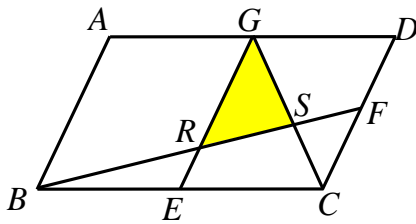


作答說明：

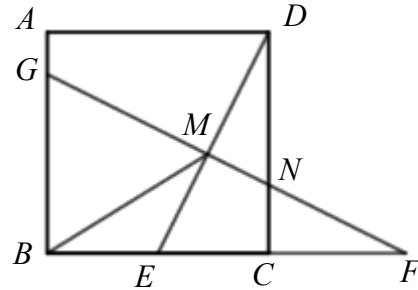
1. 本試卷題目共三頁，有選擇題(單選)、填充題及非選擇題，總計 20 題，總分 100 分。
2. 請將答案填寫在答案卷中。
3. 非選擇題需包含完整的推論過程，只有答案將不予計分。
4. 本試卷圖形非依實際比例繪製，僅供參考。

一、選擇題 (每題 3 分，共 18 分)

- () 1. 若 $ax^2+bx+c=0$ 的兩實數解為一正一負，則下列何者必正確？
 (A) $b < 0$ (B) $c < 0$ (C) $ac < 0$ (D) $b^2 - 4ac = 0$
- () 2. 已知有兩個連續整數數列。一個數列有 m 個數且總和為 $2m$ ，另一個數列有 $2m$ 個數且總和為 m ，則兩數列中最大數的差是多少？
 (A) $m+3$ (B) $m-3$ (C) $\frac{m+3}{2}$ (D) $\frac{m-3}{2}$
- () 3. $\frac{1}{6} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ，其中 $a > b$ 且 $a、b$ 均為正整數，則 $a+b$ 的最小值為何？
 (A) 23 (B) 25 (C) 27 (D) 29
- () 4. 阿部寬老師將社團學生分成人數未必相等的甲、乙、丙三組，甲組學生每人分得 14 顆糖果，乙組學生每人分得 16 顆糖果，丙組學生每人分得 15 顆糖果，已知三組學生的糖果總數是 387 顆，則社團學生的人數不可能為幾人？
 (A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 27
- () 5. 如圖(一)， $ABCD$ 為平行四邊形，面積為 1， $E、F、G$ 分別為 \overline{BC} 、 \overline{CD} 、 \overline{AD} 的中點，則 $\triangle GRS$ 的面積為多少？
 (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{10}$ (C) $\frac{7}{60}$ (D) $\frac{9}{80}$



圖(一)

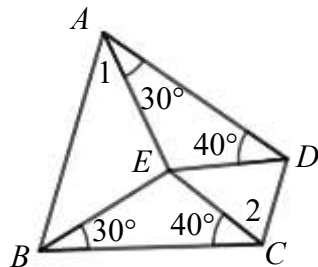


圖(二)

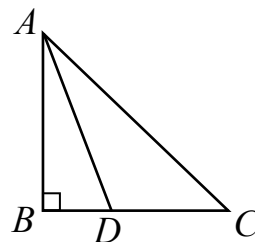
- () 6. 如圖(二)，正方形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 4$ ， E 點為 \overline{BC} 之中點，在 \overline{BC} 之延長線上取一點 F ，使得 $\overline{EF} = \overline{ED}$ ，並過 F 點作 $\overline{FG} \perp \overline{DE}$ ，分別交 \overline{DE} 、 \overline{CD} 於 $M、N$ 兩點，則 \overline{MN} 長度為多少？
 (A) 2 (B) $\sqrt{5}-1$ (C) $2\sqrt{5}-2$ (D) $5-\sqrt{5}$

二、填充題 (每題 5 分，共 50 分)

1. 若四數 $a, b, c, 112$ 成等比數列，則 c^3 是 a 的_____倍。
2. 如下圖(三)， E 為四邊形 $ABCD$ 內部一點。若 $\overline{AD} = \overline{BC}$ ，若根據圖中標示的角與角度，則 $\angle 1 + \angle 2 =$ _____。



圖(三)



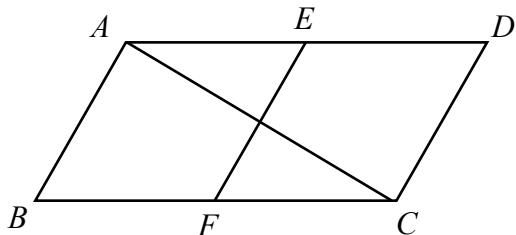
圖(四)

3. 如圖(四)，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B$ 是直角， $\angle C$ 等於 $\angle DAB$ 的 2 倍，且 D 在 \overline{BC} 上。已知 $\overline{AC} = 11$ 、 $\overline{BD} = 3$ ，則 \overline{CD} 長為_____。

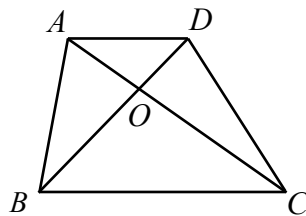
4. 箱中放置黑球、白球若干個，每次取出黑球 5 個、白球 3 個，直到白球剛好取完，黑球還剩 8 個；如果換成每次取出黑球 7 個、白球 3 個，直到黑球剛好取完，白球還剩 18 個，則箱中的黑球有_____個。

5. 已知 a 為二位數且個位數字不為零， b 為將 a 的十位數與個位數對調後得到的正整數，若 $\frac{b^2 - a^2}{99} = 24$ ，則滿足關係式的 a 所有可能的值為_____。

6. 如圖(五)，平行四邊形 $ABCD$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ， E 、 F 兩點分別為 \overline{AD} 、 \overline{BC} 之中點，且 $\overline{BC} = 2\overline{CD}$ 。若 $\overline{AC} = k\overline{EF}$ ，則 k 值為_____。



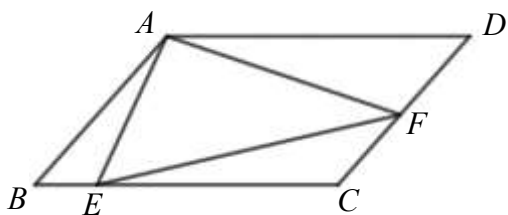
圖(五)



圖(六)

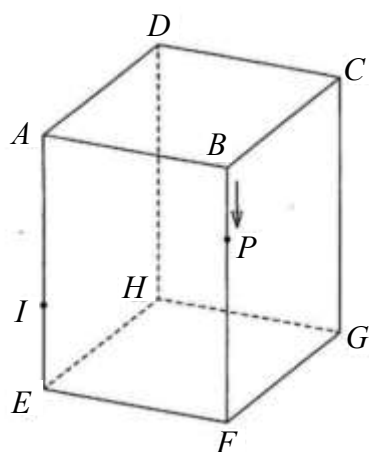
7. 如圖(六)，梯形 $ABCD$ 的上底為 \overline{AD} 、下底為 \overline{BC} ，兩對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 交於 O 點。已知 $\triangle OAB$ 的面積 = 6，梯形面積 = m ，且 m 為正整數、 $30 < m < 40$ ，則 m 值為_____。

8. 如圖(七)，在平行四邊形 $ABCD$ 中， E 、 F 兩點分別在 \overline{BC} 、 \overline{CD} 上。若 $\triangle ABE$ 、 $\triangle ECF$ 、 $\triangle AFD$ 的面積分別為 4、7、9，則 $\triangle AEF$ 的面積為_____。



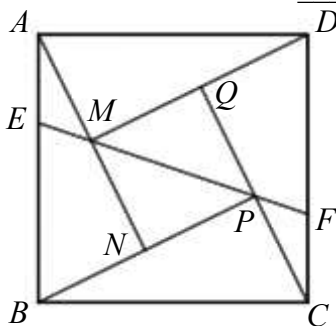
圖(七)

9. 如圖(八)，在長方體 $ABCD-EFGH$ 中，正方形底面的邊長為 8 公分，柱高為 12 公分，在 \overline{AE} 上取一點 I ，使得 $\overline{AI} = 10$ 公分。若 \overline{BF} 上有一動點 P ， P 點可以任意移動，當 $\overline{IP} + \overline{PG}$ 有最短長度時，則 $\overline{IP} + \overline{PG}$ 的最短長度和為_____。



圖(八)

10. 如圖(九)，大正方形 $ABCD$ 是由 4 個全等的直角三角形與小正方形 $MNPQ$ 所組成。若連接小正方形 $MNPQ$ 之對角線 \overline{PM} ，延長分別交 \overline{AB} 、 \overline{CD} 於 E 、 F 兩點。已知 $\overline{BE} = k\overline{AE}$ ，且 $k > 1$ ，大正方形 $ABCD$ 之面積為 100，小正方形 $MNPQ$ 之面積為 4，則 k 值為_____。

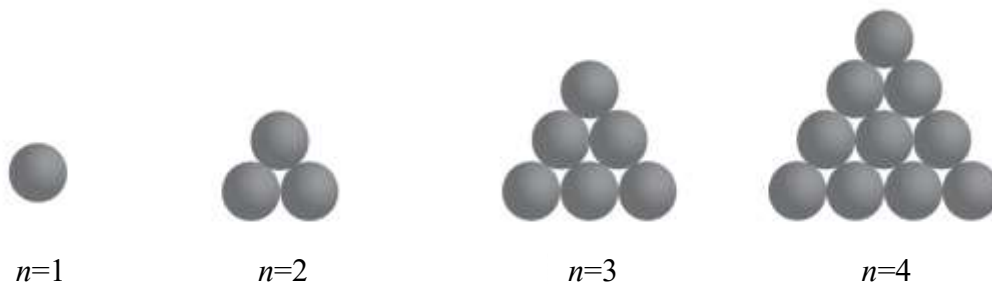


圖(九)

三、非選擇題 (每題 8 分，共 32 分) (請將完整推論過程寫在答案卷上，只有答案將不予計分。)

1.

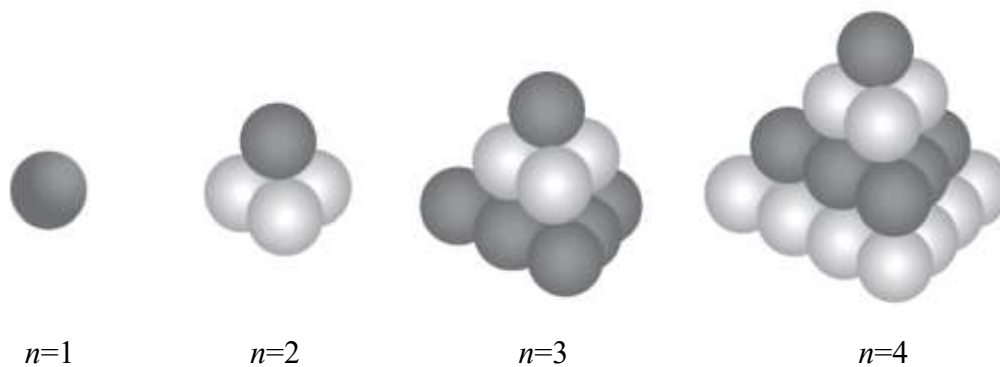
(1) 如圖(十)，若將大小相同的球，排列成正三角形的形狀，則此時所需球的個數，稱為「三角形數」。假設 a_n 為排列成邊長為 n 顆球的正三角形所需球的個數， $a_1=1$ ， $a_2=3$ ， $a_3=6$ ， $a_4=10$ ，則 $a_n=?$ (以 n 表示)



圖(十)

(2) 如圖(十一)，若將大小相同的球，堆疊成正四面體的形狀，則此時所需球的個數，稱為「四面體數」。假設 b_n 為堆疊成邊長為 n 顆球的正四面體所需的球數，其堆疊方式為最底層先排邊長為 n 顆球的正三角形，其上一層再排邊長為 $(n-1)$ 顆球的正三角形，依此方式堆疊至最上層是 1 顆球，則：

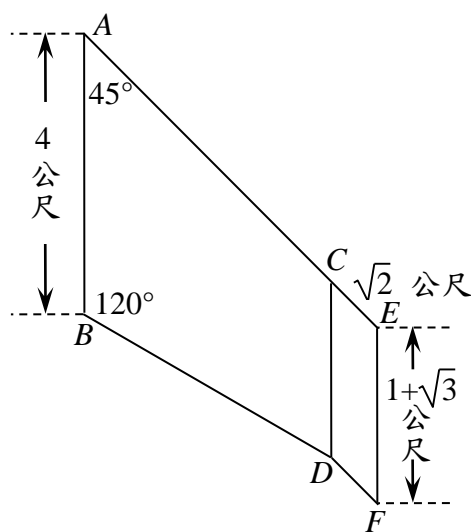
① $b_5 - b_4 = ?$ ② $b_8 = ?$



圖(十一)

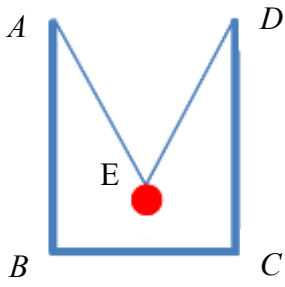
2. 航空公園規畫設置飛機模型作為公共藝術造景，下圖(十二)是機翼的形狀，其中 A 、 C 、 E 三點共線、 $CDFE$ 為平行四邊形且 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 、 $\overline{AB} = 4$ 公尺、 $\overline{EF} = (1 + \sqrt{3})$ 公尺、 $\overline{CE} = \sqrt{2}$ 公尺、 $\angle BAC = 45^\circ$ 、 $\angle ABD = 120^\circ$ 。試求：

- (1) 此機翼的面積為多少平方公尺？
- (2) 若要幫此機翼上漆，根據 1 公升油性調和漆可塗刷大約 16 平方公尺的面積，應該購買幾罐 1 公升的油漆才夠將左右兩側的機翼上下兩面都上漆呢？



圖(十二)

3. 敏敏在科博館買了一個牛頓擺，從側面觀察呈現對稱圖形，如圖(十三)， \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CD} 是用鐵構成口型支架， E 為 \overline{AE} 及 \overline{DE} 為懸掛鐵球細繩交匯處，若 \overline{AB} 跟 \overline{BC} 長皆為6公分，鐵球懸掛處距離 \overline{BC} 為2(鐵球大小不計)，請問：
- (1) 懸掛鐵球的繩長($\overline{AE} + \overline{DE}$)共有多長呢？
 - (2) 試判斷 $\angle AED$ 是直角？銳角？還是鈍角呢？並說明理由。



圖(十三)

4. 有一個「送獎金」的遊戲規則如下：

遊戲開始時，玩家 A 先分別給予 B 和 C 兩人各自所持金額的兩倍當作獎金；

然後，輪到玩家 B 分別給予 A 和 C 兩人各自所持金額的兩倍當作獎金；

最後，輪到玩家 C 分別給予 A 和 B 兩人各自所持金額的兩倍當作獎金，到此遊戲結束。

今大谷、喬丹、梅西三人正在玩此遊戲，抽籤決定送獎金的順序為(A)大谷、(B)喬丹、(C)梅西，則：

- (1) 已知大谷、喬丹、梅西遊戲開始時，所持金額分別為 600 元、200 元和 70 元，請問遊戲結束後，三人所持金額分別為多少元？
- (2) 若重新開始新的遊戲，已知結束後三人所持金額均為 2700 元，請問三人原先所持金額分別為多少元？