

教材地位

第 1 單元：質因數分解和短除法

前備經驗	本單元教學重點	發展教材	備註
5 上 第 2 單元 ● 能理解因數、公因數和最大公因數的意義及找法。 ● 能理解倍數、公倍數和最小公倍數的意義及找法。	● 認識質數、合數、互質和質因數。 ● 能將整數做質因數分解。 ● 能用短除法找最大公因數和最小公倍數。	6 上 第 2 單元 ● 認識最簡分數。 ● 解決整數、分數除以分數的問題。	

重點整理

- (1) 質數：一個大於 1 的整數，除了 1 和本身以外，沒有其他的因數，這個整數叫作**質數**。如：2、3、5、7、11……。
- (2) 合數：一個大於 1 的整數，除了 1 和本身以外，還有其他的因數，這個整數叫作**合數**。如：4、6、8、9、10……。
- (3) 質因數：當某數的**因數**又是**質數**時，叫作某數的**質因數**。
如：12 的因數有 1、2、3、4、6、12，其中 2 和 3 是質數，所以 2 和 3 是 12 的質因數。
- (4) 質因數分解：把一個數用「**質因數相乘**的形式」表示，這個過程叫作**質因數分解**。
如： $18 = 2 \times 3 \times 3$
- (5) 互質：兩個數的**最大公因數**是 1，稱這兩個數**互質**。
如：8 的因數有 1、2、4、8，15 的因數有 1、3、5、15
8 和 15 的公因數只有 1，最大公因數也是 1，所以 8 和 15 互質。
- (6) 最大公因數：幾個整數中，共同有的因數叫作這幾個整數的公因數。
公因數中，**最大**的數叫作**最大公因數**。
- (7) 最小公倍數：幾個整數中，共同有的倍數叫作這幾個整數的公倍數。
公倍數中，**最小**的數叫作**最小公倍數**。

能力指標

N-3-04 能認識質數、合數，並能用短除法做質因數分解。

N-3-05 能認識最大公因數、最小公倍數與兩數互質的意義，並用來將分數化成最簡分數。

分年細目

6-n-01 能認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解（質數 < 20 ，質因數 < 20 ，被分解數 < 100 ）。
（目標1、2）

6-n-02 能用短除法求兩數的最大公因數、最小公倍數。（目標3、4）

6-n-03 能認識兩數互質的意義，並將分數約成最簡分數。（目標3、4）

教學目標

1. 能經驗質數和合數。
 - 1-1 能經驗質數和合數的意義。
 - 1-2 能了解質數和合數的意義。
2. 能察覺正整數的質因數，並能做質因數分解。
 - 2-1 能了解質因數的意義。
 - 2-2 能將一個數表現成其質因數的連乘積，並加以記錄。
 - 2-3 能了解質因數分解的意義。
 - 2-4 能用短除法將一個數做質因數分解。
3. 能察覺正整數的最大公因數。
 - 3-1 從給定兩數，透過列出所有的公因數來探討互質的意義。
 - 3-2 了解最大公因數的意義，並能從所有公因數中，找出最大的公因數。
 - 3-3 能透過乘除計算方法找出最大公因數。
 - 3-4 能做質因數分解或短除法找出最大公因數。
 - 3-5 應用最大公因數解決日常生活問題。
4. 能察覺正整數的最小公倍數。
 - 4-1 了解最小公倍數的意義，並能從所有公倍數中，找出最小的公倍數。
 - 4-2 能透過兩數的倍數關係，找出最小公倍數。
 - 4-3 能透過做質因數分解或短除法找出最小公倍數。
 - 4-4 應用最小公倍數解決日常生活問題。

教學節數與重點

第一節

活動 1：了解質數和合數的意義。（課本 P6）

- 1-1 能經驗質數和合數的意義。
- 1-2 能了解質數和合數的意義。

活動 2：了解質因數。（課本 P7）

- 2-1 能了解質因數的意義。

第二節

活動 3：質因數分解。（課本 P8、P9）

- 2-2 能將一個數表現成其質因數的連乘積，並加以記錄。
- 2-3 能了解質因數分解的意義。
- 2-4 能用短除法將一個數做質因數分解。

第三節

活動 4：了解互質、最大公因數的意義和找法。（課本 P10 ~ 12）

- 3-1 從給定兩數，透過列出所有的公因數來探討互質的意義。
- 3-2 了解最大公因數的意義，並能從所有公因數中，找出最大的公因數。
- 3-3 能透過乘除計算方法找出最大公因數。
- 3-4 能做質因數分解或短除法找出最大公因數。

第四節

活動 5：最大公因數的應用。（課本 P13）

- 3-5 應用最大公因數解決日常生活問題。

第五節

活動 6：了解最小公倍數的意義和找法。（課本 P14、15）

- 4-1 了解最小公倍數的意義，並能從所有公倍數中，找出最小的公倍數。
- 4-2 能透過兩數的倍數關係，找出最小公倍數。
- 4-3 能透過做質因數分解或短除法找出最小公倍數。

第六節

活動 7：最小公倍數的應用。（課本 P16、17）

- 4-4 應用最小公倍數解決日常生活問題。

第七節

練習一（課本 P18）

一、連結架構



二、數學知識

(一) 質數與合數

一個正整數，如果只有 1 和自己兩個因數，在數學上叫它「質數」。另外一個正整數，如果除了 1 和自己兩個因數以外，還有其他的因數，在數學上叫它「合數」。在數學上，定義「1」不是質數，因為如果 1 是質數，則違反算數基本定理：每一個正整數，都可以表示為質數的連乘積，且若不計質因數的次序，其表示法為唯一。本單元在因數探討的問題情境下，經驗質數與合數的意義。

(二) 最大公因數

本單元是協助兒童進行最大公因數的名詞討論，在列出所有的公因數情況下，討論何者的公因數最大，就說該公因數為最大公因數，例如：8 的因數有 1、2、4、8；12 的因數有 1、2、3、4、6、12，8 和 12 的相同或共同因數有 1、2、4，所以 1、2、4 都是 8 和 12 的公因數，而以 4 為最大，所以 4 是 8 和 12 的最大公因數。

(三) 互質

在探討公因數及最大公因數的活動中，引入互質意義的討論，當兩個給定的整數，透過列出所有的公因數，除了 1 以外，沒有其他的公因數時，稱這兩個數互質，也就是最大公因數為 1 的兩個整數互質。例如：8 和 15，8 的因數有 1、2、4、8；15 的因數有 1、3、5、15，8 和 15 的公因數只有 1，也就是 8 和 15 的最大公因數為 1，所以 8 和 15 互質。

(四) 質因數分解

當某數的因數又是質數時，叫作某數的質因數。例如：2 是質數，2 也是 10 的因數，所以 2 是 10 的質因數，1 不是質數，所以 1 不會是任何整數的質因數。

將一個整數表示成其質因數連乘的過程叫作質因數分解，依據算術基本定理：每一個整數都可以表示為質數的連乘積，且不計質因數的次序，其表示法為唯一的，以 30 為例：30 的質因數分解紀錄可以是 $5 \times 2 \times 3$ ，也可以是 $2 \times 5 \times 3$ 或 $3 \times 2 \times 5$ ，若不計質因數的次序，它們都是表示 1 個 2、1 個 3 和 1 個 5 的連乘積。

(五) 最小公倍數

本教材是協助兒童進行最小公倍數的探討，在列出某數範圍內（一般是由最小依序開始列出所指定的倍數，因為倍數有無限多個的數）所有公倍數的情況下，討論何者的公倍數最小，就說該公倍數為最小公倍數，例如：2 的倍數有 2、4、6、8、10、12……3 的倍數有 3、6、9、12、15、18、21……將它們都限定由最小列出各數的倍數若干個，再從其中找出相同或共同的倍數有 6、12，所以 6 和 12 都是 2 和 3 的公倍數，而以 6 為最小，所以 6 是 2 和 3 的最小公倍數。

三、教學知識

(一) 質數和合數

活動 1 是在探討質數和合數的意義，本教材是透過列出所有的因數探討的問題情況下，討論質數是 1 個大於 1 的整數，除了 1 和本身以外，沒有其他的因數，如 13 的因數有 1、13，所以 13 為質數，反之，1 個大於 1 的整數，除了 1 和本身以外，還有其他的因數時，叫作合數，如 8 的因數有 1、2、4、8，8 的因數除了 1 和 8 本身以外，還有 2、4，所以 8 為合數。

(二) 質因數分解

活動 2、3 是透過整數的因數中介紹質因數，藉由將一個數表示成兩個數的乘積開始逐步地引導兒童將一個數表示成質因數的連乘積。如： $24=4\times 6=2\times 2\times 2\times 3$ ，所以 $24=2\times 2\times 2\times 3$ 其連乘積中的每個因數都是質因數。

$$\begin{array}{c} 4 \times 6 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2 \times 2 \times 2 \times 3 \end{array}$$

(三) 最大公因數和互質

兒童已會排成長方形或正方形，找出各數的因數，進而會用整除求出各數的因數，如活動 4、5，先分別找出能整除 12 和 16 的數，如能整除 12 的有 1、2、3、4、6、12；能整除 16 的有 1、2、4、8、16；再把同時 12 和 16 的公因數圈起來，即①、②、④，又如 10 和 20 的公因數找出來，再從公因數中找出最大的公因數，如 12 和 16 的公因數中，4 是 12 和 16 的最大公因數，或 10 和 20 的公因數中，10 是 10 和 20 的最大公因數，進而從公因數中探討互質的意義——當兩個或以上整數，除了 1 以外沒有其他的公因數時，稱這兩個或以上的整數互質。除了探討最大公因數、互質的意義以外，還探討找最大公因數的方法——①用較大數逐一除以較小數由大而小的因數；②列出所有的因數，從公因數去找；③用短除法去找最大公因數，並用最大公因數解決日常生活問題。

(四) 最小公倍數

倍數的概念剛好與因數相對應，學習因數必須先理解「整除」的概念，同樣的，學習倍數還是要從整除的概念出發。雖然基礎的先備知識雷同，但其性質卻頗不相同。一個整數的因數是有限個，一個整數的倍數卻是有無限多個；一個整數的最大因數是自己，一個整數的最小倍數也是自己。兒童必須對這些概念有非常清楚的認知，否則一定會被因數與倍數的問題混淆。

對於找最小公倍數的方法，情形與找因數與公因數類似，其可以運用的方法不少，而在單元中也介紹了三種方法供教師與兒童的學習。教師可以多一些讓兒童練習的機會，兒童才較能運用自如而不易出差錯。活動 6 是探討最小公倍數的意義，除此之外，活動 7 也涉及簡單應用於日常生活問題的解決。

數學第十一冊第 1 單元前測評量試題

_____國小 _____年 _____班 座號_____ 姓名_____

一、回答下面問題：每格 3 分，共 24 分

- (1) 12 的因數：(1、2、3、4、6、12)
 32 的因數：(1、2、4、8、16、32)
 12 和 32 的公因數：(1、2、4)
 12 和 32 的最大公因數：(4)
- (2) 16 的因數：(1、2、4、8、16)
 20 的因數：(1、2、4、5、10、20)
 16 和 20 的公因數：(1、2、4)
 16 和 20 的最大公因數：(4)

二、下面各數中，是 18 的因數畫○，
 是 28 的因數畫△，並回答問題：

畫圖 12 分，其餘每題 3 分，共 24 分

① ② ③ ④ 5 ⑥ ⑦ 8 ⑨ 10
 11 12 13 ⑭ 15 16 17 ⑮ 19 20
 21 22 23 24 25 26 27 ⑯ 29 30

- (1) 18 的因數：
 (1、2、3、6、9、18)
- (2) 28 的因數：
 (1、2、4、7、14、28)
- (3) 18 和 28 的公因數：(1、2)
- (4) 18 和 28 的最大公因數：(2)

三、寫出下面各數 50 以內的所有倍數，
 和各組數的公倍數：每題 3 分，共 18 分

- (1) 5 的倍數：(5、10、15、20、
 25、30、35、40、45、50)
- (2) 9 的倍數：(9、18、27、36、
 45)
- (3) 15 的倍數：(15、30、45)
- (4) 5 和 9 的公倍數：(45)
- (5) 5 和 15 的公倍數：(15、30、45)
- (6) 9 和 15 的公倍數：(45)

四、找出下面各組數的公因數：共 10 分

- (1) 18、30：(1、2、3、6)
- (2) 20、48：(1、2、4)
- (3) 9、12：(1、3)
- (4) 22、33：(1、11)
- (5) 24、60：(1、2、3、4、6、12)

五、由小到大，找出下面各組數的 3
 個公倍數：每題 5 分，共 10 分 (做法僅供參考)

- (1) 4、6
 4 的倍數：4、8、12、16……
 6 的倍數：6、12、18、24……
 4 和 6 的公倍數：12、24、36
- (2) 9、12
 9 的倍數：9、18、27、36、45……
 12 的倍數：12、24、36、48、60……
 9 和 12 的公倍數：36、72、108

六、應用題：每題 7 分，共 14 分 (做法僅供參考)

- (1) 有 12 個男生和 20 個女生合起來
 編組玩遊戲，每組的男生一樣多，
 女生也一樣多，全部分完，能分成
 幾組？(寫出所有可能的答案)
 12 和 20 的公因數：1、2、4

- 答：可分成 1 組、2 組或 4 組
- (2) 南天合唱團有四十幾人，每 8 人排
 一排、12 人排一排，都剛好排完，
 合唱團有幾人？
 四十幾人是指 41~49 人
 8 和 12 的公倍數：24、48、72……

答：48 人

1

質因數分解和短除法



▲ 隨著汽車科技的日新月異，引擎動力不斷提升，變速器在汽車中扮演著重要的角色。為了因應不同的車種、路況，發展出不同的變速器，從早期的手排變速器，到現代的自動變速器，皆是為了提高車子的性能並降低油耗。

汽車變速器在齒輪的設計上，相鄰的兩個大小齒輪，齒數最好是質數，因為這樣可以減少特定齒相遇的次數（如小齒輪數 13，大齒輪數 19，那麼特定齒轉 247 齒才會相遇一次），如此就能增加齒輪的耐用度，並減少故障。你知道什麼是質數嗎？在本單元可以學習到。

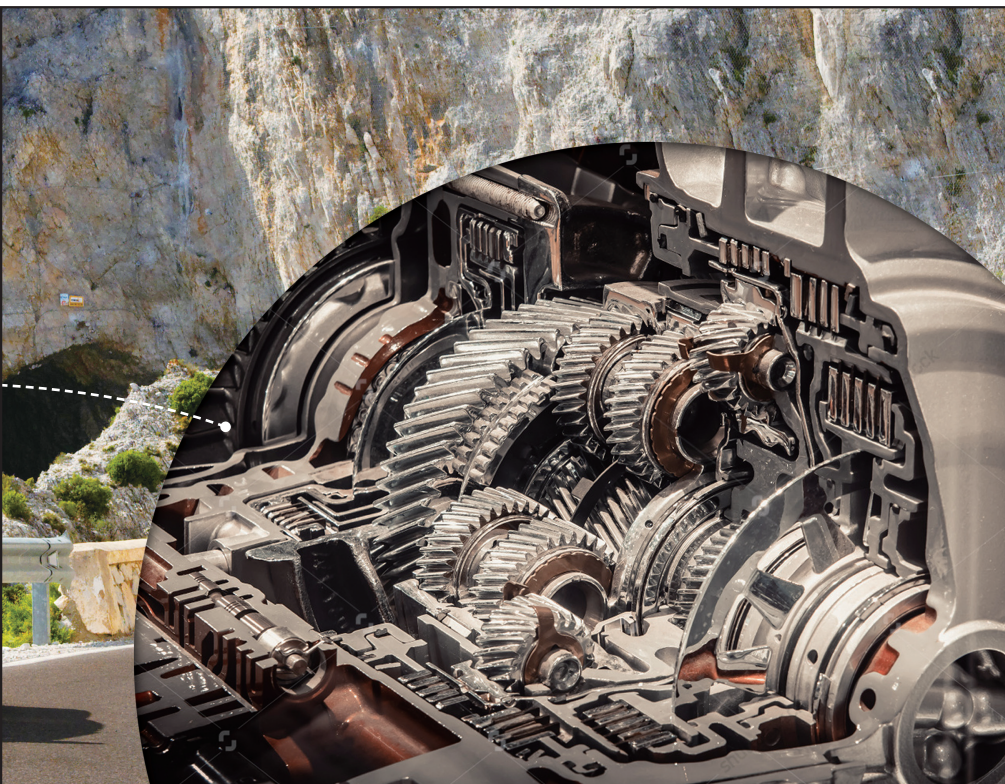
兒童自行發表



4

教學建議

1. 上課前，教師可以先介紹單元首頁的照片，提高學生學習的興趣，再以照片下方的問題引發學生學習本單元概念的動機。學生不必馬上解決問題，待學完本單元才回顧解題，可獲得自我解決問題的成就感。
2. 暖身練習是依據先備經驗所設計的題目，教師可以視情況給予學生練習，複習之前所學。



圖片說明

為什麼要將汽車變速箱相鄰的兩個大小齒輪齒數設計成都是互質？

因為兩數互質時，最小公倍數是兩個數的乘積，所以當兩個齒輪的齒數互質時，齒輪上的同一齒，要在經過兩個齒輪齒數的最小公倍數後才會接觸（咬合）一次，因此較不會固定磨損某些齒，能讓兩個大小齒輪的齒彼此都能平均接觸，齒輪比較耐用，例如：設計成大齒輪 31 齒、小齒輪 11 齒時，31 和 11 的最小公倍數是 341，因此經過 341 齒時，兩個齒輪上的同一齒，才會接觸（咬合）一次，如果設計成大齒輪 32 齒、小齒輪 10 齒時，32 和 10 的最小公倍數是 160，因此經過 160 齒時，兩個齒輪上的同一齒，就會接觸（咬合）一次。

如果齒輪上的某個齒只和配對齒輪上的少數幾個齒咬合，那麼如果這個齒有缺陷，就會形成週期性的現象顯現，而且可能不會消失，進而造成齒輪早期失效；相反的，如果每個齒都和這個缺陷齒咬合，那麼這個缺陷的影響不會短時間累積，而是均勻的分布於所有的過程，同時，有很多缺陷經過長期的咬合，會逐漸消失。

（資料來源：[維基百科](#)）

先備經驗

- (1) 認識因數、倍數。
- (2) 利用列舉法找出公因數和最大公因數。
- (3) 利用列舉法找出公倍數和最小公倍數。
- (4) 能利用公因數和公倍數解題。

學習要點

- (1) 認識質數、合數和質因數，並做質因數的分解。
- (2) 了解兩數互質的意義。
- (3) 利用短除法找出最大公因數與最小公倍數。
- (4) 能利用最大公因數和最小公倍數解題。

暖身練習

- (1) 找出 24 的所有因數。
1、2、3、4、6、8、
12、24
- (2) 10 和 16 的公因數有哪些？
1、2
- (3) 9 和 12 的公倍數有哪些？由小到大依序寫出 3 個。
36、72、108

先備經驗

5 上第 2 單元：認識因數的意義。

本頁教學重點

認識質數和合數的意義。

發展教材

認識質因數、質因數分解的意義。

解題要領

- ① **用整除的概念解題**
用除法分別找出各數的所有因數。

1-1 質數和合數

- ① 寫出下面各數所有的**因數**。

1	1	5	1、5	9	1、3、9
2	1、2	6	1、2、3、6	10	1、2、5、10
3	1、3	7	1、7	11	1、11
4	1、2、4	8	1、2、4、8	12	1、2、3、4、6、12

- ① 上表中，哪幾個數**只有兩個因數**？
2、3、5、7、11 都只有兩個因數

一個大於 1 的整數，除了 1 和本身以外，
沒有其他的因數，這個整數叫作**質數**。



- ② 上表中，哪幾個數有**三個以上（包含三個）的因數**？
4、6、8、9、10、12 都有三個以上的因數

一個大於 1 的整數，除了 1 和本身以外，
還有其他的因數，這個整數叫作**合數**。



- ③ 質數都是奇數嗎？合數都是偶數嗎？**不是**
不是

- ④ 1 是質數嗎？是合數嗎？**不是**
不是

1 不是質數，也不是合數。



試試看

下面各數中，哪些是質數？哪些是合數？

13、14、15、16、17、18、19、20、21、22

質數：13、17、19

合數：14、15、16、18、20、21、22

6 配合習作第 4 頁

給親師的建議

(1) 「三個以上」包含三個，「大於三個」或「超過三個」都不包含三個。

(2) 在本活動後，讓學生回顧單元頁的問題並解題。

補充題

做做看：

- (1) 下面各數中，哪些是質數？哪些是合數？

1、2、3、4、5、6、7、8、9

質數：2、3、5、7

合數：4、6、8、9

- (2) 寫出小於 20 的合數：

4、6、8、9、10、12、14、15、16、18

- (3) 寫出小於 30 的質數：

2、3、5、7、11、13、17、19、23、29

教學建議

- 透過整除找因數的活動，引導學生認識質數和合數。
- 教師再次提醒整除的意義是被除數、除數和商都是整數，餘數是 0。
- 教師可以在課本上補充，最小的質數是 2，最小的合數是 4，質數中唯一的偶數是 2。

先備經驗

認識質數和合數的意義。

本頁教學重點

認識質因數。

發展教材

了解質因數分解的意義。

1-2 質因數

① 30 的因數有哪些？

1、2、3、5、6、10、15、30

30 的因數中，哪些是質數？2、3、5

像 2、3、5 都是質數，又是 30 的因數，
可以說 2、3、5 都是 30 的質因數。



② 12、19、34 和 49 的質因數有哪些？圈圈看。

12 的因數有：1、2、3、4、6、12

19 的因數有：1、19

34 的因數有：1、2、17、34

49 的因數有：1、7、49

③ 寫出下面各質數的質因數。

2	2	5	5	11	11	17	17
3	3	7	7	13	13	19	19

說說看，你發現了什麼？兒童自行發表

試試看

- 27 的因數有哪些？(1、3、9、27))
27 的質因數有哪些？(3))
- 13 的因數有哪些？(1、13))
13 的質因數有哪些？(13))

配合習作第 5 頁 7

解題要領

用整除的概念解題

①

- 用除法找出 30 的因數。
- 在 30 的因數中，只有 2、3、5 是質數。

用質數的認知解題

②

先分別找出所有的因數，再圈出質因數。

用整除的概念和列舉法解題

③

先分別找出所有因數，再寫出質因數，進而發現質數的質因數就是本身。

補充題

做做看：

- 18 的因數有哪些？(1、2、3、6、9、18))
18 的質因數有哪些？(2、3))
- 31 的因數有哪些？(1、31))
31 的質因數有哪些？(31))
- 42 的因數有哪些？(1、2、3、6、7、14、21、42))
42 的質因數有哪些？(2、3、7))

先備經驗

認識質因數。

本頁教學重點

了解質因數分解的意義。

發展教材

透過短除法將一個數做質因數分解。

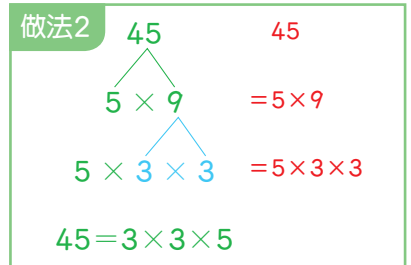
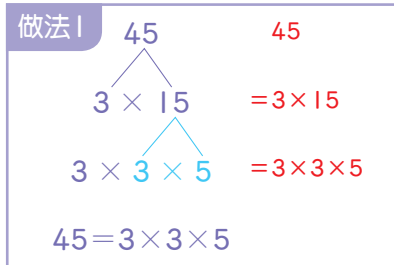
解題要領

① 用乘法和整除概念解題

先分解成兩個因數相乘，再分解成質數相乘即可。

1-3 質因數分解

① 45 是由哪幾個質因數相乘得到的？ $45=3 \times 3 \times 5$



把一個數用「質因數相乘的形式」表示，這個過程叫作質因數分解。通常列式時，習慣將質因數由小寫到大，如： $45=3 \times 3 \times 5$ 。

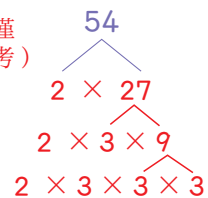


② 用質因數分解的概念解題

先分解成兩個因數相乘，再分解成質數相乘即可。

② 將 54 做質因數分解。(做法僅供參考)

$$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$$



試試看

1 下面哪一個是 18 的質因數分解？圈圈看。

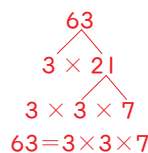
$18 = 1 \times 18$

$18 = 2 \times 9$

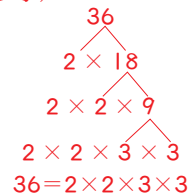
$18 = 2 \times 3 \times 3$

2 把下面各數做質因數分解：(做法僅供參考)

① 63



② 36



8 配合習作第 6 頁

給親師的建議

國小階段在做質因數分解時，數據不宜太大，建議質因數 < 20 ，被分解數 < 100 。

補充題

把下面各數做質因數分解：

(1) $9 = (3 \times 3)$)

(2) $40 = (2 \times 2 \times 2 \times 5)$)

(3) $42 = (2 \times 3 \times 7)$)

(4) $56 = (2 \times 2 \times 2 \times 7)$)

(5) $70 = (2 \times 5 \times 7)$)

先備經驗

認識質因數、質因數分解的意義。

本頁教學重點

透過短除法將一個數做質因數分解。

發展教材

(1) 認識最大公因數的意義。
(2) 認識互質的意義。

③ 將 55 做質因數分解。

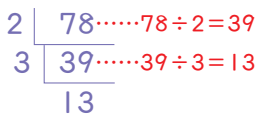


像這樣的算法叫作短除法

$$55 = 5 \times 11$$

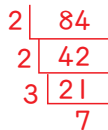
④ 用短除法將下面各數做質因數分解。

① 78



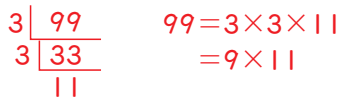
$$78 = 2 \times 3 \times 13$$

② 84



$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

⑤ 有兩個連續奇數，它們相乘的結果是 99，這兩個奇數分別是多少？



答： 9、11

解題要領

用短除法解題

③

先做質因數分解，再寫成短除法的形式，最後再以質因數相乘的形式寫出答案。

用短除法解題

④

透過短除法做質因數分解，再用質因數相乘的形式寫出答案。

用短除法解題

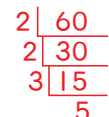
⑤

透過短除法做質因數分解，再用質因數相乘的形式寫出答案。

試試看

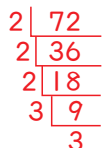
用短除法將下面各數做質因數分解：（做法僅供參考）

① 60



$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

② 72



$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

③ 57



$$57 = 3 \times 19$$

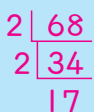
配合習作第 7 頁 9

補充題

用短除法把下面各數做質因數分解：

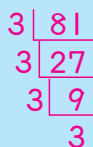
（做法僅供參考）

(1) 68



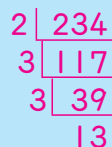
$$68 = 2 \times 2 \times 17$$

(2) 81



$$81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

(3) 234



$$234 = 2 \times 3 \times 3 \times 13$$

教學建議

用短除法做質因數分解時，建議學生由較小的質數開始除。

先備經驗

5 上第 2 單元：認識公因數和最大公因數的意義。

本頁教學重點

認識互質的意義。

發展教材

能運用短除法找出最大公因數。

解題要領

① 用列舉法解題

先分別找出所有因數，再圈出公因數。

② 用列舉法解題

先分別寫出所有因數，再找出最大公因數做判斷。

1-4 互質

① 找出「9 和 11」、「8 和 15」的**最大公因數**。

9 的因數：1、3、9

11 的因數：1、11

8 的因數：1、2、4、8

15 的因數：1、3、5、15

「9 和 11」、「8 和 15」的公因數都只有 1，所以最大公因數是 1。



當兩個數的最大公因數是 1 時，稱這兩個數**互質**。

② 寫出各組數的**因數**，各組數是**互質**的，在 () 裡打✓：

① 14 的因數：1、2、7、14

28 的因數：1、2、4、7、14、28

14、28

()

② 15 的因數：1、3、5、15

16 的因數：1、2、4、8、16

15、16

(✓)

想想看

「9 不是質數，10 也不是質數，所以 9 和 10 沒有互質。」
上面這句話對嗎？**不對，9 和 10 的最大公因數是 1，所以 9 和 10 有互質。**

試試看

下面敘述對的，在□中打✓，錯的打×。

① 25 和 33 有一個共同的質因數是 1。

② 44 和 13 互質。

③ 50 和 17 的最大公因數是 1。

10 配合習作第 8 頁

補充題

寫出各組數的因數，各組數是互質的，在 () 裡打✓：

(1) 16 的因數：1、2、4、8、16

40 的因數：1、2、4、5、8、10、20、40

16、40

()

(2) 17 的因數：1、17

19 的因數：1、19

17、19

(✓)

先備經驗

- (1) 認識最大公因數的意義。
- (2) 認識質因數分解的意義。
- (3) 能用短除法將一個數做出質因數分解。

本頁教學重點

能運用短除法找出最大公因數。

發展教材

當兩數為倍數關係時，能快速找出最大公因數。

1-5 用短除法求出最大公因數

① 30 和 42 的最大公因數是多少？

30 的因數：1、2、3、5、6、10、15、30
 42 的因數：1、2、3、6、7、14、21、42
 30 和 42 的最大公因數是 6

還有其他的做法嗎？有

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 30} \\ 3 \overline{) 15} \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 42} \\ 3 \overline{) 21} \\ \hline 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} 30 = 2 \times 3 \times 5 \\ 42 = 2 \times 3 \times 7 \end{array}$$

30 和 42 所有共同的質因數是 2 和 3。
 $2 \times 3 = 6 \cdots \cdots 2$ 和 3 的乘積就是同時能整除 30 和 42 的最大數，也就是它們的最大公因數。

也可以將兩個短除法合併為一個來計算。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 30 \quad 42} \\ 3 \overline{) 15 \quad 21} \\ \hline 5 \quad 7 \cdots \cdots 5 \text{ 和 } 7 \text{ 互質} \\ 2 \times 3 = 6 \cdots \cdots 30 \text{ 和 } 42 \text{ 的最大公因數} \end{array}$$

也可以合併兩個短除法，找出共同質因數並相乘。



解題要領

用列舉法解題

①

先分別寫出所有因數，圈出公因數，再找出最大公因數。

用短除法解題

先做質因數分解，再找出共同質因數再相乘，乘積就是最大公因數。

用短除法解題

合併兩個短除法解題：先用共同質因數去除，直到沒有共同質因數，再將所有共同質因數相乘。

試試看

找出下面各組數的最大公因數：（做法僅供參考）

① 30、45

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 30 \quad 45} \\ 5 \overline{) 10 \quad 15} \\ \hline 2 \quad 3 \end{array}$$

$3 \times 5 = 15$
最大公因數是 15

② 24、28

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 28} \\ 2 \overline{) 12 \quad 14} \\ \hline 6 \quad 7 \end{array}$$

$2 \times 2 = 4$
最大公因數是 4

③ 35、91

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 35 \quad 91} \\ \hline 5 \quad 13 \end{array}$$

最大公因數是 7

補充題

找出下面各組數的最大公因數：

(1) 30、18

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 30 \quad 18} \\ 3 \overline{) 15 \quad 9} \\ \hline 5 \quad 3 \end{array}$$

$2 \times 3 = 6$
最大公因數是 6

(2) 26、32

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 26 \quad 32} \\ \hline 13 \quad 16 \end{array}$$

最大公因數是 2

(3) 45、36

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 45 \quad 36} \\ 3 \overline{) 15 \quad 12} \\ \hline 5 \quad 4 \end{array}$$

$3 \times 3 = 9$
最大公因數是 9

教學建議

用短除法找最大公因數時，要由小的質數開始找，才不易有遺漏的質數。

先備經驗

- (1)理解質因數分解的意義。
- (2)能運用短除法找出最大公因數。

本頁教學重點

當兩數為倍數關係時，能快速找出最大公因數。

發展教材

能運用最大公因數解決日常生活的問題。

解題要領

② 用質因數分解解題

從質因數分解中找出共同質因數再相乘。

- ② 有兩個數，將它們質因數分解後是 $2 \times 2 \times 2 \times 3$ 和 $2 \times 3 \times 5$ ，求此兩數的最大公因數。

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ 2 \times 3 \times 5 \end{array} \quad 2 \times 3 = 6$$

答：最大公因數是 6

③ 用短除法解題

先用共同質因數去除，直到沒有共同質因數，再將所有共同質因數相乘。

- ③ 找出 20 和 40 的最大公因數。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 20 \quad 40 \\ 2 & 10 \quad 20 \\ 5 & 5 \quad 10 \\ & 1 \quad 2 \end{array} \quad 2 \times 2 \times 5 = 20$$

答：最大公因數是 20

說說看，40 是 20 的倍數嗎？是

像 20 和 40 這兩數，40 是 20 的倍數時，20 就是 20 和 40 兩數的最大公因數。



試試看

- ① 有兩個數，將它們質因數分解後是 $3 \times 5 \times 5 \times 7$ 和 $2 \times 3 \times 5$ ，求此兩數的最大公因數。

$$\begin{array}{l} 3 \times 5 \times 5 \times 7 \\ 2 \times 3 \times 5 \end{array} \quad 3 \times 5 = 15$$

答：最大公因數是 15

- ② 找出下面各組數的最大公因數：（做法僅供參考）

① 60、12

② 15、45

60 是 12 的倍數，

45 是 15 的倍數，

所以最大公因數是 12。

所以最大公因數是 15。

補充題

- (1) 有兩個數，將它們質因數分解後是 $2 \times 2 \times 3$ 和 $2 \times 2 \times 3 \times 3$ ，求此兩數的最大公因數。

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 \times 3 \\ 2 \times 2 \times 3 \times 3 \end{array}$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

最大公因數是 12

- (2) 找出下面各組數的最大公因數：（做法僅供參考）

① 39、13

39 是 13 的倍數，

所以最大公因數是 13。

② 27、9

27 是 9 的倍數，

所以最大公因數是 9。

先備經驗

能運用列舉法、質因數分解、短除法找出最大公因數。

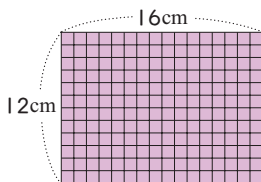
本頁教學重點

能運用最大公因數解決日常生活的問題。

發展教材

6 上第 2 單元：認識最簡分數。

- 4 將一張長 16 公分、寬 12 公分的長方形方格紙剪成數個大小相同，且邊長為整公分的正方形。(配合附件 P1)



- 1 全部剪完，可以剪成邊長幾公分的正方形？



可以剪成邊長 1 公分、2 公分或 4 公分的正方形。



不能剪成邊長 3 公分的正方形，你知道為什麼嗎？

因為 3 不能整除 16

說說看，你發現了什麼？兒童自行發表

正方形的邊長要能整除長 16 公分，也要能整除寬 12 公分，所以邊長是 16 和 12 的公因數。



- 2 承第 1 題，最大可以剪成邊長幾公分的正方形？把做法記下來。

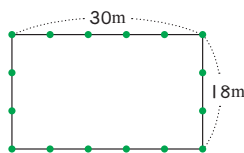
$$\begin{array}{r} 2 \mid 16 \quad 12 \\ 2 \mid 8 \quad 6 \\ \hline 4 \quad 3 \end{array} \quad 2 \times 2 = 4$$

因為 16 和 12 的最大公因數是 4，所以……。



答：4 公分

- 5 長方形花園長 30 公尺、寬 18 公尺，在周圍等距種樹，且四個頂點都要種，樹與樹的間距最大是幾公尺？



$$\begin{array}{r} 2 \mid 30 \quad 18 \\ 3 \mid 15 \quad 9 \\ \hline 5 \quad 3 \end{array} \quad 2 \times 3 = 6$$

答：6 公尺

要找出能同時整除 30 和 18 的最大數，所以是求最大公因數。



- 6 28 個男生和 20 個女生一起去露營，每個帳篷住的人數都一樣多，且男、女生分開住，每個帳篷最多可住幾人？共需要幾個帳篷？

$$\begin{array}{r} 2 \mid 28 \quad 20 \\ 2 \mid 14 \quad 10 \\ \hline 7 \quad 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 28 \div 4 = 7, 20 \div 4 = 5 \\ 7 + 5 = 12 \end{array}$$

答：4 人，12 個

解題要領

運用公因數的概念解題

4

先分別找出所有因數，再找出公因數及最大公因數。

用短除法解題

5

因為是等距種樹，且四端都種，所以找出長和寬的最大公因數，就是樹與樹之間最大的距離。

用短除法解題

6

因為每個帳篷住的人數一樣多，且男、女生分開住，所以找出可以整除男生和女生最大的數，就是每個帳篷最多可住的人數。

給親師的建議

教師指導布題 4 時，可讓學生在附件上畫畫看，是否可分割成邊長 1 公分、2 公分、3 公分……的正方形。

配合習作第 10 頁 13

補充題

做做看：

- (1) 將 18 個芭樂和 30 個蘋果平分給小朋友，每個小朋友分到的芭樂和蘋果都要一樣多，最多可分給幾個小朋友？

$$\begin{array}{r} 2 \mid 18 \quad 30 \\ 3 \mid 9 \quad 15 \\ \hline 3 \quad 5 \end{array}$$

$2 \times 3 = 6$

答：6 個

- (2) 有一塊長方形木板，長 1 公尺 25 公分、寬 75 公分，要切成大小一樣，全部切完，邊長是整數公分的正方形，正方形的邊長最大是幾公分？

1 公尺 25 公分 = 125 公分
125 和 75 的最大公因數是 25

答：25 公分

- (3) 有 63 個男生和 84 個女生要編組遊戲，每組的男生人數要一樣多，女生也一樣多，最多可以分成幾組？每組有幾個人？

63 和 84 的最大公因數是 21
 $63 \div 21 = 3$, $84 \div 21 = 4$
 $3 + 4 = 7$

答：21 組；每組有 7 個

先備經驗

5 上第 2 單元：認識公倍數和最小公倍數的意義。

本頁教學重點

能運用短除法找出最小公倍數。

發展教材

當兩數為倍數關係或互質時，能快速找出最小公倍數。

解題要領

①

用列舉法解題

① 先分別由小到大寫出兩數的倍數。

用質因數分解解題

② 先做質因數分解，找出共同質因數，再和其他非共同質因數相乘，乘積就是最小公倍數。

用短除法解題

合併兩個短除法解題：先用共同質因數去除，直到沒有共同質因數，再將共同質因數和其他非共同質因數相乘。

1-6 用短除法求出最小公倍數

① 下面是 18 和 30 質因數分解的結果。

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

① 利用質因數分解的結果分別寫出 5 個 18 和 30 的倍數。

18 的倍數	30 的倍數
$2 \times 3 \times 3 \times 1 = 18$	$2 \times 3 \times 5 \times 1 = 30$
$2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36$	$2 \times 3 \times 5 \times 2 = 60$
$2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$	$2 \times 3 \times 5 \times 3 = 90$
$2 \times 3 \times 3 \times 4 = 72$	$2 \times 3 \times 5 \times 4 = 120$
$2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$	$2 \times 3 \times 5 \times 5 = 150$

② 18 和 30 的最小公倍數是多少？

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

18 和 30 所有共同的質因數是 2 和 3。

$2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$ ……找出 18 和 30 所有共同的質因數，再和其他非共同質因數相乘，就是 18 和 30 的最小公倍數。

還有其他的做法嗎？

$$\begin{array}{r|l} 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} 18 = 2 \times 3 \times 3 \\ 30 = 2 \times 3 \times 5 \\ 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90 \end{array}$$

也可以將兩個短除法合併為一個來計算。

$$\begin{array}{r|ll} 2 & 18 & 30 \\ \hline 3 & 9 & 15 \\ \hline & 3 & 5 \end{array} \quad 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$$

3 和 5 互質

答：最小公倍數是 90

試試看

有兩個數，將它們質因數分解後是 $2 \times 2 \times 5$ 和 $2 \times 3 \times 5$ ，求此兩數的最小公倍數。

$$2 \times 2 \times 5$$

$$2 \times 3 \times 5$$

$$2 \times 5 \times 2 \times 3 = 60$$

最小公倍數是 60

14 配合習作第 11 頁

補充題

找出下面各組數的最小公倍數：（做法僅供參考）

(1) 15、30

$$\begin{array}{r|ll} 3 & 15 & 30 \\ \hline 5 & 5 & 10 \\ \hline & 1 & 2 \end{array}$$

$$3 \times 5 \times 1 \times 2 = 30$$

最小公倍數是 30

(2) 有兩個數，將它們質因數分解後是 $2 \times 2 \times 7$ 和 $2 \times 3 \times 5$ ，求此兩數的最小公倍數。

$$2 \times 2 \times 7$$

$$2 \times 3 \times 5$$

$$2 \times 2 \times 7 \times 3 \times 5 = 420$$

最小公倍數是 420

教學建議

短除法的教學，建議學生養成由質數來除，不要由合數來除，避免以後找 3 個數的最小公倍數時，產生錯誤。如下，找出 12、16、36 的最小公倍數：

錯誤：

$$\begin{array}{r|lll} 6 & 12 & 16 & 36 \\ \hline 2 & 2 & 16 & 6 \\ \hline & 1 & 8 & 3 \end{array}$$

$$6 \times 2 \times 1 \times 8 \times 3 = 288$$

正確：

$$\begin{array}{r|lll} 2 & 12 & 16 & 36 \\ \hline 2 & 6 & 8 & 18 \\ \hline 3 & 3 & 4 & 9 \\ \hline & 1 & 4 & 3 \end{array}$$

$$2 \times 2 \times 3 \times 1 \times 4 \times 3 = 144$$

先備經驗

能運用短除法找出最小公倍數。

本頁教學重點

當兩數為倍數關係或互質時，能快速找出最小公倍數。

發展教材

能運用最小公倍數解決日常生活的問題。

② 找出 30 和 60 的最小公倍數。

$$\begin{array}{r|l}
 2 & 30 \quad 60 \\
 3 & 15 \quad 30 \\
 5 & 5 \quad 10 \\
 & 1 \quad 2
 \end{array}
 \quad 2 \times 3 \times 5 \times 1 \times 2 = 60$$

答：最小公倍數是 60

說說看，60 是 30 的倍數嗎？是

像 30 和 60 這兩數，60 是 30 的倍數時，60 就是 30 和 60 兩數的最小公倍數。



③ 找出 9 和 10 的最小公倍數。

$$9 \times 10 = 90$$

9 和 10 沒有比 1 大的共同質因數，兩數的最大公因數是 1，也就是 9 和 10 互質，所以 9 和 10 的最小公倍數是 $9 \times 10 = 90$ 。



答：最小公倍數是 90

說說看，你發現了什麼？兒童自行發表



像 9 和 10 這兩數互質，9 和 10 的乘積，就是這兩數的最小公倍數。

解題要領

用短除法解題

②

先用共同質因數去除，直到沒有共同質因數，再將共同質因數和其他非共同質因數相乘。

用乘法解題

③

兩數沒有共同質因數時，兩數互乘就是最小公倍數。

試試看

找出下面各組數的最小公倍數：（做法僅供參考）

① 21、42

② 15、19

③ 54、18

42 是 21 的倍數，
所以最小公倍數是
42。

15 和 19 互質，
 $15 \times 19 = 285$ ，
所以最小公倍數是
285。

54 是 18 的倍數，
所以最小公倍數是
54。

配合習作第 12 頁 15

補充題

找出下面各組數的最小公倍數：

（做法僅供參考）

(1) 9、45

45 是 9 的倍數，
所以最小公倍數是
45。

(2) 72、24

72 是 24 的倍數，
所以最小公倍數是
72。

(3) 5、11

5 和 11 互質，
 $5 \times 11 = 55$ ，
所以最小公倍數是 55。

(4) 18、35

18 和 35 互質，
 $18 \times 35 = 630$ ，
所以最小公倍數是 630。

先備經驗

能運用列舉法、質因數分解、短除法找出最小公倍數。

本頁教學重點

能運用最小公倍數解決日常生活的問題。

發展教材

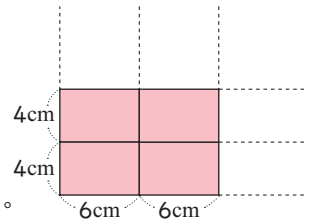
6 上第 2 單元：分數的除法。

解題要領

④ 運用公倍數的概念解題

先分別找出兩數的倍數，再找出公倍數及最小公倍數。

④ 小曹想用數個長 6 公分、寬 4 公分的長方形排成一個正方形，如右圖。



① 拿出附件 P3、P5 的長方形紙片排排看。

長可以拼成 6、12、18、24、30、36、42……

寬可以拼成 4、8、12、16、20、24、28、32、36……

說說看，怎樣才能排出一個正方形？兒童自行發表



當排出的圖形長和寬相同時，可以拼成正方形。

當長和寬為 6 和 4 的公倍數時，如：12、24、36……



② 承第①題，拼成的正方形邊長最小是幾公分？最少需要幾片長方形紙片？

$$2 \begin{array}{r} 6 \quad 4 \\ 3 \quad 2 \end{array}$$

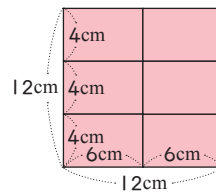
$$2 \times 3 \times 2 = 12$$

$$12 \div 6 = 2$$

$$12 \div 4 = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

因為 6 和 4 的最小公倍數是 12，所以邊長 12 公分的正方形最小。



答：12 公分，6 片

試試看

有一堆綠豆，12 顆一數、15 顆一數都剛好數完，這堆綠豆最少有幾顆？

$$3 \begin{array}{r} 12 \quad 15 \\ 4 \quad 5 \end{array} \quad 3 \times 4 \times 5 = 60$$

答：60 顆

補充題

做做看：

(1) 有一桶糖果，每 6 顆一數或每 8 顆一數，都剛好數完，這桶糖果最少有幾顆？如果這桶糖果不超過 100 顆，最多有幾顆？

$$2 \begin{array}{r} 6 \quad 8 \\ 3 \quad 4 \end{array} \quad 2 \times 3 \times 4 = 24$$

$$100 \div 24 = 4 \cdots 4$$

$$24 \times 4 = 96$$

答：24 顆，96 顆

(2) 撲滿裡有一些 10 元錢幣，9 個一數或 12 個一數都可以剛好數完，撲滿裡最少有幾元？

$$3 \begin{array}{r} 9 \quad 12 \\ 3 \quad 4 \end{array}$$

$$3 \times 3 \times 4 = 36$$

$$10 \times 36 = 360$$

答：360 元

(3) 用每張長 14 公分、寬 12 公分的長方形墊子，排成一個正方形，正方形邊長最小是幾公分？需要幾張墊子？

$$2 \begin{array}{r} 14 \quad 12 \\ 7 \quad 6 \end{array}$$

$$2 \times 7 \times 6 = 84, 84 \div 14 = 6$$

$$84 \div 12 = 7, 6 \times 7 = 42$$

答：84 公分，42 張

先備經驗

能運用列舉法、質因數分解、短除法找出最小公倍數。

本頁教學重點

能運用最小公倍數解決日常生活的問題。

發展教材

6 上第 2 單元：分數的除法。

- 5 甲公車每 25 分鐘發一班，乙公車每 15 分鐘發一班，如果兩公車在上午 10 時同時發車，下一次兩車同時發車是在什麼時候？

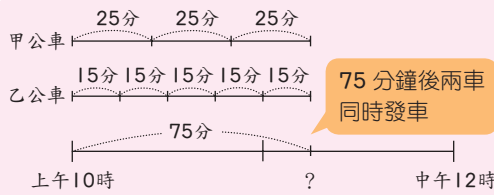
$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 25 \quad 15} \\ \underline{5 \quad 3} \end{array}$$

$$5 \times 5 \times 3 = 75$$

$$75 \text{ 分} = 1 \text{ 時 } 15 \text{ 分}$$

$$10 \text{ 時} + 1 \text{ 時 } 15 \text{ 分} = 11 \text{ 時 } 15 \text{ 分}$$

答：上午 11 時 15 分



解題要領

用短除法解題

5

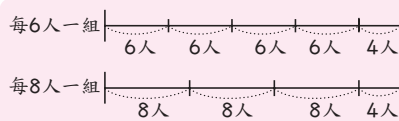
先找出兩班公車發車間隔時間的最小公倍數，再從同時發車的時刻去推算。

- 6 競技啦啦隊練習時，教練將啦啦隊員每 6 人或每 8 人分成一組都會多出 4 人，啦啦隊員最少有幾人？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6 \quad 8} \\ \underline{3 \quad 4} \end{array}$$

$$2 \times 3 \times 4 = 24$$

$$24 + 4 = 28$$



啦啦隊員的人數先減掉 4 人，即為 6 和 8 的最小公倍數，故先算出 6 和 8 的最小公倍數，再加上 4，即為啦啦隊員的人數。



答：28 人

用短除法解題

6

先找出兩種分法的最小公倍數，再加上每次分組都會多出的 4 人。

- 7 六年甲班每 14 天開一次班會，每 21 天開一次讀書會。若 5 月 10 日兩個會在同一天開，下一次兩個會在同一天開是幾月幾日？

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 14 \quad 21} \\ \underline{2 \quad 3} \end{array}$$

$$7 \times 2 \times 3 = 42$$

$$10 + 42 = 52$$

$$52 - 31 = 21$$

答：6 月 21 日

用短除法解題

7

先找出兩種會議間隔時間的最小公倍數，再從同時開會的日期去推算。

補充題

做做看：

- (1) 六年 1 班每 9 天開一次朝會，每 12 天開一次讀書會。若 7 月 10 日兩個會在同一天開，下一次兩個會在同一天開是在幾月幾日？

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9 \quad 12} \\ \underline{3 \quad 4} \end{array}$$

$$3 \times 3 \times 4 = 36$$

$$10 + 36 = 46$$

$$46 - 31 = 15$$

答：8 月 15 日

(做法僅供參考)

- (2) 青青農場裡有一些羊，14 隻一數或 18 隻一數，都會多出 3 隻，青青農場裡最少有幾隻羊？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 14 \quad 18} \\ \underline{7 \quad 9} \end{array}$$

$$2 \times 7 \times 9 = 126$$

$$126 + 3 = 129$$

答：129 隻

配合習作第 13 頁 17

解題要領

一 用短除法解題
 先做質因數分解，再用質因數相乘的形式寫出答案。

二 用列舉法解題
 先分別寫出所有因數，再找出最大公因數做判斷。

三 用短除法解題
 用短除法或倍數關係找出最大公因數和最小公倍數。

四 用短除法解題
 用短除法找出最大公因數或最小公倍數。



練習一

一 用短除法將下面各數做質因數分解： (做法僅供參考)

① 30	② 75	③ 98
$\begin{array}{r} 2 \overline{) 30} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \overline{) 98} \\ 7 \overline{) 49} \\ 7 \end{array}$
$30 = 2 \times 3 \times 5$	$75 = 3 \times 5 \times 5$	$98 = 2 \times 7 \times 7$

二 下面各組數互質的，在 中打 \checkmark ：

① 8、39 ② 11、77 ③ 7、19

三 找出下面各組數的最大公因數和最小公倍數：
 (學生若用短除法求出最小公倍數，應給予正確)

① 33、55	② 28、56
$\begin{array}{r} 11 \overline{) 33 \quad 55} \\ 3 \quad 5 \end{array}$	56 是 28 的倍數， 所以最大公因數是 28， 最小公倍數是 56。
最大公因數是 11 $11 \times 3 \times 5 = 165$ 最小公倍數是 165	

四 應用題： (做法僅供參考)

① 一個長 90 公分、寬 60 公分的長方形畫板，要用正方形色紙鋪滿且不能切割，正方形色紙邊長最大是幾公分？最少需要幾張色紙？	② 小杰想分裝一些糖果，每 16 顆裝一袋或每 20 顆裝一袋都會少 10 顆，這些糖果最少有幾顆？
$\begin{array}{r} 2 \overline{) 90 \quad 60} \\ 3 \overline{) 45 \quad 30} \\ 5 \overline{) 15 \quad 10} \\ 3 \quad 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 20} \\ 2 \overline{) 8 \quad 10} \\ 4 \quad 5 \end{array}$
$2 \times 3 \times 5 = 30$ $90 \div 30 = 3$ $60 \div 30 = 2$ $3 \times 2 = 6$	$2 \times 2 \times 4 \times 5 = 80$ $80 - 10 = 70$
答：30 公分，6 張	答：70 顆

資優挑戰題

把 39、45、49、56、60、70、78、84、91 九個數分成三組，使每組中三個數的乘積相等，要如何分？

$39 = 3 \times 13$, $45 = 3 \times 3 \times 5$, $49 = 7 \times 7$, $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$, $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$, $70 = 2 \times 5 \times 7$, $78 = 2 \times 3 \times 13$, $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$, $91 = 7 \times 13$

[取自南一書局六年級數學練功房]

九個數所有的因數：2 有 9 個，3 有 6 個，5 有 3 個，7 有 6 個，13 有 3 個。

要使三組乘積相等，每組的因數要一樣，所以一組的因數：2 有 3 個，3 有 2 個，5 有 1 個，7 有 2 個，13 有 1 個。

① $39 \times 70 \times 84 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 7 \times 13$
 ② $49 \times 60 \times 78 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 7 \times 13$
 ③ $45 \times 56 \times 91 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 7 \times 13$

答：① $39 \times 70 \times 84$ ，② $49 \times 60 \times 78$ ，③ $45 \times 56 \times 91$

數學第十一冊第 1 單元後測評量試題

_____ 國小 _____ 年 _____ 班 座號 _____ 姓名 _____

一、下面各數中，是質數的圈起來：

每答 4 分，共 36 分

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24

二、用短除法把下面各數做質因數分解：

每題 6 分，共 12 分

(1) 56

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 56} \\ \underline{2} \\ 2 \overline{) 28} \\ \underline{2} \\ 2 \overline{) 14} \\ \underline{2} \\ 7 \end{array}$$

$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$$

(2) 93

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 93} \\ \underline{3} \\ 31 \end{array}$$

$$93 = 3 \times 31$$

三、有兩個數，將它們質因數分解後是 $2 \times 3 \times 3 \times 3$ 和 $3 \times 3 \times 3$ ，求此兩數的最大公因數和最小公倍數：共 14 分

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54$$

答：最大公因數是 27
最小公倍數是 54

四、用短除法找出 45 和 36 的最大公因數和最小公倍數：共 14 分

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 45 \quad 36} \\ \underline{3} \\ 3 \overline{) 15 \quad 12} \\ \underline{3} \\ 5 \quad 4 \end{array}$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$3 \times 3 \times 5 \times 4 = 180$$

答：最大公因數是 9
最小公倍數是 180

五、應用題：每題 6 分，共 24 分（做法僅供參考）

(1) 班上男生有 18 個，女生有 15 個，上體育課時男女生混合編組，每組男生人數要一樣多，女生人數要一樣多，全部分完，最多可分成幾組？每組男、女生各有幾個？

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 18 \quad 15} \\ \underline{6} \quad \underline{5} \end{array}$$

答：3 組；男生 6 個，女生 5 個

(2) 小美每 6 天輪一次夜班，小華每 8 天輪一次夜班，10 月 1 日兩人同時值夜班，下次再度同時值夜班是幾月幾日？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6 \quad 8} \\ \underline{3} \quad \underline{4} \end{array}$$

$$2 \times 3 \times 4 = 24$$

$$1 + 24 = 25$$

答：10 月 25 日

(3) 把一張長 48 公分、寬 30 公分的長方形紙板剪成數個一樣大的正方形，全部剪完，最少能剪成幾張？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48 \quad 30} \\ \underline{2} \\ 3 \overline{) 24 \quad 15} \\ \underline{8} \quad \underline{5} \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \times 3 = 6 \\ 48 \div 6 = 8 \\ 30 \div 6 = 5 \\ 8 \times 5 = 40 \end{array}$$

答：40 張

(4) 有一堆 10 元錢幣，12 個一數、15 個一數，都剛好數完，這堆錢幣最少有幾元？

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 12 \quad 15} \\ \underline{4} \quad \underline{5} \end{array}$$

$$3 \times 4 \times 5 = 60$$

$$10 \times 60 = 600$$

答：600 元

<對對看>

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

◎ 從 1 到 15 中抽出 3 張牌，使它們的乘積剛好等於 144。
寫出兩組答案。（答案僅供參考）

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 144} \\
 \underline{2} \\
 2 \overline{) 72} \\
 \underline{2} \\
 2 \overline{) 36} \\
 \underline{2} \\
 2 \overline{) 18} \\
 \underline{3} \\
 3 \overline{) 9} \\
 \underline{3}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 144 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\
 &= 8 \times 6 \times 3 \\
 &= 8 \times 2 \times 9 \\
 &= 4 \times 12 \times 3 \\
 &= 2 \times 6 \times 12
 \end{aligned}$$

答：3、6、8 或 2、8、9 或 3、4、12
或 2、6、12