

作答說明：

1. 本試卷題目共三頁，有選擇題(單選)、填充題及非選擇題，總計 20 題，總分 100 分。
2. 請將答案填寫在答案卷中。
3. 非選擇題需包含完整的推論過程，只有答案將不予計分。
4. 本試卷圖形非依實際比例繪製，僅供參考。

### 一、選擇題 (每題 3 分，共 18 分)

1. 阿南班上最近得流感的同學很多，某個星期有 5 天上課日，請病假的人數分別為：週一 12 人、週二 7 人、週三 9 人、週四 8 人、週五 11 人，假設該星期每天都請病假的學生有  $x$  人，請問阿南班上在該星期請過病假的總人數最多有幾人？  
(A)  $47-x$  (B)  $47-3x$  (C)  $47-4x$  (D)  $47-5x$
2. 在坐標平面上，下列哪個方程式的圖形與  $3x+4y=12$ 、 $4x+3y=12$  的圖形所圍出的三角形面積**最大**？  
(A)  $y=0$  (B)  $y=1$  (C)  $y=3$  (D)  $y=4$
3. 已知  $a$ 、 $b$  皆為正數，若  $a+b=7$ 、 $\sqrt{a}-\sqrt{b}=1$ ，則  $a^2+b^2=?$   
(A) 31 (B) 40 (C) 47 (D) 67
4. 若兩數  $a$ 、 $b$  滿足  $(a+\sqrt{a^2+1})(b+\sqrt{b^2+1})=1$ ，則  $a$ 、 $b$  兩數的關係為下列何者？  
(A)  $a \times b = 1$  (B)  $a + b = 0$  (C)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$  (D)  $a^2 + b^2 = 0$

【請閱讀下列敘述後，回答 5~6 題】

「碳足跡」的定義為一項活動或產品從原料取得、工廠製造、配送、銷售、使用到最後廢棄回收等整個生命週期過程所直接與間接產生的溫室氣體排放量。

已知食物的碳足跡( $\text{kgCO}_2\text{e}$ )計算公式為：食物重量( $\text{kg}$ ) $\times$ 食物的排放因子( $\text{kgCO}_2\text{e}/\text{kg}$ )，這些排放因子反映的是從生產到消費的整個生命週期中的排放量，包括了農業、運輸、加工等各個環節。表(一)為 10 種常見食物的碳足跡排放因子。

| 食物(1kg) | 排放因子( $\text{kgCO}_2\text{e}/\text{kg}$ ) | 食物(1kg) | 排放因子( $\text{kgCO}_2\text{e}/\text{kg}$ ) |
|---------|---|---------|---|
| 牛肉      | 26.5                                      | 雞蛋      | 4.8                                       |
| 羊肉      | 23.1                                      | 奶酪      | 13.5                                      |
| 豬肉      | 12.1                                      | 米飯      | 4.0                                       |
| 雞肉      | 6.9                                       | 進口蔬菜    | $x$                                       |
| 魚類      | 6.1                                       | 水果      | 1.1                                       |

表(一)

5. 若桌上放置了 300 克的牛肉、一碗 400 克的米飯與 200 克的水果，則三者的碳足跡共為多少  $\text{kgCO}_2\text{e}$ ？  
(A) 977 (B) 1028 (C) 9.77 (D) 10.28
6. 若  $1000x$  克進口蔬菜的碳足跡恰比 5000 克羊肉的碳足跡大，且不大於 10000 克豬肉的碳足跡，則  $x$  值**不可能**為下列何者？  
(A) 10.5 (B) 10.8 (C) 10.9 (D) 11

### 二、填充題 (每題 5 分，共 50 分)

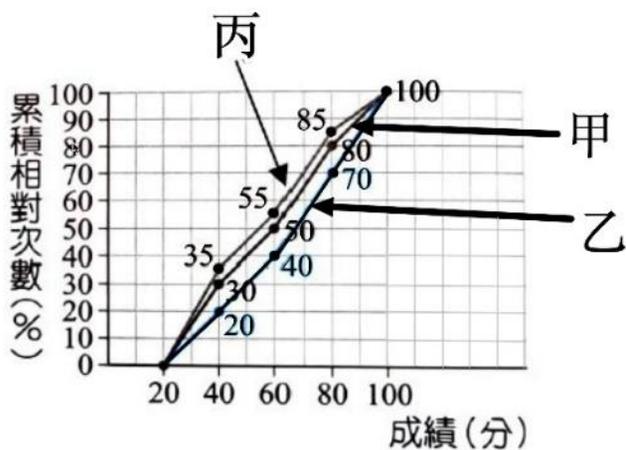
1. 若  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$  均為正數，已知  $a \times b = 1$ 、 $b \times c = 2$ 、 $c \times d = 3$ 、 $d \times e = 6$ 、 $e \times a = 9$ ，則  $b$  值為\_\_\_\_\_。
2. 若  $n$  為正整數，且  $\frac{29}{7} \times (\frac{13}{29} + \frac{n}{87})$  的值也為正整數，則  $n$  除以 21 時所得之餘數為\_\_\_\_\_。

3. 若  $a, b$  為正整數，已知  $\sqrt{1260} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ，且  $0 < a < b$ ，則滿足關係式的  $a$  值最大為\_\_\_\_\_。

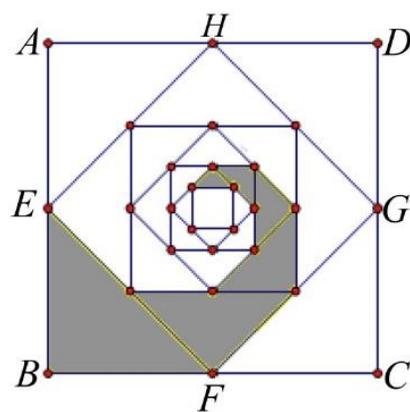
4. 甲、乙、丙三人合開一家公司，一共投資 250 萬，每人投資的金額均為整數萬元。已知甲投資最多、丙投資最少，且甲和丙投資之金額比為 5:2，若乙投資的金額最多可能為  $a$  萬元、最少可能為  $b$  萬元，則  $a - b =$ \_\_\_\_\_。

5. 若二元一次聯立方程式  $\begin{cases} ax + y = b \\ cx - y = d \end{cases}$  的解為  $x = 5, y = -3$ ，則二元一次聯立方程式  $\begin{cases} ax + 3y = 4a + b \\ cx - 3y = 4c + d \end{cases}$  的解  $(x, y) =$ \_\_\_\_\_。

6. 圖(一)是甲、乙、丙三校學生在臺南市數學競賽成績的累積相對次數分配折線圖，已知在成績 80 分以上的學生中，甲校學生人數為丙校學生人數的一半，則甲校與丙校的學生參加數學競賽的人數比為\_\_\_\_\_。(化為最簡整數比)



圖(一)



圖(二)

7. 如圖(二)，小晟在正方形  $ABCD$  中，以各邊的中點為頂點，連成新的小正方形  $EFGH$ ，依照此規律持續進行六次。

假設最大的正方形面積為  $Y$ ，最小的正方形面積為  $X$ ，圖中著色區域的面積為  $\frac{Y - aX}{4}$ ，則  $a =$ \_\_\_\_\_。

8. 箱中放置黑球、白球若干個，每次取出黑球 5 個、白球 3 個，直到白球剛好取完，黑球還剩 8 個；如果換成每次取出黑球 7 個、白球 3 個，直到黑球剛好取完，白球還剩 18 個，則箱中的黑球有\_\_\_\_\_個。

9. 已知  $a$  為二位數且個位數字不為零， $b$  為將  $a$  的十位數與個位數對調後得到的正整數，若  $\frac{b^2 - a^2}{99} = 24$ ，則滿足關係式的  $a$  所有可能的值為\_\_\_\_\_。

10. 比  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^6$  大的最小整數是\_\_\_\_\_。

三、非選擇題 (每題 8 分，共 32 分) (請將完整推論過程寫在答案卷上，只有答案將不予計分。)

1. 有一個「送獎金」的遊戲規則如下：

遊戲開始時，玩家 A 先分別給予 B 和 C 兩人各自所持有金額的兩倍當作獎金；然後，輪到玩家 B 分別給予 A 和 C 兩人各自所持有金額的兩倍當作獎金；最後，輪到玩家 C 分別給予 A 和 B 兩人各自所持有金額的兩倍當作獎金，玩家 C 給完獎金後，本遊戲結束。

有三人在玩此遊戲，經抽籤決定玩家 A 是大谷、玩家 B 是喬丹、玩家 C 是梅西，請回答以下問題：

- (1) 已知大谷、喬丹、梅西等三人在遊戲開始時，所持有金額分別為 600 元、200 元和 70 元，請問遊戲結束後，三人最後所持有金額分別為多少元？
- (2) 如果三人所持有的金額改變了，且重新再開始進行一次本遊戲，已知結束後三人所持有金額均為 2700 元，請問三人在遊戲開始時所持金額分別為多少元？

2. 學生社團共 60 人，欲前往山區部落舉辦活動，只能租用中小型休旅車前往，遊覽車公司提供三種車型與租用價格(包含所有費用)，如表(二)所示：  
請問 60 人的全部租車費用最少需花費多少元？

| 車型搭乘人數<br>(不含司機) | 每日每車<br>租用價格 |
|------------------|--------------|
| 6 人座             | 1300 元       |
| 7 人座             | 1400 元       |
| 9 人座             | 1900 元       |

表(二)

3. 有一個三位數，其百位、十位、個位數字皆不相同，小琪將這個三位數的各個數字任意調換之後成為新的三位數，若新的三位數中最大數與最小數之差等於原來的三位數，則原來的三位數為何？

4. 熱愛數學的阿弘將他的金庫密碼設置為一個四位數  $n$ ，這個四位數的平方正好等於  $1653^2$  與  $58^3$  的和。他將解出密碼的關鍵，留給同樣熱愛數學的人：「將 1653 分解，看出數字間的關連，它會帶你找到正確的答案」。

請試著依提示解出金庫密碼吧！

- (1) 請寫出 1653 質因數分解。
- (2) 請問四位數  $n = ?$