

作答說明：

1. 本試卷題目共三頁，有選擇題(單選)、填充題及非選擇題，總計 20 題，總分 100 分。
2. 請將答案填寫在答案卷中。
3. 非選擇題需包含完整的推論過程，只有答案將不予計分。
4. 本試卷圖形非依實際比例繪製，僅供參考。

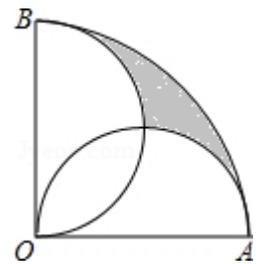
一、選擇題 (每題 3 分，共 18 分)

1. $|8-2|$ 在數線上表示 8 和 2 之間的距離，請問下列四個選項中，哪一個選項的 x 值，在數線上找不到？
 (A) $|x+5|=5$ (B) $|x+5|-|x-2|=8$ (C) $|x+5|-|x-2|=3$ (D) $|x+5|=|x-2|$

2. 已知 $x^2 - y^2 = 60$ ，且 x, y 皆為正整數，則 $x - y$ 可能為下列何者？
 (A) 4 (B) 6 (C) 10 (D) 12

3. 計算 $2020 \times 20222022 - 2022 \times 20202019 = ?$
 (A) 2019 (B) 2020 (C) 2021 (D) 2022

4. 如圖(一)，扇形 OAB 中， $\overline{OA} = 2$ 公分， $\angle AOB = 90^\circ$ ，志赫分別以 \overline{OA} 、 \overline{OB} 為直徑作半圓，請問圖中陰影部分之面積為多少平方公分？



圖(一)

- (A) $\frac{\pi}{2} - 1$ (B) $\frac{\pi}{2} + 1$ (C) 1 (D) $\frac{\pi}{2}$

5. 有 50 位學生排成一列，依序從 1 號開始報數至 50 號，阿部寬老師用特殊規律的方式篩選學生，最後一位留下來的學生可以獲得獎品。選取的方式如下：

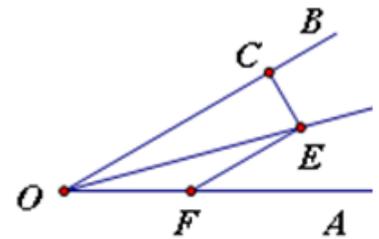
- (1) 第一輪從 1 號開始挑出來刪除，依序將整列學生以每隔一人刪除一人的方式來篩選，直至輪完 50 位學生。
- (2) 第二輪從第一輪剩餘學生的最小號碼開始刪除，同樣每隔一人刪除一人，直至輪完所有的第一輪剩餘學生。
- (3) 依此規律的進行篩選，直到剩下一名學生為止。

請問獲得獎品的學生號碼為幾號？

- (A) 13 號 (B) 16 號 (C) 24 號 (D) 32 號

6. 如圖(二)， $\angle AOE = \angle BOE = 15^\circ$ ， $\overline{EF} \parallel \overline{OB}$ ， $\overline{EC} \perp \overline{OB}$ ，若 $\overline{EC} = 2$ ，則 $\overline{EF} = ?$

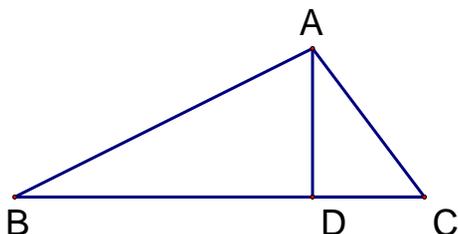
- (A) $2\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) 4 (D) 4.5



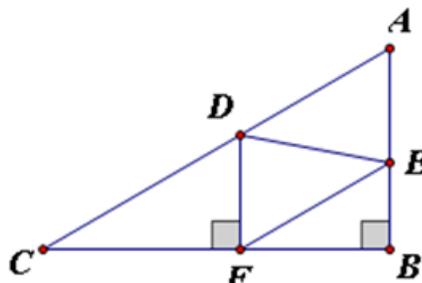
圖(二)

二、填充題 (每題 5 分，共 50 分)

1. 如圖(三)， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 2\angle B$ ，且 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，若 $\overline{AC} = 10$ 、 $\overline{CD} = 6$ ，則 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



圖(三)



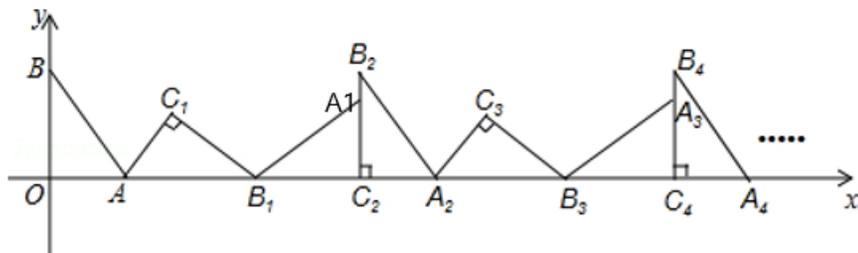
圖(四)

2. 如圖(四)， $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AC} = 60$ ， $\overline{AB} = 30$ 。 D 點是 \overline{AC} 上可以移動的點，過 D 點作 $\overline{DF} \perp \overline{BC}$ 於 F ，再過 F 點作 $\overline{EF} \parallel \overline{AC}$ ，交 \overline{AB} 於 E 點。若四邊形 $A E F D$ 為菱形，則 $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

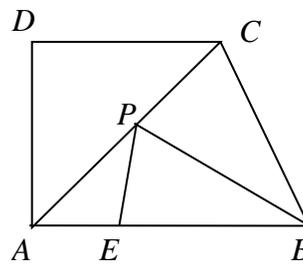
3. 計算 $(1 + \frac{1}{1 \times 3})(1 + \frac{1}{2 \times 4})(1 + \frac{1}{3 \times 5}) \times \dots \times (1 + \frac{1}{108 \times 110})$ 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 如圖(五)，直角坐標平面上，宮泯將 $\triangle ABO$ 繞點 A 順時針旋轉到 $\triangle AB_1C_1$ 的位置，點 B 、 O 分別落在點 B_1 、 C_1 處，點 B_1 在 x 軸上，再將 $\triangle AB_1C_1$ 繞點 B_1 順時針旋轉到 $\triangle A_1B_1C_2$ 的位置，點 C_2 在 x 軸上，將 $\triangle A_1B_1C_2$ 繞點 C_2 順時針旋轉到 $\triangle A_2B_2C_2$ 的位置，點 A_2 在 x 軸上，依次進行下去...

若 A 、 B 兩點之坐標分別為 $A(\frac{5}{3}, 0)$ 、 $B(0, 4)$ ，則點 B_{110} 之 x 坐標為_____。



圖(五)



圖(六)

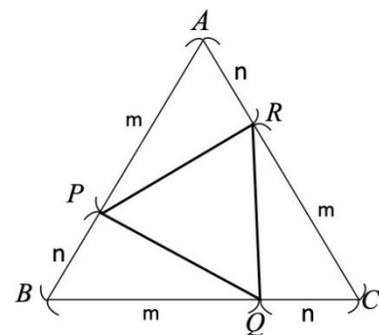
5. 如圖(六)，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 6$ ，對角線 \overline{AC} 平分 $\angle BAD$ ， E 點在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AE} = 2$ ($\overline{AE} < \overline{AD}$)，點 P 是 \overline{AC} 上的動點，則 $\overline{PE} + \overline{PB}$ 之最小值為_____。
6. 若正整數 a 、 b 、 c 滿足 $ac + bc = 36$ ， $ac + ab = 19$ ，則 $c - b - a =$ _____。
7. 假設小屏的生日 A 月 B 日，9天過後是 C 月 D 日(例如，如果小明是3月18日出生，則 $A = 3$ ， $B = 18$ ， $C = 3$ ， $D = 27$)。已知 $A + B = 2(C + D)$ ，則 $2A + B =$ _____。
8. 阿瑋家中的口罩有藍、黃兩色，今將這些口罩平分給三個孩子(顏色不限)，已知老大的藍色口罩與老二的黃色口罩數量相同，老三的藍色口罩為全部藍色口罩總數的 $\frac{3}{7}$ ，則全部黃色口罩總數為全部口罩總數的_____倍。
9. 已知 a 為正整數，使得 $24a + 75$ 為 $4a + 5$ 的倍數，則滿足條件的 a 值總和為_____。
10. 在一圓周上有1200個相異點，今任取一點並標示上1，然後依順時針方向在此點之後，數「2」個點並在第2個點上標示2，然後數「3」個點，並在第3個點上標示3，即在標示上1與標示上3的中間有四個點。依此方式在圓周上分別標示出1, 2, 3, ..., 912，此時在圓周上有些點可能被標示出好幾個數，有些點可能沒被標示到。圓周上被標示出912的那個點，可能被標示出好幾個不同的數，其中最小的數是_____。

三、非選擇題 (每題 8 分，共 32 分) (請將完整推論過程寫在答案卷上，只有答案將不予計分。)

1. 如圖(七)，在正三角形 ABC 的三邊上分別取 P 、 Q 、 R 三點，使得 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = m$ ， $\overline{BP} = \overline{AR} = \overline{CQ} = n$ ，且 $m > n$ ，接著將 P 、 Q 、 R 三點兩兩連接後得到 $\triangle PQR$ 。

請回答以下問題：

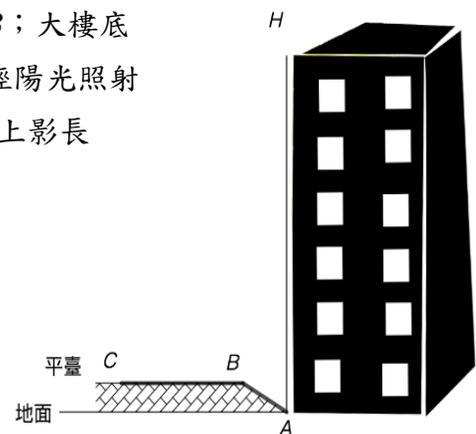
- (1) 請完整說明 $\triangle PQR$ 為正三角形的理由。
- (2) 已知 $\triangle PQR$ 的面積： $\triangle ABC$ 的面積 $= 7 : 25$ ，請問 $m : n = ?$



圖(七)

2. 如圖(八)，在一棟大樓旁的地面有觀景平台與斜坡造景，平台與斜坡的交界點為 B ；大樓底端、地面與斜坡底端的交界點為 A ，且斜坡 (\overline{AB}) 與地面夾角為 30° 。已知大樓在經陽光照射後，它的影子從 A 點延伸到 C 點，此時某人測量出斜坡上影長 $\overline{AB} = 5$ 公尺，平台上影長 $\overline{CB} = 12$ 公尺，從 C 點觀測大樓頂端 H 點的仰角為 60° ，請回答下列問題：

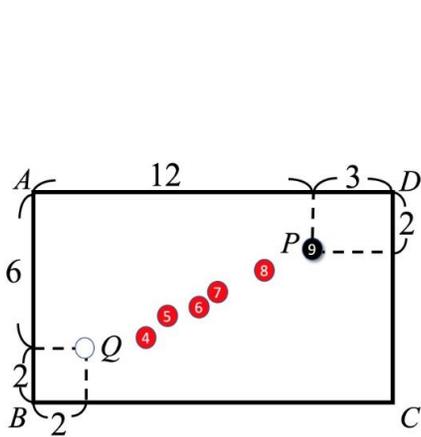
- (1) \overline{CB} 這段影子長所對應的大樓原始高度為多少公尺？
- (2) 整棟大樓高度 \overline{AH} 為多少公尺？



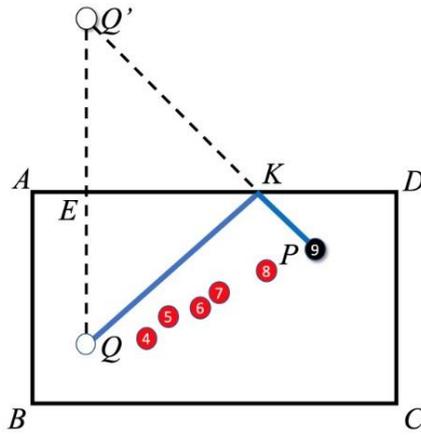
圖(八)

3. 如圖(九)，矩形 $ABCD$ 是一張撞球桌，檯面上有 7 顆球，白球 Q 與 9 號球 P 之間被其他號碼球所阻擋。現在要求擊出白球後，白球在桌面上以直線前進且不碰到其他號碼球又要能準確碰到 9 號球 P 。請回答以下問題：

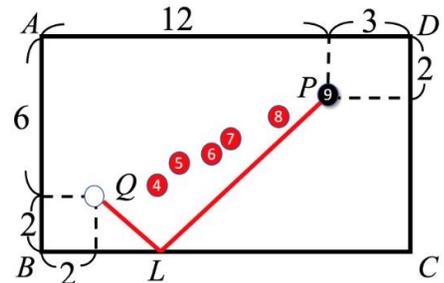
- (1) 小婷提出她的作法：「如圖(十)，以 AD 為對稱軸，找到白球 Q 的對稱點 Q' ，連接 $Q'P$ ，設 $Q'P$ 交 AD 於 K 點，將白球 Q 瞄準 K 點擊出，白球 Q 就能順利碰到 9 號球 P 」，已知小婷的作法是正確的，依據小婷的作法，請問白球行進的總長度($\overline{QK} + \overline{KP}$)為何？請寫出計算過程。
- (2) 小毅提出他的作法：「如圖(十一)，把白球 Q 往 BC 邊上的 L 點擊出，白球就能順利碰到 9 號球 P 」。如果小毅的作法也是正確的，請問 \overline{LC} 長度為何？請寫出計算過程。



圖(九)

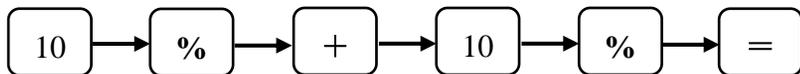


圖(十)



圖(十一)

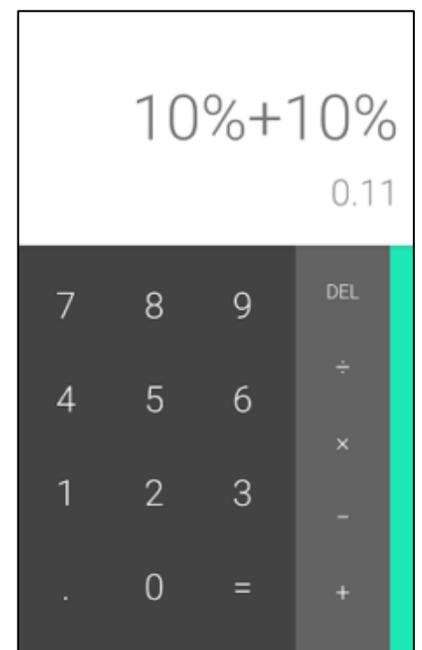
4. 我們經常利用手機內建的計算機程式來作簡易計算，例如：想計算「 $10\% + 10\% = ?$ 」，可以依序輸入



此時螢幕顯示如右圖(十二)，小明發現計算機顯示的結果是 0.11，與實際透過數的四則運算之計算結果「 $10\% + 10\% = 0.2$ 」不相符。

為了理解計算機的運算方法，小明嘗試猜測其運算形式，他輸入了 5 個不同的算式，得到的結果如下表：

輸入算式	螢幕顯示結果
$200 \rightarrow + \rightarrow 10 \rightarrow \% \rightarrow =$	220
$200 \rightarrow + \rightarrow 20 \rightarrow \% \rightarrow =$	240
$200 \rightarrow + \rightarrow 30 \rightarrow \% \rightarrow =$	260
$200 \rightarrow + \rightarrow 40 \rightarrow \% \rightarrow =$	280
$200 \rightarrow + \rightarrow a \rightarrow \% \rightarrow =$?



圖(十二)

根據上述情境，請回答下列問題：

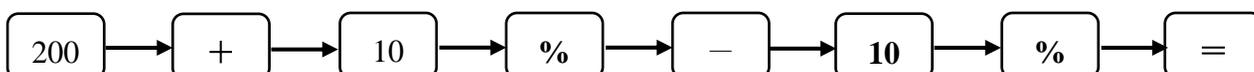
- (1) 如果 a 為任意數，輸入 $200 \rightarrow + \rightarrow a \rightarrow \% \rightarrow =$ ，

那麼螢幕顯示的結果會符合下列哪個四則運算的算式？

- (A) $200 + 0.01a$ (B) $200 + 0.01a \times 2$ (C) $200 + 200 \times 0.01a$ (D) $200 + 200 \times a$

- (2) 輸入 $10 \rightarrow \% \rightarrow + \rightarrow 10 \rightarrow \% \rightarrow =$ ，螢幕顯示結果為 0.11，請寫出一個與之相符的四則運算的算式來描述計算機的運算結果。

- (3) 小明在餐廳用餐後到櫃檯結帳，店員根據他用餐品項標價 200 元，在計算機輸入『 $200 + 10\% - 10\% =$ 』，



他按照螢幕顯示的結果付帳，請問小明結帳的金額會比 200 元多或少呢？請完整說明你推論的過程。

【試題結束】