

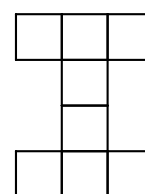
臺南市 112 年公私立國民中學數學競賽八年級試題

作答說明：

1. 本試卷題目共三頁，有選擇題(單選)、填充題及非選擇題，總計 20 題，總分 100 分。
2. 請將答案填寫在答案卷中。
3. 非選擇題需包含完整的推論或計算過程，只有答案將不予計分。
4. 本試卷圖形非依實際比例繪製，僅供參考。

一、選擇題：每題 3 分，共 18 分。

1. 已知 a 、 b 兩數為異號數，且 $|a|=4$ ， $|-b|=5$ ，請問 $|-a| \times (-7) - a \times b + |b| = ?$
(A) 45 (B) -3 (C) -13 (D) -43
2. 將 24 小時換算成秒數後，以科學記號表示可記為 $a \times 10^n$ (秒)，
已知 m 為不大於 a 的最大整數，請問 $m+n = ?$
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13
3. 已知甲數的相異質因數為 2, 3, 7，乙數的相異質因數為 5, 7, 13，請問
下列哪個選項可能是甲乙兩數的最大公因數？
(A) 42 (B) 77 (C) 105 (D) 343
4. 數線上有 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ 相異三點，已知 $|a-b| - |a-c| = |c-b|$ ；
甲、乙兩人關於 A 點、 B 點、 C 點在數線上的位置關係說明如下：
甲：若 C 點在 A 點的右邊，則 B 點也會在 A 點的右邊。
乙：若 A 點在 C 點的右邊，則 C 點也會在 B 點的右邊。
請問關於 甲、乙兩人的說明，下列選項何者正確？
(A) 甲、乙都正確 (B) 甲正確、乙錯誤 (C) 甲錯誤、乙正確 (D) 甲、乙都錯誤
5. 有一列數字依序為 7, 10, 17, 27, 44, ……，此列數字的規律為「從第三個數開始的每一個數是前面兩個數的和」。已知第 2001 個數到第 2023 個數的和為 n ，請問 n 除以 4 的餘數為多少？
(A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0
6. 將 1、3、6、7、-1、-3、-6、-7 這八個數分別填入右圖的方格中，
讓直行四個數的和為 a ，且每個橫列三個數的和也都為 a ，請問 a 的
最大值為何？
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3



二、填充題：每題 5 分，共 50 分。

1. 已知正整數 a 有 7 個因數，則 a 的最小值是_____。
2. 已知 $1+3+3^2+3^3+3^4+\dots+3^{2023}=k$ ，則 k 的個位數字為_____。
3. 已知數線上有 $A(a)$ 、 $B(b)$ 兩點，且 a 、 b 兩數互為相反數，若將 A 點向左移動 3 個單位長至 C 點，將 B 點向右移動 7 個單位長至 D 點，則 C 、 D 兩點的中點坐標為_____。
4. 有四個整數，任取其中三個數相加，其和分別為 -30 、 -2 、 16 及 28 ，則這四個整數中最小的數為_____。
5. 自強號列車長 150 公尺，莒光號列車長 120 公尺，兩列車相向行駛，坐在莒光號上的人見自強號整個列車經過窗口的時間為 6 秒，則坐在自強號上的人見莒光號整個列車經過窗口的時間為_____秒。
6. 已知 a 、 b 、 c 、 d 、 e 為 5 個相異的正整數，且 $a < b < c < d < e$ ，如果 $a+b+c+d+e=112$ ，則 $a+b+c$ 的最大值為_____。
7. 將 1、2、3、4、5、7、8、9 這八個數字排成一個八位數，每個數字只能出現一次，且這個八位數恰好是 11 的倍數，則此八位數的最大值為_____。
8. 已知某些二位數符合以下兩個條件：
(1) 個位數字的 2 倍減去十位數字的差大於 4。
(2) 十位數字的 3 倍數與個位數字的和小於 20。
這些二位數的最大值及最小值分別為 a 、 b ，則 $a+b$ 之值為_____。
9. 已知 $a = \underbrace{555\dots5}_{\text{共2023個5}}$ ，則 a 除以 13 的餘數為_____。
10. 從連續正奇數 1, 3, 5, 7, ..., 47, 49 中選出 m 個數，使得這些數當中的每一個數都不是另一個數的倍數，則 m 的最大值為_____。

三、非選擇題：每題 8 分，共 32 分。

※ 請將完整推論或計算過程寫在答案卷上，只有答案不予計分。

1. 將整數 1~13 分成兩組（每組至少有 1 個數），假設第一組數的總和為 a ，

第二組數的總和為 b 。已知 $\frac{a}{b}=k$ ， k 為整數，請問 k 所有可能值為多少？

2. (1) 已知 108 恰好等於三個連續正整數之和，請問這三個連續正整數分別為多少？

(2) 已知正整數 n 恰好等於二個連續正整數之和，且也等於三個連續正整數之和，則小於 2023 並滿足上述條件的 n 共有幾個？

3. 如果將每個正整數與「它的各位數字和」加總並記錄，那麼會得到

一個對應的數值，例如：因為 345 的各位數字和為 $3+4+5=12$ ，所以 345 與

「它的各位數字和」加總，得到 $345+12=357$ 。請回答下列問題：

(1) 將正整數 2023 依上面的加總方法並紀錄，得到對應數值為多少？

(2) 設 n 為正整數，如果 n 與「它的各位數字和」加總，得到對應數值 113，那麼所有符合的正整數 n 有哪些？請完整列出。

4. 小光和小強在一條東西向的人行步道上練習跑步，約好一起練習的小美抵達步道時，小光的位置在小美西邊 147 公尺處、小強的位置在小美東邊 112 公尺處，看到小美後他們兩人同時相向而行，小光的移動速率為每秒 3 公尺、小強的移動速率為每秒 2 公尺，請回答下列問題：

(1) 已知兩人移動時小美停留在原地，且 m 秒之後小光和小強出現在小美的同一側，請問 m 的最小整數值為何？

(2) 小光和小強在移動 n 秒之後停了下來（ n 為整數），此時他們之間的距離為 1 公尺，請問 n 之值為何？