

2017年5月篩選測驗三至八年級通過率最低之試題示例及相關教學建議

(一) 一年級

1. 依試題參數所示，本年級通過率最低之5題

通過率(%)	基本學習內容
29%	1-nc-03-2能進行100以內序數的命名，並用序數描述位置及先後關係
30%	1-nc-01-2能認識「個位」及「十位」的位名，並進行100以內位值單位的換算
31%	1-nc-04-2能用加法與減法，解決生活中的問題。
35%	1-nc-10-2能利用個別單位實測的方法比較物體的長短，並利用個別單位實測的結果進行加減計算。
37%	1-nc-07-1能進行2個一數、5個一數、10個一數等活動。

2. 試題示例與試題回饋訊息：

(1)

題目	下列哪一個選項錯誤？												
	<table border="1" style="width: 100%;"> <tbody> <tr> <td style="width: 30%;"></td> <td>(1) 有6個黑圈 左○○○●●●○○○○○右</td> </tr> <tr> <td></td> <td>(2) 有6個黑圈 左○●●○○●●○○●○○右</td> </tr> <tr> <td></td> <td>(3) 由右往左數第6個是黑圈 左○○○○○●○○○○○○○右</td> </tr> <tr> <td></td> <td>(4) 由右往左數第6個是黑圈 左○○○○○○○○○●○○○○○右</td> </tr> </tbody> </table>						(1) 有6個黑圈 左○○○●●●○○○○○右		(2) 有6個黑圈 左○●●○○●●○○●○○右		(3) 由右往左數第6個是黑圈 左○○○○○●○○○○○○○右		(4) 由右往左數第6個是黑圈 左○○○○○○○○○●○○○○○右
		(1) 有6個黑圈 左○○○●●●○○○○○右											
		(2) 有6個黑圈 左○●●○○●●○○●○○右											
	(3) 由右往左數第6個是黑圈 左○○○○○●○○○○○○○右												
	(4) 由右往左數第6個是黑圈 左○○○○○○○○○●○○○○○右												
答案	3	認知歷程向度	PS 解題與思考	題型 選擇題									
能力指標	1-n-03 能運用數表達多少、大小、順序												
基本學習內容	1-nc-03-2 能進行100以內序數的命名，並用序數描述位置及先後關係		內容領域	數與量 - 數與計算									
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題給定描述集合數與順序數的圖像，要求學生選出錯誤的選項，評量學生分辨集合數與順序數的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 下面以「左 ○●●○○●●○○●○○ 右」為例，先說明集合數與順序數的</p>												

意義，再說明如何幫助學生解題。

(1)集合數與順序數的意義：

集合數與順序數是兩種不同概念的數。集合數是描述某一個集合元素的個數，例如：全班共有 25 個人。而順序數是坐標概念的前置經驗，標示某一物件在群體中的位置，群體必須按照某種特性加以排列以顯示其先後的次序，才能夠討論序數的意義，例如：全班學生身高由高至矮排序後，知道小明的身高是全班第 1。

集合數「1、2、3、……」及順序數「第 1、第 2、第 3、……」的中文描述很相似，部份教師誤認為它們是相同的概念，並爭議誰是誰的先備經驗，其實集合數和順序數是兩種完全不同的數概念，英文的集合數「One、two、three」和順序數「first、second、third」的文字描述完全不同，可以驗證它們是不同的數概念。

(2)建議教師透過下列步驟幫助學生解題：

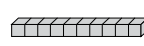

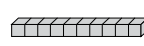

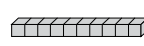

步驟一：建立「第一個、第二個、第三個、……」的序數數詞序列。

步驟二：說明「從左(右)邊數起」，指的是由左(右)邊往右(左)邊數的意義。「從前(後)面數起」，指的是由前(後)面往後(前)面數的意義。

步驟三：透過「一個序數數詞序列對應一個物件」的方式，依指定方向找出「從右邊數起，第 3 個圖形是☆」。

步驟四：透過點數的方式，說出「從右邊數起到圖形☆，共有 3 個圖形」。


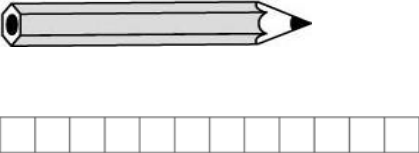
(2)

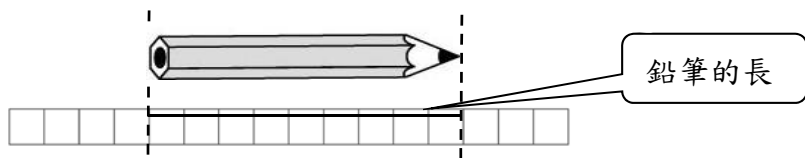
<p>題目</p>	<p>下面哪一個數的4表示4個十？</p> <table border="1" data-bbox="414 246 1340 414"> <tr> <td data-bbox="414 246 510 336">(1) 4</td> <td data-bbox="510 246 877 336"></td> <td data-bbox="877 246 973 336"></td> <td data-bbox="973 246 1340 336">(2) 14</td> </tr> <tr> <td data-bbox="414 336 510 414">(3) 34</td> <td data-bbox="510 336 877 414"></td> <td data-bbox="877 336 973 414"></td> <td data-bbox="973 336 1340 414">(4) 43</td> </tr> </table>					(1) 4			(2) 14	(3) 34			(4) 43				
(1) 4			(2) 14														
(3) 34			(4) 43														
<p>答案</p>	4	認知歷程向度	CU 概念理解	題型	選擇題												
<p>能力指標</p>	<p>1-n-01 能認識 100 以內的數及「個位」、「十位」的位名，並進行位值單位的換算</p>																
<p>基本學習內容</p>	<p>1-nc-01-2 能認識「個位」及「十位」的位名，並進行 100 以內位值單位的換算</p>	<p>內容領域</p>	<p>數與量-數與計算</p>														
<p>施測後回饋訊息</p>	<p><b>評量重點：</b> 本題給定四個含有數碼<math>a</math>的數字，要求學生選出<math>a</math>能代表<math>a</math>個十的數字，評量學生是否掌握位值的意義。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 教師可透過定位板，幫助學生認識「十位」和「個位」的位名。「十位」和「個位」的位名對部分學生較為抽象，建議教師透過定位板教學時，可以在「十位」和「個位」上加入白色積木、橘色積木或⑩、①的圖象，幫助學生掌握不同單位計數的意義。在定位板上，記幾個十的位置是「十位」，記幾個一的位置是「個位」。例如：5 個十和 3 個一在定位板可以記成：</p> <table border="1" data-bbox="359 1568 774 1780"> <tr> <td>十位</td> <td>個位</td> </tr> <tr> <td>⑩</td> <td>①</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>3</td> </tr> </table> <table border="1" data-bbox="917 1568 1332 1780"> <tr> <td>十位</td> <td>個位</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>3</td> </tr> </table>					十位	個位	⑩	①	5	3	十位	個位			5	3
十位	個位																
⑩	①																
5	3																
十位	個位																
																	
5	3																

(3)

題目	<p>小文和小青共有 12 顆彈珠，其中 7 顆是小青的，小文有幾顆彈珠？</p> <table border="1" data-bbox="411 315 1345 499"><tr><td data-bbox="411 315 509 409">(1) 4 顆</td><td data-bbox="509 315 879 409"></td><td data-bbox="879 315 1106 409">(2) 5 顆</td><td data-bbox="1106 315 1345 409"></td></tr><tr><td data-bbox="411 409 509 499">(3) 6 顆</td><td data-bbox="509 409 879 499"></td><td data-bbox="879 409 1106 499">(4) 19 顆</td><td data-bbox="1106 409 1345 499"></td></tr></table>					(1) 4 顆		(2) 5 顆		(3) 6 顆		(4) 19 顆	
(1) 4 顆		(2) 5 顆											
(3) 6 顆		(4) 19 顆											
答案	2	認知歷程向度	PK 程序執行	題型	選擇題								
能力指標	1-n-04 能從合成、分解的活動中，理解加減法的意義，使用 +、-、= 做橫式紀錄與直式紀錄，並解決生活中的問題。												
基本學習內容	1-nc-04-2 能用加法與減法，解決生活中的問題。	內容領域	數與量-數與計算										
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b></p> <p>本題是十幾減一位數的減法文字題，要求學生算出差數，評量學生利用減法解題的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b></p> <p>(1) 透過經常練習，幫助學生記憶一位數加一位數(基本加法事實)，一位數減一位數及十幾減一位數(基本減法事實)。</p> <p>(2) 如果學生無法解題，可以利用下列步驟幫助學生。</p> <p>① 先畫 12 個圈，表示「小文和小青共有 12 顆彈珠」。</p> <p>○○○○○○○○○○○○○○</p> <p>② 劃掉 7 個圈，表示「小青的 7 顆彈珠」。</p> <p>○○○○○○<del>○○○○○○</del></p> <p>③ 點數剩下的圈，「點數剩下的圈」為小文的彈珠數。</p> <p>○○○○○○○○○○○○○○</p> <p>5 個圈，代表小文有 5 顆彈珠。</p> <p>④ 幫助學生用減法算式把題目和答案都記下來，透過經常使用，幫助學生記憶減法算式，並能直接利用減法算式解題。</p>												

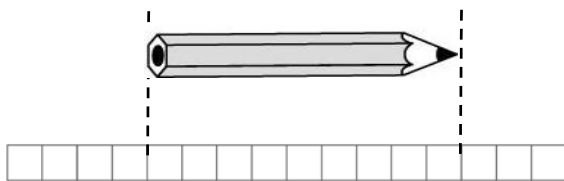
(4)

題目	<p>下圖中的牙刷和牙膏接起來，和多少根迴紋針接起來一樣長？( )根。</p> 				
答案	14	認知歷程向度	PK 程序執行	題型	填充題
能力指標	1-n-10 能利用間接比較或以個別單位實測的方法比較物體的長短				
基本學習內容	1-nc-10-2 能利用個別單位實測的方法比較物體的長短，並利用個別單位實測的結果進行加減計算。	內容領域	數與量 - 量與實測		
施測後回饋 訊息	<p><b>評量重點：</b></p> <p>本題給定兩個物件和由多個個別單位排列成直線的圖像，要求學生回答這兩個物件接起來和幾個個別單位接起來一樣長，評量學生利用個別單位實測結果進行加減計算的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b></p> <p>下面以「鉛筆和幾個□接起來一樣長？」為例，說明如何幫助學生解題。</p>  <p>建議教師透過下列步驟幫助學生解題：</p> <p>步驟一：幫助學生知道鉛筆的長度是從哪裡到哪裡。</p>				



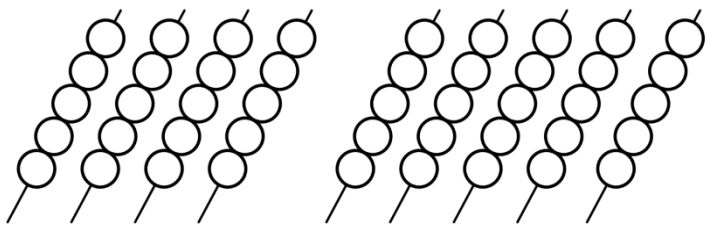
步驟二：幫助學生察覺鉛筆的長度和幾個個別單位(□)接起來一樣長。

步驟三：學生點數個別單位的個數，得到鉛筆和 9 個□接起來一樣長。



步驟四：教師舉一些兩枝鉛筆的情境，幫助學生察覺紅色鉛筆和 9 個□接起來一樣長，黑色鉛筆和 5 個□接起來一樣長，可以利用「 $9+5=14$ 」算出兩枝鉛筆接起來和 14 個□接起來一樣長。

(5)

題目	<p>一串魚丸有 5 顆，數數看，下圖中一共有多少顆魚丸？一共有 ( ) 顆魚丸。</p> 				
答案	45	認知歷程向度	PK 程序執行	題型	填充題
能力指標	1-n-07 能進行 2 個一數、5 個一數、10 個一數等活動。				
基本學習內容	1-nc-07-1 能進行 2 個一數、5 個一數、10 個一數等活動。	內容領域	數與量-數與計算		
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題給定每五個排成一堆的物件圖像，要求學生回答共有幾個物件，評量學生利用 5 個一數解題的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 建議教師透過下列步驟幫助學生解題：</p> <p>步驟一：透過經常練習，幫助學生熟悉五個一數的數詞序列。</p> <p>步驟二：說明當每五個物件組成一堆的情境下，才能進行 5 個一數的點數活動。</p> <p>步驟三：學生已有一個數詞對應一個物件的點數經驗，延伸上述的經驗，幫助學生建立一個數詞對應一堆物件的點數能力。例如：引導學生看到第一堆物件唸 5，看到第二堆物件唸 10，看到第三堆物件唸 15……，直到點數出全部共有多少個物件。</p> <p>步驟四：教師也可以透過 1 個一數的活動，幫助學生察覺 5 個一數和 1 個一數的結果相同，但是 5 個一數比較有效率。</p>				

(二) 二年級

1. 依試題參數所示，本年級通過率最低之 5 題

通過率(%)	基本學習內容
20%	2-nc-14-1 能理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因。
23%	2-nc-02-1 認識 100 元錢幣，並做 10 元與 100 元錢幣的換算
32%	2-nc-16-1 能認識容量，進行容量的直接、間接與個別單位比較
34%	2-ac-04-1 能理解加減互逆，並運用於驗算與解題。
37%	2-sc-03-2 能使用直尺畫出連接兩點的線段，並測量其距離

2. 試題示例與試題回饋訊息：

(1)

題目	<p>小<u>鈺</u>和<u>琳</u>分別用自己的鉛筆量布告欄的長度。</p> <p>小<u>鈺</u>剛好量了 9 次。</p> <p>小<u>琳</u>剛好量了 8 次。</p> <p>誰的鉛筆比較長？</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 50%;">(1) <u>小鈺</u></td> <td style="width: 50%;">(2) <u>小琳</u></td> </tr> <tr> <td>(3) 一樣長</td> <td>(4) 不能比較</td> </tr> </table>					(1) <u>小鈺</u>	(2) <u>小琳</u>	(3) 一樣長	(4) 不能比較
	(1) <u>小鈺</u>	(2) <u>小琳</u>							
(3) 一樣長	(4) 不能比較								
答案	2	認知歷程向度	PS 解題與思考	題型	選擇題				
能力指標	2-n-14 能理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因。								
基本學習內容	2-nc-14-1 能理解用不同個別單位測量同一物件長度時，其數值不同，並能說明原因			內容領域	數與量-量與實測				
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b></p> <p>本題給定兩個不同長度的個別單位及共同測量某一物件長度後的結果，要求學生判斷哪個個別單位比較長，評量學生是否理解用不同個別單位測量同一物件長時，其數值不同。</p> <p><b>補救教學建議：</b></p> <p>下面以「用橘色積木和白色積木測量鉛筆長度」為例，說明如何</p>								



幫助學生解題。

步驟一：教師引導學生關注「橘色積木比白色積木長」。

步驟二：透過實測鉛筆，得到「鉛筆和 2 條橘色積木接起來一樣長，鉛筆也和 20 個白色積木接起來一樣長」的結果。

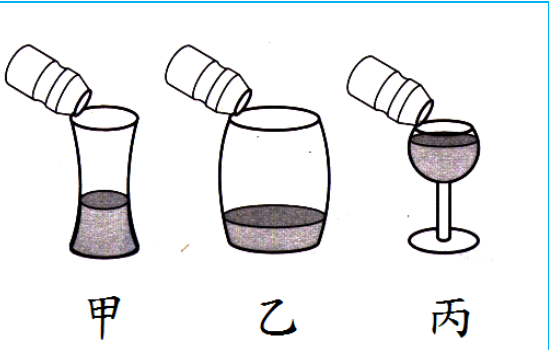
步驟三：教師幫助學生察覺「橘色積木比白色積木長，但是測量的結果是 2 條橘色積木的個數比 20 個白色積木的個數少」。鼓勵學生說出「因為橘色積木比白色積木長，所以橘色積木量的次數會比白色積木量的次數少」，如果學生無法說明，建議教師主動說明。

步驟四：教師可提供其它情境的例子，幫助學生發現用不同個別單位測量同一物件長度時，其數值不同，並鼓勵學生說明原因。

(2)

題目	小如 <sup>ㄊ</sup> 有 <sup>ㄩ</sup> 32 個 <sup>ㄩ</sup> 10 元 <sup>ㄩ</sup> ，合 <sup>ㄩ</sup> 起 <sup>ㄩ</sup> 來 <sup>ㄩ</sup> 是 <sup>ㄩ</sup> ( )元 <sup>ㄩ</sup> 。				
答案	320	認知歷程向度	CU 概念理解	題型	填充題
能力指標	2-n-02 能認識 100 元的幣值，並做 10 元與 100 元錢幣的換算。				
基本學習內容	2-nc-02-1 認識 100 元錢幣，並做 10 元與 100 元錢幣的換算	內容領域	數與量 - 數與計算		
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題給定幾十幾個十元，要求學生回答是幾元，評量學生錢幣換算的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 有下列兩種幫助學生解題的策略</p> <p>(1)先幫助學生知道 1 張 100 元可以換 10 個 10 元，10 個 10 元可以換 1 張 100 元。 32 個 10 元是由 30 個 10 元和 2 個 10 元合起來的。 10 個 10 元可以換 1 張 100 元，20 個 10 元合起來可以換 2 張 100 元，30 個 10 元合起來可以換 3 張 100 元，也就是 300 元。 2 個 10 元可以換 20 元。 300 元和 20 元合起來是 320 元。</p> <p>(2)1 個 10 元可以換成 10 元，透過 10 個一數，可以得到 32 個 10 元可以換 320 元的答案。</p>				

(3)

<p>題目</p>	<p>如圖，把三瓶一樣多的養樂多倒入甲、乙、丙三個杯子裡。哪個杯子裡的養樂多最多？</p> <table border="1" data-bbox="300 297 679 689"> <tr> <td data-bbox="300 297 395 398">(1) 甲</td> </tr> <tr> <td data-bbox="300 398 395 499">(2) 乙</td> </tr> <tr> <td data-bbox="300 499 395 600">(3) 丙</td> </tr> <tr> <td data-bbox="300 600 395 689">(4) 一樣多</td> </tr> </table> 					(1) 甲	(2) 乙	(3) 丙	(4) 一樣多
(1) 甲									
(2) 乙									
(3) 丙									
(4) 一樣多									
<p>答案</p>	<p>4</p>	<p>認知歷程向度</p>	<p>CU 概念理解</p>	<p>題型</p>	<p>選擇題</p>				
<p>能力指標</p>	<p>2-n-16 能認識容量。</p>								
<p>基本學習內容</p>	<p>2-nc-16-1 能認識容量，進行容量的直接、間接與個別單位比較</p>			<p>內容領域</p>	<p>數與量-量與實測</p>				
<p>施測後回饋訊息</p>	<p><b>評量重點：</b></p> <p>本題給定養樂多倒入三個不同杯子的圖像，要求學生選出哪個杯子裡的養樂多最多，評量學生容量間接比較的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b></p> <p>學生必須先學會描述容器中有多少液量，才知道容器中最多裝了多少液體，教師可以透過將水倒入容器的活動，幫助學生掌握液量的多寡，學生很容易發現，將液體倒入容器時，液體在容器中會愈來愈高，將液體倒出容器時，液體在容器中會愈來愈低。</p> <p>教師也可以透過倒水活動，幫助學生形成液量保留概念，例如將水先倒出後再倒回容器，水量還是一樣多，或幫助學生理解等量的水，倒入不同的容器中，水量還是一樣多。</p> <p>下面以「將養樂多倒入三個不同的杯子，哪個杯子裡的養樂多最多？」為例，說明如何幫助學生解題。</p> <p>(1)教師拿出三個相同的杯子，在每個杯子中都倒入一瓶養樂多，幫助學生發現杯中養樂多水位的高度都相同，每個杯子中的養樂</p>								

多都一樣多。

教師再將杯中的養樂多倒回養樂多瓶中，檢查養樂多還是一樣多。

(2)教師拿出三個不同的杯子，在每個杯子中都倒入一瓶養樂多，幫助學生知道雖然杯中養樂多水位的高度不同，但是每個杯子中的養樂多都一樣多。

如果學生不相信每個杯子中的養樂多都一樣多，教師可以要求學生將杯中的養樂多倒回養樂多瓶中，檢查養樂多是否還是一樣多。

(4)

題目	甲有 72 元，甲比乙多 35 元，請問乙有多少元？ 乙有( )元。				
答案	37	認知歷程向度	PS 解題與思考	題型	填充題
能力指標	2-a-04 能理解加減互逆，並運用於驗算與解題				
基本學習內容	2-ac-04-1 能理解加減互逆，並運用於驗算與解題。		內容領域	代數	
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b></p> <p>本題是減數未知的比較型文字題，要求學生算出減數，評量學生利用加減互逆解題的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b></p> <p>下面先說明加減互逆的意義，再以「甲有 48 元，比乙多 23 元，請問乙有多少元？」為例，說明如何幫助學生解題。</p> <p>(一)加減互逆</p> <p>下面以「有 10 個球，其中 7 個是紅色的，3 個是藍色的」為例，說明加減互逆的意義。</p> <p>當學生掌握部份與全體的關係後，教師可以透過上面紅球及藍球的情境，幫助學生察覺「紅球和藍球合起來是全部的球」，「全部的球拿走藍球後會剩下紅球」，以及「全部的球拿走紅球後會剩下藍球」，當學生能同時掌握上面三種關係時，我們稱該學生已經掌握「加減互為逆運算」的關係。</p> <p>當學生能掌握「部分-全體」及「加減互為逆運算」的關係，面對 7 個紅球和 3 個藍球的問題時，就知道下面這三個算式是同一個情境中三種不同的表示方法：</p> <p>(1)紅球和藍球合起來是全部的球，也就是 <math>7+3=10</math>。</p> <p>(2)全部的球中拿走紅球後，會剩下藍球，也就是 <math>10-7=3</math>。</p> <p>(3)全部的球中拿走藍球後，會剩下紅球，也就是 <math>10-3=7</math>。</p> <p>此時，學生面對加數未知的問題「<math>3+(\ )=10</math>」時，就知道「3</p>				

個藍球和多少個紅球合起來是 10 個球」和「10 個球中拿走 3 個藍球，剩下的就是紅球」是相同的關係，因此可以透過「 $10-3=( )$ 」來解決「 $3+( )=10$ 」的問題。

相同的理由，學生面對被加數未知的問題「 $( )+7=10$ 」時，知道「多少個藍紅球和 7 個紅球合起來是 10 個球」和「10 個球中拿走 7 個紅球，剩下的就是藍球」是相同的關係，因此可以透過「 $10-7=( )$ 」來解決「 $( )+7=10$ 」的問題。


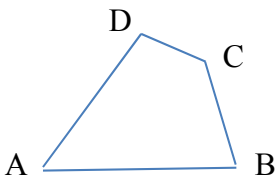
(二)以「甲有 48 元，比乙多 23 元，請問乙有多少元？」為例，

說明如何幫助學生解題。

(1)如果學生無法解題，教師宜先幫助學生透過嘗試錯誤或倒數(48、38、28、27、26、25)的方式算出答案，再幫助學生透過加減互逆用減法來解題。

(2)幫助學生察覺「甲有 48 元，比乙多 23 元」，可以透過「甲有 48 元，拿走比乙多的 23 元後，就是乙的錢」，利用  $48-23=25$  算出乙有 25 元的答案。

(5)

題目	用尺量量看，下面圖形中，有幾組一樣長的邊？  <table border="1" data-bbox="395 385 1326 548"><tr><td data-bbox="395 385 494 465"></td><td data-bbox="494 385 863 465">(1) 1 組</td><td data-bbox="863 385 962 465"></td><td data-bbox="962 385 1326 465">(2) 2 組</td></tr><tr><td data-bbox="395 465 494 548"></td><td data-bbox="494 465 863 548">(3) 3 組</td><td data-bbox="863 465 962 548"></td><td data-bbox="962 465 1326 548">(4) 4 組</td></tr></table>					(1) 1 組		(2) 2 組		(3) 3 組		(4) 4 組
	(1) 1 組		(2) 2 組									
	(3) 3 組		(4) 4 組									
答案	2	認知歷程向度	CU 概念理解	題型	選擇題							
能力指標	2-s-03 能使用直尺處理與線段有關的問題。											
基本學習內容	2-sc-03-2 能使用直尺畫出連接兩點的線段，並測量其距離			內容領域	幾何							
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b></p> <p>本題給定一個長方形，要求學生透過實測找出有幾組一樣長的邊，評量學生是否認識長方形邊的關係。</p> <p><b>補救教學建議：</b></p> <p>下面以「用尺量量看，長方形圖形中，有幾組一樣長的邊？」為例，說明如何幫助學生解題。</p> <p>(1) 溝通「有幾組邊」的意義</p> <p>四邊形有四條邊及四個角，以下圖中的四邊形為例，每一個角都有一個相對的角，以及兩個相鄰的角，每一條邊都有一條相對的邊，以及兩條相鄰的邊。為了溝通上的方便，稱<math>\angle A</math>的對角是<math>\angle C</math>，也稱 AB 邊的對邊是 CD 邊等。</p> <p>也稱 AD 和 BC 為一組對邊，AB 和 CD 也是一組對邊。</p>  <p>(2) 透過實測，得到給定的長方形兩雙對邊等長的結果。</p>											

教師也可以透過摺紙，幫助學生得到給定的長方形兩雙對邊等長。

(3)只要求學生得到給定的長方形兩雙對邊等長的結果，不宜要求學生察覺所有的長方形都滿足兩雙對邊等長的性質，後者是四年級教學的重點。




(三) 三年級

1. 依試題參數所示，本年級通過率最低之 5 題

通過率(%)	基本學習內容
13%	3-nc-17-1 能認識角，並進行角的直接及間接比較
30%	3-nc-08-1 能在具體情境中，解決連乘兩步驟問題(不含併式)
31%	3-nc-11-1 能進行分數的命名及說、讀、聽、寫、做
39%	3-sc-03-1 能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」
41%	3-nc-16-1 能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並作相關的實測、估測與計算

2. 試題示例與試題回饋訊息：

(1)

題目	<p>比一比，哪個角最大？</p>  <p>① 甲 ② 乙 ③ 丙 ④ 一樣大</p>				
答案	4	認知歷程向度	CU 概念理解	題型	選擇題
能力指標	3-n-17 能認識角，並比較角的大小				
基本學習內容	3-nc-17-1 能認識角，並進行角的直接及間接比較	內容領域	數與量-量與實測		
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題給定 3 個角度相同但是邊長及描述張開程度弧長都不等長的角的圖像，要求學生選出最大角，評量學生角的直接及間接比較的能力。</p>				

### 補救教學建議：

以「比一比下圖中的角 1 和角 2，哪一個角比較大？」為例，說明如何幫助學生解題。



建議教師透過下面的活動，幫助學生理解角度就是角張開程度的多寡，再進行角度的大小比較。

步驟一：先拿出兩把扇子，其中一把扇子的邊比較長，另一把扇子的邊比較短，先張開邊長較長的那把扇子，問學生扇子張開了多大，學生可能描述扇子的面積、弧長等與張開程度無關的答案；此時可將邊長較短的那把扇子張開到和前一把扇子一樣大，再問學生這兩把扇子張開的程度是否一樣，此時兩把扇子的面積、邊長及弧長都不相同，只有張開的程度相同，強迫學生排除邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等因素，將注意力放在張開程度上。

步驟二：比較角 1 和角 2 的張開程度

將邊長較長的扇子張開程度和角 1 一樣大，邊長較短的扇子張開程度和角 2 一樣大，問哪一把扇子張開的程度比較大，此時邊長較長扇子的邊長、弧長都比邊長較短的扇子長，邊長較長扇子的面積也比邊長較短的扇子大。現在將兩把扇子的旋轉點(角的頂點)疊在一起，比較兩把扇子的張開程度，發現邊長較長的扇子(角 1)張開的程度比較小，邊長較短的扇子(角 2)張開的程度比較大，所以角 2 比較大。

(2)

題目	一個雞蛋糕賣 9 元，6 個裝 1 盒， <u>小茜</u> 買了 12 盒，共要付多少元？  ① 29 元 ② 54 元 ③ 648 元 ④ 840 元				
答案	3	認知歷程向度	PS 解題與思考	題型	選擇題
能力指標	3-n-08 能在具體情境中，解決兩步驟問題(連乘，不含併式)				
基本學習內容	3-nc-08-1 能在具體情境中，解決連乘兩步驟問題(不含併式)		內容領域	數與量 - 數與計算	
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題是連乘的兩步驟問題，要求學生算出答案，評量學生解決兩步驟問題的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 下面以「一袋茶包有 5 包，一盒有 6 袋，媽媽買了 8 盒，共有多少包茶包？」為例，說明如何幫助學生解題。 建議教師透過下列步驟幫助學生解題：</p> <p>步驟一： 利用分段布題的方式幫助學生解題 先布「一袋茶包有 5 包，一盒有 6 袋，一盒共有多少包茶包？用算式把做法記下來。」幫助學生用算式「<math>5 \times 6 = 30</math>」記錄解題活動。</p> <p>步驟二： 再布「一盒茶包有 30 包，8 盒茶包共有多少包？用算式把做法記下來。」，幫助學生用算式「<math>30 \times 8 = 240</math>」記錄解題活動。</p> <p>步驟三： 再回到原來的問題「一袋茶包有 5 包，一盒有 6 袋，</p>				

	<p>媽媽買了 8 盒，共有多少包茶包？用兩個算式把先算什麼及後算什麼記下來。」引導學生以「連乘」的方式解題，並用兩個乘法算式「<math>5 \times 6 = 30</math>，<math>30 \times 8 = 240</math>」記錄先算什麼及後算什麼的解題活動。</p>
--	---

(3)

題目	一袋巧克力有 10 顆，將 1 袋巧克力平分成 5 份，其中的 4 份是幾袋？  ① $\frac{4}{5}$ 袋 ② $\frac{1}{5}$ 袋 ③ $\frac{4}{10}$ 袋 ④ $\frac{1}{10}$ 袋				
答案	1	認知歷程向度	CU 概念理解	題型	選擇題
能力指標	3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。				
基本學習內容	3-nc-11-1 能進行分數的命名及說、讀、聽、寫、做			內容領域	數與量-數與計算
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題是離散量的分數情境，要求學生以真分數記錄平分後的分量，評量學生分數命名及讀寫的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 下面與教師溝通分數命名時應注意事項。</p> <p>(1)分數的命名是一個重新命名的活動，將 1 塊蛋糕平分切成 4 份，其中的「1 份」是學生熟悉的名字，但是 1 份無法溝通 1 塊和 1 份蛋糕間部份與全體的分割關係，因此改命分出來的「1 份」蛋糕為「<math>\frac{1}{4}</math>塊」蛋糕。</p> <p>相同的理由，稱「2 份」蛋糕為「<math>\frac{2}{4}</math>塊」蛋糕，「3 份」蛋糕為</p>				

「 $\frac{3}{4}$ 塊」蛋糕，「4份」蛋糕為「 $\frac{4}{4}$ 塊」蛋糕。

(2)分數問題主要包含連續量情境和離散量情境兩部份：

連續量情境：被分割的單位量是連續完整的物件，例如繩子、披薩、果汁、蛋糕等。

「將1條繩子平分剪成5段，其中的2段是 $\frac{2}{5}$ 條」是連續量情境真分數的命名活動。

離散量情境：被分割的單位量是離散的個物，例如一盒蘋果(6個)、一袋水餃(10個)等。

「一袋糖果有10顆，將1袋糖果平分成10份，其中的3份是 $\frac{3}{10}$ 袋」是離散量情境真分數的命名活動。

建議教師先處理連續量情境分數問題，再處理離散量情境分數問題。

(4)

題目	圓規針尖和筆尖的距離是多少公分時，能畫出直徑為 6 公分的圓？  ① 2 公分 ② 3 公分 ③ 6 公分 ④ 12 公分				
答案	2	認知歷程向度	PS 解題與思考	題型	選擇題
能力指標	3-s-03 能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。				
基本學習內容	3-sc-03-1 能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」			內容領域	幾何
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b></p> <p>本題給定直徑的長度，要求學生找出圓規針尖和筆尖之間的距離，評量學生使用圓規畫圓的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b></p> <p>圓規只能畫出與圓心 O 的距離是半徑長的點 P，無法畫出長度是半徑的線段 OP，因此國小學生利用圓規畫線段時，常無法掌握筆尖及針尖的距離與半徑長度的意義。</p> <p>下面提出兩種幫助學生澄清筆尖及針尖的距離與半徑長度意義的方法：</p> <p>(1) 在圓規筆尖及針尖之間綁上繩子或橡皮筋，幫助學生在畫圓時，同時看到筆尖及針尖的距離，以及連接筆尖及針尖兩點長度的線段。</p> <p>(2) 先畫出一條直線段，與學生溝通如何在直線段上畫出長 a 公分的線段，學生先張開圓規的筆尖及針尖，在直尺上量出筆尖及針尖的距離是 a 公分，再以直線段的端點 A 為圓心，畫弧和直線段交於 B 點，最後要求學生測量 AB 的長度，幫助學生察覺筆尖及針尖的距離為 a 公分時，連接筆尖及針尖的線段長也是 a 公分。</p>				





(5)

<p>題目</p>	<p>家裡原有 650 公克的糖，媽媽又買了 1 公斤 50 公克回來，現在家裡有多少公克的糖？</p> <p>① 500 公克 ② 700 公克 ③ 800 公克 ④ 1700 公克</p>				
<p>答案</p>	<p>4</p>	<p>認知歷程向度</p>	<p>PS 解題與思考</p>	<p>題型</p>	<p>選擇題</p>
<p>能力指標</p>	<p>3-n-16 能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並做相關的實測、估測與計算。</p>				
<p>基本學習內容</p>	<p>3-nc-16-1 能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並作相關的實測、估測與計算</p>	<p>內容領域</p>		<p>數與量-量與實測</p>	
<p>施測後回饋訊息</p>	<p><b>評量重點：</b> 本題是公斤、公克單位的複名數加法文字題，要求學生算出答案，評量學生重量複名數加法的計算能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 下面以「750 公克的巧克力和 1 公斤 200 公克的餅乾，合起來是多少公克？」為例，說明如何幫助學生解題。 建議教師透過下列步驟幫助學生解題： 步驟一：1 公斤 = 1000 公克 1 公斤 200 公克 = 1 公斤 + 200 公克                           = 1000 公克 + 200 公克                           = 1200 公克 1200 公克 + 750 公克 = 1950 公克            答：1950 公克 步驟二：1 公斤 200 公克 = 1 公斤 + 200 公克</p>				

$$750 \text{ 公克} = 0 \text{ 公斤} + 750 \text{ 公克}$$

公斤與公斤相加；公克與公克相加：

	公斤	公克
	1	200
+	0	750
	1	950

$$1 \text{ 公斤 } 950 \text{ 公克} = 1 \text{ 公斤} + 950 \text{ 公克}$$

$$= 1000 \text{ 公克} + 950 \text{ 公克}$$

$$= 1950 \text{ 公克} \quad \text{答：} 1950 \text{ 公克}$$

(四) 四年級

1. 依試題參數所示，本年級通過率最低之 5 題

通過率(%)	基本學習內容
19%	4-nc-05-1 能做整數四則混合計算(兩步驟)
23%	4-nc-08-3 能進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算
26%	4-nc-18-1 能理解長方形和正方形的周長公式
26%	4-sc-05-1 能理解旋轉角的意義，並能認識平角及周角。
28%	4-nc-08-3 能進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算

2. 試題示例與試題回饋訊息：

(1)

題目	算算看， $350 - 210 \div 7 = ?$  ① 2 ② 20 ③ 320 ④ 347				
答案	3	認知歷程向度	PK 程序執行	題型	選擇題
能力指標	4-n-05 能做整數四則混合計算(兩步驟)。				
基本學習內容	4-nc-05-1 能做整數四則混合計算(兩步驟)	內容領域		數與量-數與計算	
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題給定兩步驟計算題，要求學生算出答案，評量學生是否認識先乘除後加減運算次序的約定。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 下面先說明「多步驟運算次序」的意義，再說明如何幫助學生解題：</p> <p>(一)多步驟運算次序的意義 「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」都是摘要的說法，它們不是三個獨立的口訣，它們之間有先後運算的關係，多</p>				

步驟問題運算次序的約定如下：

(a)括號的部份要先算(簡稱為「括號先算」)；

(b)當沒有括號的時候，如果加、減、乘、除四種運算符號都存在時，我們要先計算乘和除的部份(簡稱為「先乘除後加減」)；

(c)當我們要計算乘和除的部份，而沒有括號時，我們由最左邊開始往右邊依序計算；當乘除都算完，只剩下加和減的部份，而沒有括號時，我們由最左邊開始往右邊依序計算(合併簡稱為由左往右算)。

## (二)幫助學生解題

兩步驟計算問題只用到「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」其中一個約定。

(a)括號先算：

$$\text{例如：} 13 - (2 + 5) = 13 - 7$$

$$7 \times (5 - 2) = 7 \times 3$$

(b)先乘除後加減：

$$\text{例如：} 5 + 3 \times 4 = 5 + 12$$

$$12 - 6 \div 2 = 12 - 3$$

(c)由左往右算：

$$\text{例如：} 12 + 3 - 5 = 15 - 5$$

$$12 \div 3 \times 2 = 4 \times 2$$

(2)

<p>題目</p>	<p>一根竹竿鋸掉 <math>1\frac{3}{5}</math> 公尺後，還剩下 <math>3\frac{3}{5}</math> 公尺，請問這根竹竿原來長多少公尺？</p> <p>① 2          ② <math>2\frac{3}{5}</math>          ③ <math>4\frac{6}{10}</math>          ④ <math>5\frac{1}{5}</math></p>				
<p>答案</p>	<p>4</p>	<p>認知歷程向度</p>	<p>PK 程序執行</p>	<p>題型</p>	<p>選擇題</p>
<p>能力指標</p>	<p>4-n-08 能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算</p>				
<p>基本學習內容</p>	<p>4-nc-08-3 能進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算</p>	<p>內容領域</p>	<p>數與量-數與計算</p>		
<p>施測後回饋訊息</p>	<p><b>評量重點：</b></p> <p>本題是被加數未知的加法文字題，要求學生算出答案，評量學生同分母帶分數加法的計算能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b></p> <p>以「一桶沙拉油用掉 <math>2\frac{3}{4}</math> 公升後，還剩下 <math>3\frac{2}{4}</math> 公升，請問這桶沙拉油原來有多少公升？」為例說明：          建議教師透過下列步驟幫助學生解題：</p> <p>步驟一：先復習 <math>1=\frac{4}{4}</math>。</p> $2\frac{3}{4}=2+\frac{3}{4}, 3\frac{2}{4}=3+\frac{2}{4}$ <p>步驟二：<math>2\frac{3}{4}+3\frac{2}{4}=(2+\frac{3}{4})+(3+\frac{2}{4})=(2+3)+(\frac{3}{4}+\frac{2}{4})</math></p> $=5+\frac{5}{4}=5+(1+\frac{1}{4})=6\frac{1}{4}$ <p>步驟三：也可以將橫式的算法改記成直式。</p>				

$$\begin{array}{r} 2\frac{3}{4} \\ + 3\frac{2}{4} \\ \hline 5\frac{5}{4} \\ 6\frac{1}{4} \end{array}$$

答：6 $\frac{1}{4}$ 公升

(3)

題目	有一個長為 5 公分，寬為 4 公分的長方形，這個長方形的周長是多少？  ① 9 公分 ② 18 公分 ③ 18 平方公分 ④ 20 平方公分				
答案	2	認知歷程向度	PS 解題與思考	題型	選擇題
能力指標	4-n-18 能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。(同 4-s-09)				
基本學習內容	4-nc-18-1 能理解長方形和正方形的周長公式			內容領域	數與量-量與實測
施測後回饋 訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題給定長方形長邊及寬邊的長度，要求學生算出長方形的周長，評量學生利用長方形周長公式解題的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 下面說明如何幫助學生理解長邊及寬邊都是整公分的長方形周長公式，並能直接利用公式解題：</p> <p>步驟 1：先建立學生周界的概念，讓學生比畫出圖形的周界。</p> <p>步驟 2：說明長方形的周界包含 4 條邊，並定義「周長就是周界的長度」，因此長方形 4 條邊的邊長總和，即為長方形的周長。</p> <p>步驟 3：給定長方形的 1 條長邊及 1 條寬邊的長度，剪下長方形，透過對折的方式，讓學生察覺長方形的 2 條長邊及 2 條寬邊分別等長，因此知道長方形的 1 條長邊及 1 條寬邊的長度，即能知道其對邊的長度。</p> <p>步驟 4：以「長為 5 公分，寬為 4 公分的長方形」為例，雖只告知 1 條長邊為 5 公分，1 條寬邊為 4 公分，學生應能知道另 1 條長邊</p>				

也是 5 公分，另 1 條寬邊也是 4 公分。

下面提供三種計算長方形周長的方法：

1. 四條邊的長度加起來就是周長，利用加法  $5+4+5+4=18$  算出答案。

2. 分別算出長邊乘以 2 和寬邊乘以 2 後，再加起來就是周長，可以利用  $5\times 2+4\times 2=18$  算出答案。

這種算法能引出長方形周長公式：「長邊 $\times 2$ +寬邊 $\times 2$ 」。

3. 先算一組長邊和寬邊的和，再乘以 2 就是周長，可以利用  $(5+4)\times 2=18$  算出答案。

這種算法能引出長方形周長公式：「(長邊+寬邊) $\times 2$ 」。



(4)

題目	幾個直角合起來的角度和一個平角的角度一樣大？  ① 8 ② 4 ③ 2 ④ 1				
答案	3	認知歷程向度	CU 概念理解	題型	選擇題
能力指標	4-s-05 能理解旋轉角（包括平角和周角）的意義。				
基本學習內容	4-sc-05-1 能理解旋轉角的意義，並能認識平角及周角。			內容領域	幾何
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題給定直角和平角，要求學生判斷直角和平角角度的倍數關係，評量學生是否掌握直角和平角的意義。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 建議教師透過旋轉角的概念，先利用量角器幫助學生測量平角的角度，知道平角的角度為 180 度；或利用兩組三角板 90 度角併合的方式，幫助學生了解平角和直角的角度關係。</p>				

(5)

<p>題目</p>	<p>一捆彩帶長 <math>15\frac{9}{14}</math> 公尺，做勞作用掉 <math>3\frac{13}{14}</math> 公尺，還剩下多少公尺？</p> <p>① <math>11\frac{10}{14}</math></p> <p>② <math>12\frac{4}{14}</math></p> <p>③ <math>18\frac{22}{28}</math></p> <p>④ <math>19\frac{8}{14}</math></p>				
<p>答案</p>	<p>1</p>	<p>認知歷程向度</p>	<p>PK 程序執行</p>	<p>題型</p>	<p>選擇題</p>
<p>能力指標</p>	<p>4-n-08 能認識真分數、假與帶，熟練的互換，並進行同分母數的比較、加減與整倍計算。</p>				
<p>基本學習內容</p>	<p>4-nc-08-3 能進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算</p>	<p>內容領域</p>	<p>數與量-數與計算</p>		
<p>施測後回饋 訊息</p>	<p><b>評量重點：</b></p> <p>本題是分數減法的文字題，要求學生算出差數，評量學生同分母帶分數減法的計算能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b></p> <p>下面以 <math>15\frac{9}{14} - 3\frac{13}{14}</math> 為例，說明如何幫助學生解題。</p> <p>(1) 先復習 <math>1 = \frac{14}{14}</math>。</p> $15\frac{9}{14} = 15 + \frac{9}{14} = 14 + 1 + \frac{9}{14} = 14 + \frac{14}{14} + \frac{9}{14} = 14 + \frac{23}{14}$ <p>(2) <math>15\frac{9}{14} - 3\frac{13}{14} = 14 + \frac{23}{14} - 3 - \frac{13}{14} = 14 - 3 + \frac{23}{14} - \frac{13}{14} = 11 + \frac{10}{14} = 11\frac{10}{14}</math>。</p> <p>(3) 也可以將橫式的算法改記成直式。</p> $15\frac{9}{14}$				

	$\begin{array}{r} - \quad 3\frac{13}{14} \\ \hline 14\frac{23}{14} \\ - \quad 3\frac{13}{14} \\ \hline 11\frac{10}{14} \end{array}$
--	---

(五) 五年級

1. 依試題參數所示，本年級通過率最低之 5 題

通過率(%)	基本學習內容
17%	5-ac-03-1 能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算
25%	5-nc-18-1 能運用切割重組，理解平行四邊形、三角形及梯形的面積公式。
29%	5-ac-01-1 能運用乘法對加法的分配律簡化計算
30%	5-nc-03-1 能熟練整數四則混合計算
31%	5-nc-05-2 能認識兩數的公倍數與最小公倍數。

2. 試題示例與試題回饋訊息：

(1)

題目	「一份 A 餐要 150 元，買 19 份 A 餐的錢剛好可以買 30 份兒童餐，一份兒童餐賣幾元？」下列哪個算式 <u>不能</u> 算出正確的答案？ ① $150 \times 30 \div 19$ ② $150 \div 30 \times 19$ ③ $150 \times 19 \div 30$ ④ $(150 \times 19) \div 30$				
答案	1	認知歷程向度	PK 程序執行	題型	選擇題
分年細目	5-a-03 能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。				
基本學習內容	5-ac-03-1 能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算		內容領域	代數	
施測後回饋訊息	<b>評量重點：</b> 本題是先乘後除的兩步驟文字題，要求學生選出無法算出答案的算式，評量學生是否理解「先乘後除和先除後乘結果相同」。 <b>補救教學建議：</b> 下面先說明如何幫助學生用併式記錄先乘後減兩步驟問題的解題過程，再說明如何幫助學生理解先乘再除與先除再乘的結果相同。				

一、用併式記錄先除後減兩步驟問題的解題過程。

如果學生無法用併式記錄問題或解題過程，建議教師依下列步驟幫助學生：

步驟一：先用兩個算式記錄解題過程，例如：「 $3528 \div 12 = 294$ 、 $294 \times 6 = 1764$ 」。

步驟二：要求學生將步驟一中的兩個算式，改用一个算式記下來，而且讓別人一看就知道先算了什麼、後算了什麼。

步驟三：幫助學生將兩個算式改記成一個算式，例如：

$(3528 \div 12) \times 6 = 1764$ ，算式中的小括號表示要先計算的部份。

步驟四：告訴學生可以利用「由左往右算」運算次序的約定來省略括號，將算式「 $(3528 \div 12) \times 6 = 1764$ 」改記成「 $3528 \div 12 \times 6 = 1764$ 」。

步驟五：幫助學生將問題記成「 $3528 \div 12 \times 6 = ( )$ 」

二、理解先除再乘與先乘再除的結果相同。

如果學生能用併式「 $3528 \div 12 \times 6 = ( )$ 」記錄問題，但無法將這個併式改記成「 $3528 \times 6 \div 12 = ( )$ 」，建議教師依下列步驟幫助學生：

步驟一：教師布題—「快樂襪子工廠，每天可以生產 3528 雙襪子，他們把每 12 雙襪子裝成一打，6 天共生產多少打襪子？」

步驟二：引導學生先算出「一天可以生產幾打襪子？」，再算「6 天共生產多少打襪子？」，幫助學生用併式「 $3528 \div 12 \times 6 = ( )$ 」把問題記下來。

步驟三：引導學生先算出「6 天可以生產多少雙襪子？」，再算出「這些襪子是多少打？」幫助學生用併式「 $3528 \times 6 \div 12 = ( )$ 」把問題記下來。

步驟四：「 $3528 \div 12 \times 6 = ( )$ 」和「 $3528 \times 6 \div 12 = ( )$ 」都是步驟一題目的問題記錄，是同一個問題的兩種不同算法，所以不

必算出結果就知道它們的答案一定相同，也就是

$$\lceil 3528 \div 12 \times 6 = 3528 \times 6 \div 12 \rceil。$$

教師也可以要求學生分別算出兩個併式的答案，驗證它們的答案相同。

三、下面說明如何幫助學生理解連除兩數和除此兩數之積的結果相同。

如果學生能用併式「 $96 \div 4 \div 8 = ( )$ 」記錄問題，但無法將這個併式改記成「 $96 \div 8 \div 4 = ( )$ 」及「 $96 \div (4 \times 8) = ( )$ 」，建議教師依下列步驟幫助學生：

步驟一：教師布題—「林老師將 96 顆巧克力糖全部平分給 4 組同學，每組各有 8 位同學，每位同學可分得幾顆糖果？」

步驟二：引導學生先算出「每 1 組可以分得幾顆糖果？」，再算「每 1 位同學可以分得幾顆糖果？」，幫助學生用併式「 $96 \div 4 \div 8 = ( )$ 」把問題記下來。

步驟三：引導學生先算出「1 組的 8 位同學可以分得幾顆糖果？」，再算「每一組的同學可以分得幾顆糖果？」幫助學生用併式「 $96 \div 8 \div 4 = ( )$ 」把問題記下來。

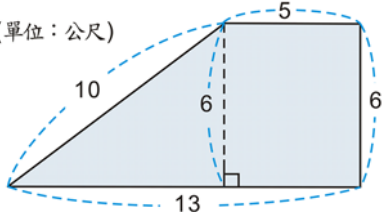
步驟四：引導學生先算出「4 組共有多少位同學？」，再算「每 1 位同學可以分得幾顆糖果？」用併式「 $96 \div (4 \times 8) = ( )$ 」把問題記下來。

因為乘法滿足交換律( $4 \times 8 = 8 \times 4$ )，所以也可以用併式「 $96 \div (8 \times 4) = ( )$ 」把問題記下來。

步驟五： $96 \div 4 \div 8 = ( )$ 、 $96 \div 8 \div 4 = ( )$ 、 $96 \div (8 \times 4) = ( )$ 和  $96 \div (4 \times 8) = ( )$ ，都是步驟一題目的記錄，是同一個問題的幾種不同算法，所以不必算出結果就知道它們的答案應定相同。

教師也可以要求學生分別算出這些併式的答案，驗證它們的答案相同。

(2)

題目	<p>如圖，梯形的面積是多少平方公尺？</p> <p>(單位：公尺)</p>  <p>① 54 ② 90 ③ 108 ④ 180</p>				
答案	1	認知歷程向度	PS 解題與思考	題型	選擇題
能力指標	5-n-18 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。 (同 5-s-05)				
基本學習內容	5-nc-18-1 能運用切割重組，理解平行四邊形、三角形及梯形的面積公式。	內容領域	數與量-量與實測		
施測後回饋 訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題給定梯形上底、下底、高及兩腰的長度，要求學生算出其面積，評量學生利用梯形面積公式解題的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 下面說明先透過長方形面積公式引入平行四邊形面積公式，再透過平行四邊形面積公式引入梯形面積公式的教學方法。 建議教師透過下列步驟幫助學生引入梯形面積公式： 步驟一：透過分割及合成(如下圖)，將平行四邊形轉換成等積異形的長方形，其中長方形的長邊就是平行四邊形的底邊，長方形的寬邊就是平行四邊形的高。 平行四邊形面積＝長方形面積＝長×寬＝底×高。</p>				



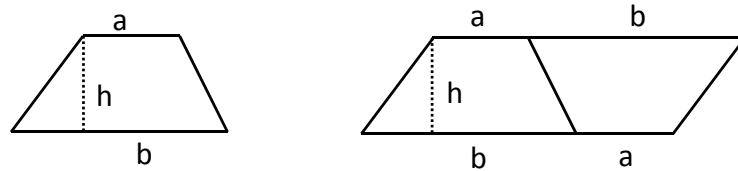
步驟二：透過將兩個全等的三角形拼成平行四邊形的方式，導出三角形面積公式，其中三角形的底就是拼成平行四邊形的底，三角形的高就是拼成平行四邊形的高。

$$\text{三角形面積} = \text{平行四邊形面積} \div 2 = (\text{底} \times \text{高}) \div 2$$



步驟三：透過將兩個全等的梯形拼成平行四邊形的方式，導出梯形的面積公式，其中梯形的「上底+下底」就是拼成平行四邊形的底，三角形的高就是拼成平行四邊形的高。

$$\text{梯形面積} = \text{平行四邊形面積} \div 2 = (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高} \div 2$$



教師們請注意，國小學生無法想到這種解題策略，必須透過教師引導才能導出公式。

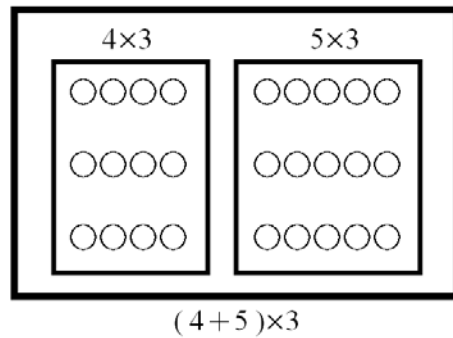


(3)

題目	下列哪個算式是正確的？  ① $1015 \times 8 = (1000 + 15) \times 8 = 1000 \times 8 + 15$ ② $1015 \times 8 = (1000 + 15) \times 8 = 1000 \times 8 + 15 \times 8$ ③ $1015 \times 8 = (1000 + 15) \times 8 = 15 \times 8 + 1000$ ④ $1015 \times 8 = (1000 + 15) \times 8 = 115 \times 8$				
答案	2	認知歷程向度	CU 概念理解	題型	選擇題
能力指標	5-a-01 能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化心算				
基本學習內容	5-ac-01-1 能運用乘法對加法的分配律簡化計算			內容領域	代數
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題給定四個計算兩整數相乘的算式，要求學生選出正確的算式，評量學生利用乘法對加法的分配律簡化計算的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 下面先說明乘法對加法分配律的意義，再說明如何幫助學生理解乘法對加法的分配律，並用算式記錄乘法對加法的分配律。</p> <p>(一)乘法對加法的分配律 a, b、c 是三個正數，乘法對加法的分配律有兩組公式，依乘號與加號的相對位置，乘號在加號右邊時，「<math>(a + b) \times c = a \times c + b \times c</math>」稱為乘法對加法的右分配律，乘號在加號左邊時，「<math>a \times (b + c) = a \times b + a \times c</math>」稱為乘法對加法的左分配律。 當我們將乘法對加法分配律中的加號改記成減號時，運算的公式依然會成立，「<math>(a - b) \times c = a \times c - b \times c</math>」、「<math>a \times (b - c) = a \times b - a \times c</math>」，也就是說，乘法對減法也滿足分配律。</p> <p>(二)理解乘法對加法的分配律 建議教師透過下列說明，幫助學生理解乘法對加法的分配律，並</p>				

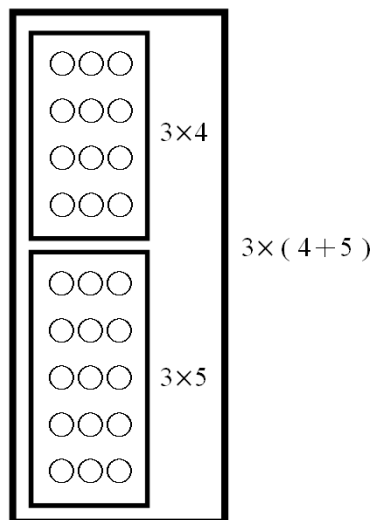
用算式記錄乘法對加法的分配律。

(1)乘法對加法的右分配律



上圖中左邊有  $4 \times 3$  個圓圈，右邊有  $5 \times 3$  個圓圈，合起來有  $(4 \times 3) + (5 \times 3)$  個圓圈，上圖中全部有  $(4 + 5) \times 3$  個圓圈。左邊和右邊合起來的圓圈和全部的圓圈一樣多，可以記成  $(4 \times 3) + (5 \times 3) = (4 + 5) \times 3$ ；全部的圓圈和左邊和右邊合起來的圓圈一樣多，可以記成  $(4 + 5) \times 3 = (4 \times 3) + (5 \times 3)$

(2)乘法對加法的左分配律



上圖中上面有  $3 \times 4$  個圓圈，下面有  $3 \times 5$  個圓圈，合起來有  $(3 \times 4) + (3 \times 5)$  個圓圈，上圖中全部有  $3 \times (4 + 5)$  個圓圈。上面和下面合起來的圓圈和全部的圓圈一樣多，可以記成  $(3 \times 4) + (3 \times 5) = 3 \times (4 + 5)$ ；全部的圓圈和上面和下面合起來的圓圈一樣多，可以記成  $3 \times (4 + 5) = (3 \times 4) + (3 \times 5)$

(4)

題目	算算看， $30 - 12 \div 3 \times 2 - 10 = ?$  ① 2 ② 12 ③ 18 ④ 32				
答案	2	認知歷程向度	PK 程序執行	題型	選擇題
能力指標	5-n-03 能熟練整數四則混合計算。				
基本學習內容	5-nc-03-1 能熟練整數四則混合計算			內容領域	數與量-數與計算
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題是四步驟的四則混合計算問題，要求學生算出答案，評量學生是否掌握「由左往右算」及「先乘除後加減」運算次序的約定。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 下面先說明「多步驟運算次序」的意義，再說明如何幫助學生解題：</p> <p>(一)多步驟運算次序的意義</p> <p>「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」都是摘要的說法，它們不是三個獨立的口訣，它們之間有先後運算的關係，多步驟問題運算次序的約定如下：</p> <p>(a)括號的部份要先算(簡稱為「括號先算」)；</p> <p>(b)當沒有括號的時候，如果加、減、乘、除四種運算符號都存在時，我們要先計算乘和除的部份(簡稱為「先乘除後加減」)；</p> <p>(c)當我們要計算乘和除的部份，而沒有括號時，我們由最</p>				

左邊開始往右邊依序計算；當乘除都算完，只剩下加和減的部份，而沒有括號時，我們由最左邊開始往右邊依序計算(合併簡稱為由左往右算)。

## (二)幫助學生解題

建議教師透過下面的步驟，幫助學生掌握多步驟計算題運算次序的約定。

步驟一：舉例說明兩步驟計算問題的運算次序

兩步驟計算問題只用到「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」其中一個約定。

(a)括號先算：

$$\text{例如：} 13 - (2 + 5) = 13 - 7$$

$$7 \times (5 - 2) = 7 \times 3$$

(b)先乘除後加減：

$$\text{例如：} 5 + 3 \times 4 = 5 + 12$$

$$12 - 6 \div 2 = 12 - 3$$

(c)由左往右算：

$$\text{例如：} 12 + 3 - 5 = 15 - 5$$

$$12 \div 3 \times 2 = 4 \times 2$$

步驟二：舉例說明三步驟計算問題的運算次序

三步驟計算問題同時用到「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」其中兩個約定。

(a)括號先算，再先乘除後加減：

$$\text{例如：} 21 + (2 + 5) \times 2 = 21 + 7 \times 2 = 21 + 14$$

$$42 - 3 \times (7 - 2) = 42 - 3 \times 5 = 42 - 15$$

(b)括號先算，再由左往右算：

$$\text{例如：} 21 - (3 + 5) - 2 = 21 - 8 - 2 = 13 - 2$$

$$12 - 3 - (2 + 5) = 12 - 3 - 7 = 9 - 7$$

(c)先乘除後加減，再由左往右算：

$$\text{例如：} 12 + 3 \times 5 - 4 = 12 + 15 - 4 = 27 - 4$$

$$12 - 3 + 12 \div 2 = 12 - 3 + 6 = 9 + 6$$

步驟三：舉例說明多步驟計算問題的運算次序

多步驟計算問題可能同時用到「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」三個約定。

$$\begin{aligned} \text{例如: } 12 + 6 \times 4 \div (3 + 5) + 7 &= 12 + 6 \times 4 \div 8 + 7 \\ &= 12 + 24 \div 8 + 7 \\ &= 12 + 3 + 7 \\ &= 15 + 7 \end{aligned}$$

步驟四：舉例說明算式中有兩個小括號時，依由左往右算的順序，

先算左邊的小括號，再算右邊的小括號，沒有小括號後，再依先「先乘除後加減」、再「由左往右算」的順序解題。

$$\begin{aligned} \text{例如: } (14 + 16) \times 12 \div (36 - 30) + 215 & \\ &= 30 \times 12 \div (36 - 30) + 215 \\ &= 30 \times 12 \div 6 + 215 \\ &= 360 \div 6 + 215 \\ &= 60 + 215 \\ &= 275 \end{aligned}$$

步驟五：多舉一些例子，幫助學生熟悉「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」運算次序的約定。

(5)

題目	下列哪個數是 6 和 9 的最小公倍數？  ① 3 ② 15 ③ 18 ④ 54				
答案	3	認知歷程向度	PK 程序執行	題型	選擇題
能力指標	5-n-05 能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。				
基本學習內容	5-nc-05-2 能認識兩數的公倍數與最小公倍數。	內容領域	數與量 - 數與計算		
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b></p> <p>本題給定兩整數，要求學生找出這兩數的最小公倍數，評量學生透過列出兩數部分倍數尋找最小公倍數的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b></p> <p>教師請注意，五年級<u>不宜</u>引入短除法求最大公因數及最小公倍數的策略，利用短除法求最大公因數及最小公倍數是六年級的教學重點。</p> <p>下面以「求 8 和 12 的最小公倍數」為例，提出兩種幫助五年級學生解題的方法。</p> <p>方法一：分別列出 8 和 12 的部份倍數。</p> <p>8 的部份倍數：8、16、24、32、40、48、56、64、72、80、88、96.....，</p> <p>12 的部份倍數：12、24、36、48、60、72、84、96.....，</p> <p>再找出兩數的共同倍數有：24、48、72、96.....，其中</p>				

24 是最小公倍數。

方法二：先列出 12 部份的倍數 12、24、36、48、60、72、84、96.....等，再判斷這些數是否為 8 的倍數，例如 24、48、72、96 也是 8 的倍數，所以 24、48、72、96 是 8 和 12 的公倍數，幫助學生簡化求公倍數的解題過程，並判斷兩數的公倍數中，最小公倍數為 24。

(六) 六年級

1. 依試題參數所示，本年級通過率最低之 5 題

通過率(%)	基本學習內容
17%	6-ac-02-1 能將分數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。
23%	6-nc-13-1 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。
24%	6-nc-12-1 能認識速度的意義，並解決生活中的速度問題。
29%	6-nc-10-1 能理解正比的意義，並解決生活中的問題。
29%	6-nc-07-2 能在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)後，再做加、減、乘、除之計算。

2. 試題示例與試題回饋訊息：

(1)

題目	<p>「操場上有男生 600 人，男生人數是女生人數的<math>\frac{3}{5}</math>倍，女生有多少人？」用 <math>a</math> 表示女生人數，請問下列哪個列式和答案都正確？</p> <p>① <math>\frac{3}{5} \div a = 600, a = 360</math>，答：360 人</p> <p>② <math>a \div \frac{3}{5} = 600, a = 360</math>，答：360 人</p> <p>③ <math>a \times \frac{3}{5} = 600, a = 360</math>，答：360 人</p> <p>④ <math>a \times \frac{3}{5} = 600, a = 1000</math>，答：1000 人</p>				
答案	4	認知歷程向度	PK 程序執行	題型	選擇題
能力指標	6-a-02 能將分數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並求解及驗算。				
基本學習內容	6-ac-02-1 能將分數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。	內容領域	代數		
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b></p> <p>本題是分數情境被乘數未知的文字題，要求學生選出正確的列式，評量學生使用未知數列式的能力。</p>				



### 補救教學建議：

#### (1) 國小五年級和六年級用未知數列式教學的重點

國小五年級教學重點是用有未知數符號的算式來列式，限制學生用「 $15+x=23$ 」來記錄問題，再利用加減互逆的概念來解題，學生的解題紀錄是「假設乙給甲  $x$  元， $15+x=23$ ， $23-15=8$ ，答：8 元」。

多數國小五年級學生已習慣直接利用減法「 $23-15=8$ 」來解題，相當排斥用有未知數的符號來列式，教師應要求學生熟悉使用有未知數的符號來列式，為國中列方程式的教學鋪路。


國小六年級教學重點也是用有未知數符號的算式來列式，學生已有使用「 $15+x=23$ 」來列式的經驗，因為六年級引入等量公理，因此必須限制學生改用等量公理來解題，學生的解題紀錄是「假設乙給甲  $x$  元， $15+x=23$ ， $x=23-15$ ， $x=8$ ，答：8 元」。

國小六年級也將用未知數列式的範圍由整數情境延伸至分數情境。

#### (2) 用有未知數符號的算式來列式

當學生有很多利用算式填充題記錄單步驟問題的經驗，例如用算式填充題「 $10+(\quad)=15$ 」記錄「曉華有 10 元，爸爸給了多少元後就有 15 元？」等，並察覺每一個算式填充題，都能找到一個數字，例如找到 5，該數字填入( )內會讓等式  $10+5=15$  成立，就能幫助學生用一個符號來代表這個數字，將要填入( )中的數字用甲或  $x$  來替代，將算式填充題改記成「 $10+甲=15$ 」或「 $10+x=15$ 」，其中的甲或  $x$  是一個已經存在的確定數字，只是當我們沒有算出答案時，不知道該數字是多少。

(2)

題目	桃子 and 梨子共120顆，其中桃子比梨子多12顆，梨子有多少顆？  ① 66 ② 72 ③ 54 ④ 48				
答案	3	認知歷程向度	PS 解題與思考	題型	選擇題
能力指標	6-n-13 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。(同 6-a-04)				
基本學習內容	6-nc-13-1 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。	內容領域	數與量-量與實測		
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b></p> <p>本題給定兩數的和與差，要求學生算出較小的數是多少，評量學生利用常用數量關係解題的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b></p> <p>下面以「甲、乙兩數的和是75，兩數的差是9，如果甲數比乙數大，甲數和乙數分別是多少？」為例，說明如何幫助學生解題。</p> <p>建議教師透過線段圖幫助學生解題：</p> <p>步驟一：畫線段圖表示出甲和乙(圖1)，並與學生溝通線段圖的意義。因為<u>兩數的差</u>是9且甲比乙大，所以甲=乙+9。</p> <div data-bbox="421 1720 919 1845" style="text-align: center;"></div> <p>圖 1</p> <p>步驟二：因為<u>兩數的和</u>是75，圖2中甲(藍+紅)、乙(藍)兩線段的長度總和代表75(藍+紅+藍)，所以75(藍+紅+藍)減9(紅)是乙</p>				

的兩倍(藍+藍)，也就是  
(兩數的和-兩數的差)是乙的2倍。

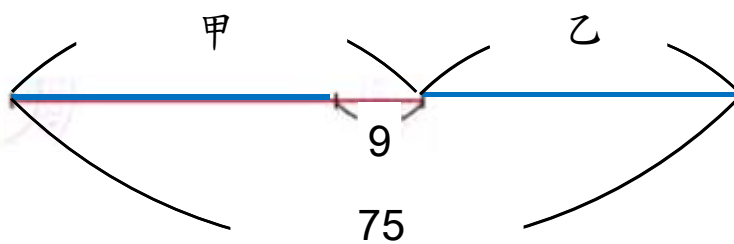


圖 2

步驟三： $75 - 9 = 66$

$$66 \div 2 = 33 \cdots \text{乙數}$$

$$33 + 9 = 42 \cdots \text{甲數}$$

答：甲數是 42，乙數是 33

(3)

題目	環湖自行車道的全長是6公里， <u>小明</u> 以12公里/小時的速度，騎一圈需要多少時間？  ① 30分鐘 ② 50分鐘 ③ 72分鐘 ④ 2小時				
答案	1	認知歷程向度	PS 解題與思考	題型	選擇題
能力指標	6-n-12 能認識速度的意義及其常用單位。				
基本學習內容	6-nc-12-1 能認識速度的意義，並解決生活中的速度問題。	內容領域	數與量-量與實測		
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題給定路長和速度，要求學生算出走完路長所需的時間，評量學生解決生活中速度問題的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 以「甲車的速度是 60 公里/小時，跑 300 公里要花多少時間？」為例，提出四種解題策略，教師可以提供學生這四種解題策略的經驗，但不宜限制學生使用某種解題策略來解題。</p> <p>(1) 單價法： 甲車的速率是 60 公里/小時，也就是甲車每 1 小時跑 60 公里，<math>300 \div 60 = 5</math>，就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。</p> <p>(2) 倍數法： 甲車的速率是 60 公里/小時，也就是甲車每 1 小時跑 60 公里，300 公里是 60 公里的 5 倍，<math>1 \times 5 = 5</math>，就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。</p> <p>(3) 比的加法：</p>				

60 公里/小時 = 60 公里 : 1 小時，

60 公里 : 1 小時

60 公里 : 1 小時

60 公里 : 1 小時

60 公里 : 1 小時

60 公里 : 1 小時

合起來 : 300 公里 : 5 小時

就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

(4) 內項乘內項等於外項乘外項：

60 公里/小時 = 60 公里 : 1 小時，

$60 : 1 = 300 : \square$ ，利用內項乘內項等於外項乘外項，

得到  $60 \times \square = 1 \times 300$ ， $\square = 5$ ，就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

(4)

題目	下表是同一種緞帶長度與價錢的對應表，請問下列敘述何者 <u>錯誤</u> ？														
	長度(公分)	60	90	120	150	180									
	價錢(元)	40	60	80	100	120									
	① 緞帶每公分賣 $\frac{2}{3}$ 元 ② 緞帶30公分賣20元 ③ 緞帶75公分賣50元 ④ 緞帶的長度與價錢 <u>不成</u> 正比例														
答案	4	認知歷程向度	CU 概念理解	題型	選擇題										
能力指標	6-n-10 能理解正比的意義，並解決生活中的問題。														
基本學習內容	6-nc-10-1 能理解正比的意義，並解決生活中的問題。			內容領域	數與量-數與計算										
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題給定物品長度和售價的對應表，要求學生選出長度和售價關係的錯誤描述，評量學生是否掌握成正比例的意義。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 下面以「下列各表中，表1是圓形的半徑與面積的對應表，表2是衣服的件數與價錢的對應表，請問哪一種關係何者成正比」為例，說明如何幫助學生解題。</p> <p style="text-align: center;">表 1</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>半徑(公分)</td> <td>10</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>面積(平方公分)</td> <td>314</td> <td>1256</td> <td>2826</td> <td>5024</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">表 2</p>					半徑(公分)	10	20	30	40	面積(平方公分)	314	1256	2826	5024
半徑(公分)	10	20	30	40											
面積(平方公分)	314	1256	2826	5024											

件數(件)	1	2	3	4
價錢(元)	50	100	150	200

建議教師透過下列步驟幫助學生解題：

步驟一：先溝通當兩組對應量同時改變，而它們的比值不變，我們就說這兩個量成正比。建議用舉例的方式來說明，如：同時刻不同長度的竹竿和對應影子長度

竹竿長(公分)	40	50	60	70	80	90	100
影子長(公分)	20	25	30	35	40	45	50

國小階段可以透過比或比值的方式來表示不同長度的竹竿和對應影子長度的關係。

(1) 利用最簡單整數比『竹竿長：影子長=2：1』來表示：

竹竿和對應影子長度的對應關係可以記成「40：20」、「50：25」、...、「100：50」，它們都是相等的比，可以利用最簡單整數比「竹竿長：影子長=2：1」來表示。

(2) 利用比值「竹竿長：影子長=2」來表示：

「40：20」、「50：25」、...、「100：50」這些相等的比的比值都是 2，可以透過比值「竹竿長：影子長=2」來表示這些相等的比，也可以說成「竹竿長是影子長的 2 倍」。

步驟二：表 1，對應表中圓形的半徑與面積的比值分別為  $\frac{10}{314}$ ， $\frac{20}{1256}$ ， $\frac{30}{2826}$ ， $\frac{40}{5024}$ ，比值都不相等，所以圓形的半徑與面積不成正比。

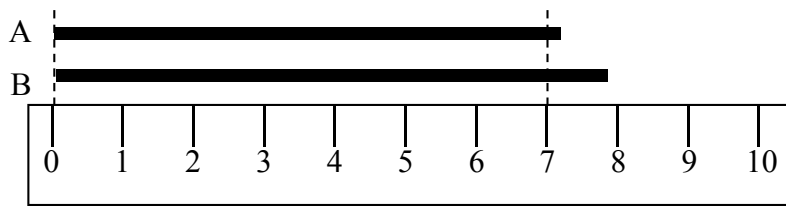
步驟三：表 2，對應表中衣服的件數與價錢的比值分別為  $\frac{1}{50}$ ， $\frac{2}{100}$ ， $\frac{3}{150}$ ， $\frac{4}{200}$  比值化成最簡分數皆為  $\frac{1}{50}$ ，都相等，所以衣服的件數與價錢成正比。

(5)

題目	「甲有41258元，乙有846528元，乙的錢是甲的幾倍？」先用四捨五入法分別取概數到萬位再計算。  ① 21.25 ② 21 ③ 17 ④ 16.8				
答案	1	認知歷程向度	PS 解題與思考	題型	選擇題
能力指標	6-n-07 能在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減、乘、除之估算。				
基本學習內容	6-nc-07-2 能在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)後，再做加、減、乘、除之計算。	內容領域	數與量-數與計算		
施測後回饋 訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題是整數除法概算的文字題，要求學生先以四捨五入法取概數到萬位後再計算，評量學生取概數及整數除法的計算能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 下面以「佳佳公司每日的營業額平均為1358400元，請問5天的營業額約幾萬元？先用四捨五入法取概數到萬位再計算。」為例，說明如何幫助學生解題。 建議教師透過下列步驟幫助學生解題：</p>				



步驟一：透過數線情境，說明四捨五入法取概數的意義



我們用最小刻度是 1 公分的直尺測量兩條繩子的長度時，如果用「無條件捨去法」取概數到個位，剩下不到 1 公分的捨去不算，A、B 兩條繩子的長度取完概數後都是 7 公分；如果用「無條件進入法」取概數到個位，剩下不到 1 公分的也算 1 公分，A、B 兩條繩子的長度取完概數後都是 8 公分。稱上面的 A 繩子長 8 公分，或稱下面的 B 繩子長 7 公分，描述繩長的誤差都很大。

如果繩子的長度比較接近 7 公分，就記成 7 公分，繩子的長度比較接近 8 公分，就記成 8 公分，例如將上面繩子的長度記成 7 公分，下面繩子的長度記成 8 公分，這樣比較接近實際的長度，也是比較公平的記法，數學上稱這種取概數的方法為「四捨五入法」。7.5 公分剛好介於 7 公分和 8 公分之間，四捨五入法約定將 7.5 公分以上(包含 7.5 公分)記成 8 公分，而 7.5 公分以下記為 7 公分。

步驟二：日常生活中用四捨五入法取概數時，常利用「看下一位」的方法來取概數，例如以 1 為單位取概數，當十分位數字是 0，1，2，3，4 時比較接近左邊的整數就捨去，當十分位數字是 5，6，7，8，9 比較接近右邊的整數就進位。

例如 13.76 中的十分位數字為 7，13.76 比較接近 14，四捨五入的結果是 14；13.46 中的十分位為 4，13.46 比較接近 13，四捨五入的結果是 13。

步驟三：先找出 1358400 的萬位數字，得到 1358400 介於 135 萬和 136 萬之間。1358400 比較靠近 136 萬。四捨五入的結果是

136 萬，可以記成 1360000。

也可以透過千位數字來判斷，千位數字是 8，比較靠近 136 萬。四捨五入的結果是 136 萬，可以記成 1360000。

步驟四：接著引導學生求出 5 天的營業額， $136 \text{ 萬} \times 5 = 680 \text{ 萬}$ ，得到 680 萬的答案。

(七) 七年級

1. 依試題參數所示，本年級通過率最低之 5 題

通過率(%)	基本學習內容
18%	7-ac-07-3 列二元一次聯立方程式
20%	7-ac-14-2 二元一次聯立方程式的解與其圖形交點的關係
21%	7-a-13-4 畫二元一次方程式圖形
24%	7-ac-01-3 一元一次式的代數運算
26%	7-nc-14-1 比例式的基本運算

2. 試題示例與試題回饋訊息：

(1)

題目	「有甲、乙兩正整數，甲數與乙數的和為 35，甲數的 2 倍與乙數的 3 倍相同，求甲數和乙數為何？」假設甲數為 $x$ ，乙數為 $y$ ，下列哪組聯立方程式能算出正確的答案？				
	① $\begin{cases} x+y=35 \\ 3x=2y \end{cases}$				
	② $\begin{cases} x=35-y \\ 2x+3y=0 \end{cases}$				
	③ $\begin{cases} x=35+y \\ 2x-3y=0 \end{cases}$				
	④ $\begin{cases} x=35-y \\ 2x-3y=0 \end{cases}$				
答案	4	認知歷程向度	PS 解題與思考	題型	選擇題
能力指標	7-a-07 能理解二元一次聯立方程式，及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次聯立方程式。				
基本學習內容	7-ac-07-3 列二元一次聯立方程式			內容領域	代數
施測後回饋訊息	<b>評量重點：</b> 本題給定含有兩個未知量的文字題，要求學生選出正確的列式，評量				

學生二元一次方程式列式的能力。

**補救教學建議：**

下面以「香蕉一斤  $x$  元，蘋果一斤  $y$  元，若蘋果一斤比香蕉一斤貴 10 元，買了 3 斤蘋果，2 斤香蕉共花了 155 元，依題意可列出二元一次聯立方程式為何？」為例，說明如何幫助學生解題：

(1)「若香蕉 1 斤  $x$  元，蘋果 1 斤  $y$  元，蘋果一斤比香蕉一斤貴 10 元」，可以有下面四種表徵的方式：

①  $y = x + 10$  (蘋果一斤比香蕉一斤貴 10 元，「比」為等號)

②  $y - x = 10$  (蘋果一斤比香蕉一斤貴 10 元，「比」為減號，貴 10 元代表 10)

③  $x = y - 10$  (香蕉一斤比蘋果一斤便宜 10 元，「比」為等號)

④  $x - y = -10$  (香蕉一斤比蘋果一斤便宜 10 元，「比」為減號，便宜 10 元代表 -10)

(2)「香蕉 1 斤  $x$  元，蘋果 1 斤  $y$  元，買了 3 斤蘋果，2 斤香蕉共花了 155 元」，可以有下面三種表徵的方式：

①  $2x + 3y = 155$

②  $2x = 155 - 3y$  (2 斤香蕉費用是 155 元扣除 3 斤蘋果費用)

③  $3y = 155 - 2x$  (3 斤蘋果費用是 155 元扣除 2 斤香蕉費用)

(3) 教師可以在(1)的四種表徵選擇一種，並在(2)的三種表徵選擇一種來組合成二元一次聯立方程式。

(2)

題目	二元一次方程式 $2x+y=15$ 及 $x-2y=0$ 在直角坐標平面上圖形的交點在第幾象限？  ① 第一象限 ② 第二象限 ③ 第三象限 ④ 第四象限				
答案	1	認知歷程向度	PS 解題與思考	題型	選擇題
能力指標	7-a-14 能理解二元一次聯立方程式解的幾何意義				
基本學習內容	7-ac-14-2 二元一次聯立方程式的解與其圖形交點的關係			內容領域	代數
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b></p> <p>本題給定兩個二元一次方程式，要求學生算出它們在直角坐標平面上圖形的交點，評量學生利用二元一次聯立方程式解決問題的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b></p> <p>(1) 先溝通二元一次方程式有無限多組解，將這些解看成有序數對，標示在直角坐標平面上的圖形是一條直線。我們稱二元一次方程式的圖形是一直線。</p> <p>下面以「畫出二元一次方程式 <math>2x-3y=6</math> 在直角坐標平面上的圖形」為例來說明。</p> <p>(a) 先溝通二元一次方程式的解（有無限多組解）符合 <math>2x-3y=6</math> 的解，有 <math>\begin{cases} x=0 \\ y=-2 \end{cases}</math>、<math>\begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases}</math>、<math>\begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases}</math>、...等。</p> <p>(b) 說明可以將這些解看成有序數對如 <math>(0,-2)</math>、<math>(3,0)</math>、<math>(6,2)</math>、...等，標示在直角坐標平面上。</p> <p>(c) 察覺二元一次方程式的解在直角坐標平面上的圖形是</p>				

一條直線。

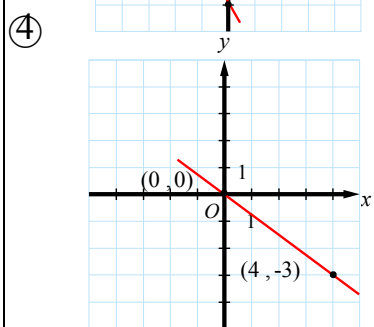
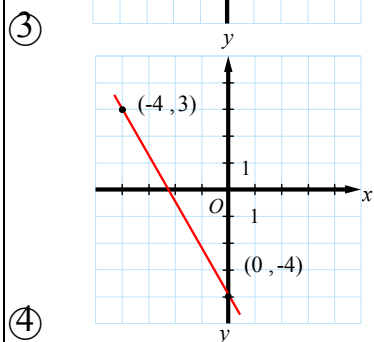
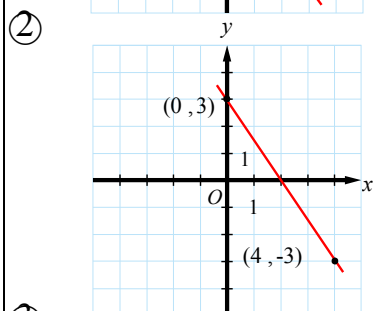
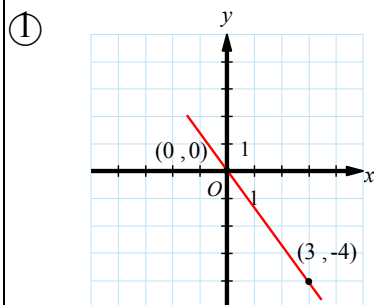
(2) 解二元一次聯立方程式可以得到這兩個方程式的共同解。

共同解形成的有序數對可以標示為直角坐標平面上的點，  
這個點就是兩個二元一次方程式圖形在直角坐標平面上的  
交點。

(3)

題目

下列何者是二元一次方程式  $3x+4y=0$  的圖形？



答案

4

認知歷程向度

CU 概念理解

題型

選擇題

能力指標

7-a-13 能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形。

基本學習內容

7-a-13-4 畫二元一次方程式圖形

內容領域

代數

施測後回饋訊息

**評量重點：**

本題給定一個二元一次方程式，要求學生選擇該方程式的圖形，

評量學生畫二元一次方程式圖形的能力。

**補救教學建議：**

下面以「畫出二元一次方程式  $2x-3y=6$  在直角坐標平面上的圖形」為例，說明如何幫助學生解題。

(1) 先溝通二元一次方程式的解(有無限多組解)

符合  $2x-3y=6$  的解，有  $\begin{cases} x=0 \\ y=-2 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases}$ 、... 等。

(2) 說明可以將這些解看成有序數對如  $(0,-2)$ 、 $(3,0)$ 、 $(6,2)$ 、... 等，標示在直角坐標平面上

(3) 察覺二元一次方程式的解在直角坐標平面上的圖形是一條直線。

(4) 說明兩點可以決定一條直線，因此只要找到兩組解所標出的兩個點，就能描繪出二元一次方程式的圖形。

假設  $x=0$  代入，得到  $-3y=6$ ，則  $y=-2$

假設  $y=0$  代入，得到  $2x=6$ ，則  $x=3$ ；

將  $(0, -2)$ 、 $(3, 0)$  標示在直角坐標平面上，並將兩點連線。



(4)

題目	化簡 $-2(x-5)-10x=?$  ① $-8x-10$ ② $8x+10$ ③ $-12x-10$ ④ $-12x+10$				
答案	4	認知歷程向度	PK 程序執行	題型	選擇題
能力指標	7-a-01 能熟練符號的意義，及其代數運算。				
基本學習內容	7-ac-01-3 一元一次式的代數運算			內容領域	代數
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題給定有一個括號的一元一次式，要求學生選出化簡後的算式，評量學生化簡一元一次式的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>先複習整數的加減運算。</li> <li>去括號的問題：             <ol style="list-style-type: none"> <li><math>a-(b+c)=a-b-c</math>， 多舉一些情境問題，例如：「爸爸有 100 元，先給哥哥 50 元，再給姊姊 30 元，剩下多少元？」，透過可以利用「<math>100-50-30</math>」的方式解題，也可以利用「<math>100-(50+30)</math>」的方式解題，幫助學生察覺 <math>a-(b+c)=a-b-c</math>。</li> <li><math>a-(b-c)=a-b+c</math> 多舉一些情境問題，例如：「甲有 100 元，乙有 50 元，乙給丙 20 元後，甲比乙多幾元？」，透過可以利用「<math>100-(50-20)</math>」的方式解題，也可以利用「<math>100-50+20</math>」的方式解題，幫助學生察覺 <math>a-(b-c)=a-b+c</math>。</li> <li><math>a+b(x-c)</math>，</li> </ol> </li> </ol>				

先複習乘法對減法的分配律， $b(x-c)=bx-bc$ 。

$$10+2(5-3)=10+2\times 5-2\times 3，$$

$$10+2(8-3)=10+2\times 8-2\times 3，x 可以代表任意的數，$$

$$\text{所以 } 10+2(x-3)=10+2\times x-2\times 3。$$

$$(4) a-b(x-c) = a - [b(x-c)] = a - [bx-bc] = a - bx + bc。$$

## 2. 同類項合併的問題：

$$(1) 5+5=5\times 2，7+7=7\times 2，x 可以代表任意的數，$$

$$\text{所以 } x+x=x\times 2=2x。$$

$$2x+3x=(x+x)+(x+x+x)=x\times 5=5x；$$

$$5x-3x=(x+x+x+x+x)-(x+x+x)=x\times 2=2x。$$

(2) 可將  $x$  視為一個單位進行運算，

$$5 \text{ 個 } x \text{ 加上 } 3 \text{ 個 } x \text{ 等於 } 8 \text{ 個 } x，\text{所以 } 5x+3x=8x；$$

$$5 \text{ 個 } x \text{ 拿走 } 3 \text{ 個 } x \text{ 等於 } 2 \text{ 個 } x，\text{所以 } 5x-3x=2x。$$

(5)

題目	若 $(x+4):8=x:12$ ，則 $x=?$  ① 12 ② -12 ③ $\frac{12}{5}$ ④ $-\frac{12}{5}$				
答案	2	認知歷程向 度	PS 解題與思 考	題型	選擇題
能力指標	7-n-14 能熟練比例式的基本運算				
基本學習內 容	7-nc-14-1 比例式的基本運算		內容領域	數與量	
施測後回饋 訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題給定含有一個未知數的比例式，要求學生算出未知數的值，評量學生比例式運算解題的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b> (1) 先說明<math>a:b=c:d</math>，即<math>a:b</math>和<math>c:d</math>的比值相等，由<math>a:b=c:d \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{c}{d}</math>，比值相等 <math>\Rightarrow \frac{a \times d}{b \times d}=\frac{c \times b}{d \times b}</math>，通分 <math>\Rightarrow a \times d=c \times b</math>，分子相等， 得到當「<math>a:b=c:d</math>」成立時，「<math>a \times d=c \times b</math>」也成立。我們稱「比例式的外項乘積等於內項乘積」。</p> <p>(2) 下面以「<math>24:x=16:6</math>」為例，說明如何求<math>x</math>的值。 <math>24 \times 6=16 \times x</math>，可以得到<math>x=9</math>。</p>				

(八) 八年級

1. 依試題參數所示，本年級通過率最低之 5 題

通過率(%)	基本學習內容
16%	8-ac-09-2 一元二次方程式的解或根。
18%	8-ac-08-2 十字交乘法作整係數二次多項式的因式分解
20%	8-ac-04-2 整係數多項式的乘法運算
21%	8-nc-03-2 根式的化簡
24%	8-ac-07-2 提公因式作因式分解。

2. 試題示例與試題回饋訊息：

(1)

題目	關於一元二次方程式 $(x+4)^2=0$ 的兩根，下列敘述何者正確？ ① 一根小於 0、一根大於 0 ② 其中一個根為 0 ③ 兩根都大於 0 ④ 兩根都小於 0				
答案	4	認知歷程向度	PK 程序執行	題型	選擇題
能力指標	8-a-09 能在具體情境中認識一元二次方程式，並理解其解的意義。				
基本學習內容	8-ac-09-2 一元二次方程式的解或根。		內容領域	代數	
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題給定<math>(x+p)^2=0</math>的方程式，要求學生選出兩根關係的正確敘述，評量學生是否掌握一元二次方程式根的意義。</p> <p><b>補救教學建議：</b> 下面以「求<math>(x-2)(x+3)=0</math>的解」為例，說明如何幫助學生解題。 (1)複習方程式解的意義。 將<math>x=a</math>代入方程式之後，能讓等號成立，稱<math>a</math>為方程式的解。 一元一次方程式「<math>x-1=0</math>」，<math>x=1</math>代入得到<math>1-1=0</math>，會讓方程式成立，所以「1」是方程式「<math>x-1=0</math>」的解。</p>				

(2)復習如何求一元一次方程式的解

$x+a=0$  的解為  $-a$ ， $x-b=0$  的解為  $b$ 。

(3)說明「且」與「或」的意義。

2 的倍數：2、4、6、8、10；3 的倍數：3、6、9。

同時是 2 的倍數和 3 的倍數的數是 6，數學上稱 6 為 2 且 3 的倍數。

可以是 2 的倍數，也可以是 3 的倍數的數有 2、3、4、6、8、9、10。數學上稱這些數為 2 或 3 的倍數。

(4) $(x-2)(x+3)=0$ ，當  $x-2=0$ ，也就是  $x=2$  代入方程式會讓等號成立，所以 2 是方程式的解；當  $x+3=0$ ，也就是  $x=-3$  代入方程式會讓等號成立，所以  $-3$  也是方程式的解。

(5)2 是方程式的解， $-3$  也是方程式的解，所以  $(x-2)(x+3)=0$  的解為「 $x=2$  或  $x=-3$ 」。

(6)舉一些形如  $(x+a)(x-b)=0$  或  $(x+a)^2=0$  的例子，幫助學生解題。

(2)

題目	若 $4x^2+4x-3=(2x+b)(2x+d)$ ，則 $b+d=?$				
	① 2 ② 4 ③ -2 ④ -4				
答案	1	認知歷程向度	PK 程序執行	題型	選擇題
能力指標	8-a-08 能利用乘法公式與十字交乘法做因式分解				
基本學習內容	8-ac-08-2 十字交乘法作整係數二次多項式的因式分解		內容領域	代數	
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b></p> <p>本題給定二次項係數不為 1 的多項式，要求學生將其因式分解，評量學生利用十字交乘法因式分解的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b></p> <p>以「<math>x^2-5x-6</math>」為例，說明如何幫助學生利用十字交乘法作整係數二次多項式的因式分解。</p> <p>(1) 有很多因式分解 <math>x^2-5x-6</math> 的方法，建議教師將教學重點放在利用十字交乘法解題上。</p> <p>(2) 複習乘法公式，<math>(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab=x^2-5x-6</math></p> <p>(3) 透過比較係數，幫助學生察覺 <math>a+b=-5</math>，<math>ab=-6</math>。</p> <p>(4) 先幫助學生找出 <math>a</math> 和 <math>b</math> 的整數解，<math>a=-6</math>，<math>b=1</math>，再幫助學生利用十字交乘的想法，更有效率的求出 <math>a</math> 和 <math>b</math> 的整數解。</p> <p>(5) 多舉一些一次項及常數項分別為正數及負數的例子，幫助學生精熟。</p>				

(6) 再舉一些二次項係數不為 1 的二次多項式的例子說明。

(3)

題目	關於甲、乙、丙三個多項式計算的結果，下列選項何者正確？  甲： $(-x)(-3x)$ 乙： $x^2+x^2+x^2$ 丙： $3x^2 \cdot x$  ① 只有甲和乙的結果相同 ② 只有乙和丙的結果相同 ③ 只有甲和丙的結果相同 ④ 甲、乙、丙的結果都不相同				
答案	1	認知歷程向度	PK 程序執行	題型	選擇題
能力指標	8-a-04 能熟練多項式的加、減、乘、除四則運算				
基本學習內容	8-ac-04-2 整係數多項式的乘法運算			內容領域	代數
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b></p> <p>本題給定多項式相加或相乘的三個算式，要求學生找出答案相同的算式，評量學生多項式加、乘運算的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b></p> <p><b>(一)同類項合併的問題：</b></p> <p>1、<math>5+5=5 \times 2</math>，<math>7+7=7 \times 2</math>，<math>x</math> 可以代表任意的數， 所以 <math>x+x=x \times 2=2x</math> <math>2x+3x=(x+x)+(x+x+x)=x \times 5=5x</math> <math>5x-3x=(x+x+x+x+x)-(x+x+x)</math> <math>=x+x=x \times 2=2x</math></p> <p>2、可將 <math>x</math> 視為一個單位進行運算， 5 個 <math>x</math> 加上 3 個 <math>x</math> 等於 8 個 <math>x</math>，所以 <math>5x+3x=8x</math>。</p>				



5 個  $x$  拿走 3 個  $x$  等於 2 個  $x$ ，所以  $5x - 3x = 2x$ 。

(二)乘積的問題：

$5 \times 5 = 5^2$ ， $7 \times 7 = 7^2$ ， $x$  可以代表任意的數，

所以  $x \times x = x^2$

$5^2 \times 5 = 5^3$ ， $7^2 \times 7 = 7^3$ ， $x$  可以代表任意的數，

所以  $x^2 \times x = x^3$

(4)

題目	化簡 $3\sqrt{8}+2\sqrt{2}=?$  ① $5\sqrt{10}$ ② $12\sqrt{2}$ ③ $8\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{8}+2\sqrt{2}$				
答案	3	認知歷程向度	PK 程序執行	題型	選擇題
能力指標	8-n-03 能理解根式的化簡及四則運算。				
基本學習內容	8-nc-03-2 根式的化簡	內容領域	數與量		
施測後回饋訊息	<p><b>評量重點：</b> 本題給定兩根式相加的算式，要求學生算出答案，評量學生根式化簡的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b>          (1)練習簡單根式的化簡，例如：<math>\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{2^2 \times 2} = 2\sqrt{2}</math>。          (2)講解同類根式的意義，例如：<math>\sqrt{8}</math> 和 <math>2\sqrt{2}</math>、<math>\sqrt{2}</math> 是同類根式。          (3)講解同類根式的運算關係，例如：<math>2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}</math>。          (4)練習較大數字同類根式的運算關係，例如：  <math>\sqrt{12} + \sqrt{27} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}</math>。</p>				

(5)

<p>題目</p>	<p>因式分解 <math>5x^2 + x(-2x + 4) = ?</math></p> <p>① <math>x(3x + 4)</math></p> <p>② <math>x(3x - 4)</math></p> <p>③ <math>-3x(x + 4)</math></p> <p>④ <math>-3x(x - 4)</math></p>				
<p>答案</p>	<p>1</p>	<p>認知歷程向度</p>	<p>PK 程序執行</p>	<p>題型</p>	<p>選擇題</p>
<p>能力指標</p>	<p>8-a-07 能利用提公因式法分解二次多項式。</p>				
<p>基本學習內容</p>	<p>8-ac-07-2 提公因式作因式分解。</p>		<p>內容領域</p>	<p>代數</p>	
<p>施測後回饋訊息</p>	<p><b>評量重點：</b></p> <p>本題給定二次多項式，要求學生作因式分解，評量學生利用提公因式作因式分解的能力。</p> <p><b>補救教學建議：</b></p> <p>下面以「因式分解 <math>5x^2 + x(-2x + 4) = ?</math>」為例，說明如何幫助學生解題。</p> <p>(1)幫助學生將該多項式乘開合併後化簡成 <math>ax^2 + bx</math> 的二次多項式。</p> $5x^2 + x(-2x + 4) = 5x^2 - 2x^2 + 4x = 3x^2 + 4x$ <p>(2)再要求學生將 <math>ax^2 + bx</math> 改記回 <math>x(ax + b)</math>。</p> $3x^2 + 4x = 3x \cdot x + 4x = x(3x + 4)$				