千元）。

② 因為 $138 \times \dfrac{2}{4} = 69$ 是整數，
所以百分位數 $P_{50} = \dfrac{x_{69} + x_{70}}{2}$ 。
又從表中得知 $x_{69} = 38$ ， $x_{70} = 38$ ，
故 $Q_2 = P_{50} = \dfrac{38+38}{2} = 38$（千元）。

③ 因為 $138 \times \dfrac{3}{4} = 103.5$ 不是整數，
所以令 $b = (103.5\text{的整數部分}) + 1 = 104$ ，
且此時百分位數 $P_{75} = x_b = x_{104}$ 。又從表中得知 $x_{104} = 42$ ，故 $Q_3 = P_{75} = 42$（千元）。

45 **例題 8**

一次同時取兩球，可能的情形有：
(1,2)、(1,3)、(1,4)、(1,5)、(2,3)、(2,4)、(2,5)、(3,4)、(3,5)、(4,5)
共 10 種。
兩球號碼差的絕對值為 2 之情形有：
13、24、35 共 3 種。
故兩球號碼差的絕對值為 2 之機率為 $\dfrac{3}{10}$ 。

例題 9

因為在 1～100 中，是 6 的倍數者有 16 個，
是 18 的倍數者有 5 個，
所以是 6 的倍數但不是 18 的倍數者共有
$16 - 5 = 11$ 個。
故得到隨身碟的機率為 $\dfrac{11}{100}$ 。

例題 10

$360^\circ - 30^\circ - 120^\circ = 210^\circ$ 。
因為「棒棒糖」與「馬克杯」所占的面積比例為 15：6，所以「馬克杯」的圓心角為
$210^\circ \times \dfrac{6}{15+6} = 60^\circ$ 。
故得到「馬克杯」的機率為 $\dfrac{60^\circ}{360^\circ} = \dfrac{1}{6}$ 。

看見數學

46 **問題 1**

因為已經開出 5 個號碼，
所以剩下 $42 - 5 = 37$ 個號碼。
故開出號碼為 15 的機率為 $\dfrac{1}{37}$ 。

問題 2

因為頭獎分配比例為 38% ，
貳獎分配比例為 12% ，所以貳獎的獎金為
$152000000 \times \dfrac{12\%}{38\%} = 48000000$ ，
即 4800 萬元。