

110 年度縣市學生學習能力檢測

數學三年級施測結果報告

國立臺中教育大學

測驗統計與適性學習研究中心

中華民國 111 年 02 月

目錄

壹、背景與目的	1
一、背景	1
二、目的	1
貳、參與縣市與檢測規模	2
參、檢測對象與檢測工具	3
一、檢測對象	3
二、檢測工具	4
肆、試題分析與教學建議	6
伍、整體學力表現分析	69
一、不同背景變項學生整體學力表現分析	69
二、國民小學三年級學生於不同能力指標之答對率	72
陸、整體教學建議	74
一、學生整體表現	74
二、對學習待加強學生的觀察	75
柒、附錄	88

壹、背景與目的

一、背景

測驗與評量是教育歷程中十分重要的一環，透過學力檢測可協助師生瞭解學生之學習成效與升學進路，及早發現待加強學生並啟動積極性教學介入，教育當局亦能評估施行的相關政策，透過調節教育資源來強化發展教學成效。107 年開始，桃園市等五縣市以委託形式，由國立臺中教育大學測驗統計與適性學習研究中心協助辦理縣市學生學習能力檢測試題研發暨資料分析工作，108 年起，改以中心自辦學力檢測研發，各縣市依需求參與形式運作，110 年度有基隆市、新北市、桃園市、新竹縣、新竹市、雲林縣、嘉義縣、嘉義市、臺南市、屏東縣、花蓮縣、澎湖縣以及金門縣等十三縣市共同參與，檢測對象為國民中小學一年級至八年級學生，檢測科目包含國語文、數學、英語文和自然。此份報告係根據檢測分析結果撰寫，現場教師可據以瞭解學生於各評量向度之表現情形，進而對學生進行適性適才之教學；教育決策者亦可更精準的將相關資源挹注於需求性相對較高的教育現場，讓教育和教學有效的朝「把每一個孩子帶上來」的方向前進。

二、目的

- (一) 測驗專責單位統一研發試題，降低各縣市命題壓力和研發成本。
- (二) 國民小學及國民中學學生學習能力檢測分析結果，協助教師瞭解學生學習概況以及科目內有待加強之內容向度。
- (三) 不同背景變項國民小學及國民中學學生學習能力表現之差異分析，可做為學校輔導或教育政策研擬之參考。

貳、參與縣市與檢測規模

本年度縣市學生學習能力檢測於 110 年 9 月 14 日進行，數學三年級施測人數為 39,281 人。各縣市在數學三年級之詳細參與情形如下表 2-1 所示：

表 2-1 110 年度國民小學學生學習能力檢測數學三年級縣市參與情形

參與縣市	報名學生人數	到考人數
新竹市	5,597	5,422
雲林縣	5,444	5,294
嘉義縣	3,079	3,079
臺南市	16,554	16,086
屏東縣	6,361	6,134
花蓮縣	2,641	2,570
金門縣	697	696
總計	40,373	39,281

參、檢測對象與檢測工具

一、檢測對象

110 年參與國立臺中教育大學所承辦「國民小學數學三年級學習能力檢測」者為新竹市、雲林縣、嘉義縣、臺南市、屏東縣、花蓮縣及金門縣等七縣市之國民小學三年級學生（未排除資源班及特殊生），應考名冊羅列 40,373 人、實際施測人數 39,281 人，其中男生 19,904 人、女生 18,508 人、未填寫性別 869 人，整體缺考率約為 2.7%。

根據教育部統計處資料顯示，109 學年我國國民小學校數為 2,631 校，參與本次學力檢測計 809 校，約佔全國國民小學總校數之 30.7%。參照傅仰止、蘇國賢、吳齊殷、廖培珊、謝淑惠(2018)對臺灣鄉鎮市區類型研究之分類，由於該計畫未包含金門縣和連江縣，本中心參考傅仰止等人(2018)研究的因子及縣市地區的人口結構，將金門縣鄉鎮市區類型分類。本次參與數學三年級學力檢測學校之 809 校中隸屬都會核心者（人口密度、專科以上教育、青壯年人口及服務業百分比最高）15 校、工商市區（僅次於都會核心之商業高度發展地區）30 校、新興市鎮（同時具有活絡的工業生產活動以及商業服務和相關工作能力）61 校、傳統產業市鎮（就業人口供給較低、老年居民較多，僅能固守既有的傳統產業）76 校、低度發展鄉鎮（就業人口及教育程度低，老年人口偏多，無明顯工商業活動與發展）200 校、高齡化鄉鎮（工商服務相關屬性最低，較低人口密度與教育程度）332 校、偏遠鄉鎮（低度工商業發展，存有最低層教育程度及人數稀少的居民）95 校。

二、檢測工具

「國民小學數學三年級學習能力檢測」(以下簡稱學力檢測)是由國立臺南大學教育系教授邀集臺南市現職國民小學教師組成命題團隊,一同編製、檢視而成。本次學力檢測試題包括「評量指標-知識向度」與「評量指標-認知向度」等兩個向度。其中,評量指標-知識向度包含數與計算、量與實測以及幾何等三個向度;評量指標-認知向度包含概念理解、程序執行與解題思考等三個向度。學力檢測施測之正式題本總題數為 25 題,試題評量架構與試題各面向之題數分布如下表 3-1 所示。

表 3-1 數學領域三年級正式題本評量指標架構與試題之題數分布

知識向度 \ 認知向度	概念理解	程序執行	解題思考
數與計算	6	5	4
量與實測	1	3	1
幾何	2	0	3

(一) 評量架構

命題團隊為顧及試題分布之均衡性,依概念理解、程序執行與解題思考等三個評量指標-認知向度;數與計算、量與實測以及幾何等三個評量指標-知識向度,二個面向進行測驗試題之設計。「**數與計算**」包括 10000 以內的數(含位名與位值單位換算)、運用自然數的四則與混合計算解決生活中的問題、在具體情境中初步認識分數、同分母分數的比較與加減;「**量與實測**」包括各種量的常用單位及其計算、時間單位(包括日、時、分、秒)及各單位間的關係、同時間單位的加減計算、長度單位(包括毫米、公尺、公分)及各單位間的關係、長度的估測與計算、重量單位(包括公斤、公克)及各單位間的關係、角概念以及角的大小比較;「**幾何**」平面圖形的內部、外部與周界、周長、圓的構成要素(包括圓心、圓周長、半徑與直徑)、將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。詳細試題內容於各評量指標之分布題數如下表 3-2 所示:

表 3-2 數學領域三年級施測正式題本於評量指標之題數分析

向度		能力指標	題數	題號
數與計算	概念理解	3-n-01、3-n-03、3-n-05、 3-n-09、3-n-11	6	2、6、10、11、19、 22
	程序執行	3-n-02、3-n-04、3-n-06、 3-n-09、3-n-10	5	1、3、7、13、14
	解題思考	3-n-01、3-n-06、3-n-07、 3-n-08	4	4、5、9、15
量與實測	概念理解	3-s-06	1	12
	程序執行	3-n-16、3-s-06	3	18、21、23
	解題思考	3-n-14	1	20
幾何	概念理解	3-s-03、3-s-07	2	16、24
	解題思考	3-s-04、3-s-01、3-s-02	3	8、17、25

(二) 預試

國民小學數學三年級學習能力檢測於 110 年 3 月 2 日至 110 年 3 月 19 日間進行預試，預試樣本為基隆市、雲林縣、嘉義縣、屏東縣及金門縣之國民小學四年級學生共 1,160 人。預試資料回收後先進行初步資料整理，後進行選答率、鑑別度以及通過率分析。分析後召開試題修審會議，符合(1)正確選項之選答率低於錯誤選項之選答率；(2)鑑別度低於 0.15；(3)錯誤選項之選答率過低三標準任一項的試題，由命審題委員提出討論並視需要進行修正。

肆、試題分析與教學建議

本報告先分析「110年國民小學數學三年級學生學習能力檢測」結果，再針對各試題提供相關建議。

整份試卷未作答、連續五題或五題以上未作答和答對率低於0.25，且作答反應中有疑似亂答者為無效樣本，予以刪除，最終納入分析之有效樣本數為38,773人，其中各科試題分析結果呈現時所涉及的名詞分別定義如下表4-1：

表 4-1 試題分析名詞解釋

高分組	參與測驗有效樣本總分排名前 27%之學生。
低分組	參與測驗有效樣本總分排名後 27%之學生。
選答率	參與測驗有效樣本於此試題選答各選項之比率。
通過率	參與測驗有效樣本之試題答對率。
鑑別度	高分組試題答對率與低分組試題答對率之差。

試題代碼：本次學力檢測試題分析報告中，每道數學題幹均配有一組試題代碼「110-Mn₁-□n₂-n₃」。其中，M表示「數學科」；n₁表示「n₁年級」；□表示「知識向度」（A：數與計算；B：量與實測；C：代數）；n₂表示「認知向度」（1：概念理解；2：程序執行；3：解題思考）；n₃表示「題號」（01表示第1題）。

題號	試題代碼					答案	
1	110-M3-A2-01					2	
評量指標	3-n-04 能熟練三位數乘以一位數的直式計算。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	一組紀念套幣有 7 枚硬幣，限量發售 438 組，共有多少枚硬幣？ ① 3156 枚 ② 3066 枚 ③ 2866 枚 ④ 2156 枚						
選答率	選項	1	2*	3	4	其他	通過率：85%
	全體	0.06	0.85	0.07	0.02	0.00	
	高分組	0.01	0.97	0.02	0.00	0.00	鑑別度：0.29
	低分組	0.14	0.68	0.13	0.05	0.00	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題是三位數乘以一位數的乘法文字題，要求學生算出答案，評量學生三位數乘以一位數的直式計算能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.29，正確答案為選項②，通過率為 85%，顯示八成五的學生已具備三位數乘以一位數的直式計算能力。
2. 有 6% 的學生選擇選項①(低分組有 14%)，7% 的學生選擇選項③(低分組有 13%)，2% 的學生選擇選項④(低分組有 5%)。這些學生可能尚未具備三位數乘以一位數的直式計算能力；也可能尚未熟記九九乘法；也可能在進位時計算發生錯誤。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-08 能理解九九乘法。	3-n-04 能熟練三位數乘以一位數的直式計算。	4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 以「 438×7 」為例，學生混淆下列兩種解讀 438 的意義：
 - (1) 將 438 解讀成 $400 + 30 + 8$ 。
 - (2) 將 438 解讀成 4 個百、3 個十和 8 個一。
2. 學生在乘法直式計算時，容易在進位時發生錯誤。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 三位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為三位數乘法直式計算的基礎，也是除數為三位數除法直式計算的基礎。

以 345×678 為例，直式進行了 3 次 345 乘以一位數 6、7、8 的計算。
 以 $4613 \div 172$ 為例，學生估商時進行了 2 次 172 乘以一位數的計算。
 建議教師應要求學生熟練二位及三位數乘以一位數的乘法直式計算，並將計算的結果記成一行，為被乘數是二、三位數及除數是二、三位數的乘、除直式計算鋪路。

2. 有兩種分解 147 的方法，第一種是將 147 分解成 100、40 和 7；第二種是將 147 分解成 1 個百 4 個十和 7 個一。乘法直式計算採用第二種分解方式，使得每一個單位的個數都不超過 10，藉以簡化計算。

下面的圖一是第一種分解方法的乘法直式計算，圖二是第二種分解方法的乘法直式計算。

第一種分解方法的乘法直式計算不易將結果記成一行，學生必須先將 7×6 、 40×6 、 200×6 的計算結果記在心裡，再心算出這三個數的和，才能將圖一的計算結果改記成一行，國小三年級的學生不易做到。

	千	百	十	個
	1000	100	⑩	①
		2	4	7
×				6
			4	2
		2	4	0
+1	2	0	0	
	1	4	8	2

圖 一

	千	百	十	個
	1000	100	⑩	①
		2	4	7
×				6
			4	2
		2	4	
+1	2			
	1	4	8	2

圖 二

3. 「 147×6 」為例，說明如何幫助學生將乘法直式計算的積摘要的記成一行。

	千	百	十	個
	1000	100	⑩	①
		1	4	7
×				6
			4	2
		2	4	
+		6		
		8	8	2

因為「4」和「24」都是「十」單位，
 只要心算出「 $4+24$ 」，就可以省略記成一行。

因為「2」和「6」都是「百」單位，
只要心算出「2+6」，就可以省略記成一行。
因此可以省略記成一行。

題號	試題代碼				答案		
2	110-M3-A1-02				1		
評量指標	3-n-03 能用併式記錄加減兩步驟的問題。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	<p>「賣場裡原有 900 瓶飲料，上午賣出了 430 瓶，下午又補貨了 260 瓶，賣場裡還有多少瓶飲料？」</p> <p>下列哪個算式可以算出正確的答案？</p> <p>① $900 - 430 + 260$</p> <p>② $900 - 430 - 260$</p> <p>③ $900 + 430 + 260$</p> <p>④ $900 + 430 - 260$</p>						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：88%
	全 體	0.88	0.08	0.02	0.02	0.00	
	高分組	0.94	0.06	0.00	0.00	0.00	鑑別度：0.15
	低分組	0.79	0.11	0.06	0.04	0.00	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題是先減後加的兩步驟文字題，要求學生選出能算出答案的算式，評量學生加減兩步驟問題列式的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.15，正確答案為選項①，通過率為 88%，顯示近九成的學生已具備加減兩步驟問題列式的能力。
2. 有 8% 的學生選擇選項②(低分組有 11%)，這些學生可能不清楚「補貨」的意思，誤以為補貨後飲料的數量會變少，因此將先減後加的兩步驟文字題解讀為連減的兩步驟問題。
3. 有 2% 的學生選擇選項③(低分組有 6%)，2% 的學生選擇選項④(低分組有 4%)，這些學生可能不理解題意；也可能不具備加減兩步驟問題列式的能力。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-09 能在具體情境中，解決兩步驟問題(加與減，不含併式)。	3-n-03 能用併式記錄加減兩步驟的問題。	4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1.97 課綱三年級「3-n-03：能用併式記錄加減兩步驟的問題。」引入兩步驟問題的列式活動，限制用沒有括號的併式記錄先加(減)後加(減)兩步驟的問題。

不處理將「 $5+3=8$ ， $10-8=2$ 」改記成併式「 $10-(5+3)=2$ 」的問題。

四年級「4-n-04：能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。」，正式引入兩步驟問題的列式活動。

108 課綱三年級不引入併式紀錄，也不引入加減兩步驟問題列式的活動。

2.學生可能不理解「補貨」的意義，建議教師透過扮演賣場的活動，幫助學生理解「補貨」就是再買進一些飲料的意思。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1.分年細目 3-n-03 為分年細目 2-n-09 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，解決加、減兩步驟問題，並能用兩個算式記錄解題活動。

分年細目 3-n-03 只處理最簡單的加、減兩步驟問題，幫助學生將兩個算式改記成一個連加、連減或加減混合的算式。

2.分年細目 3-n-03 不用括號來溝通先算的部份，學生的記法是由左往右依序計算，教師布題時應迴避併式時會形成「 $a-(b+c)$ 」或「 $a-(b-c)$ 」等問題。

例如：甲有 100 元，先給乙 30 元，再給丙 20 元，還剩下多少元？

如果學生的算法是「 $100-30=70$ ， $70-20=50$ 」，教師可以要求改用一個算式「 $100-30-20=50$ 」來記錄，這個紀錄滿足「由左往右算」運算次序的約定。

如果學生的算法是「 $30+20=50$ ， $100-50=50$ 」，無法用沒有括號的併式來記錄。

3.108 課綱三年級不引入併式紀錄，建議教師在三年級只要提供學生加、減兩步驟問題併式的解題經驗，不必要求學生熟練。

題號	試題代碼					答案	
3	110-M3-A2-03					3	
評量指標	3-n-10 能做簡單的三位數加減估算。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	媽媽帶了 1000 元去菜市場，買蔬果花了 102 元，買肉類花了 301 元，請問媽媽大約還剩下多少元？ ① 400 元 ② 500 元 ③ 600 元 ④ 700 元						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：70%
	全 體	0.07	0.16	0.70	0.07	0.00	
	高分組	0.04	0.05	0.88	0.03	0.00	鑑別度：0.41
	低分組	0.12	0.28	0.47	0.12	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定一個 1000 連減兩個三位數的估算情境，要求學生選出最接近正確答案的選項，評量學生利用簡單三位數加減估算解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.41，正確答案為選項③，通過率為 70%，顯示有七成的學生已具備簡單三位數加減估算的能力。
2. 有 7% 的學生選擇選項①(低分組有 12%)，這些學生可能不理解估算的意義；或誤認為花 102 元要付 2 張百元的鈔票，花 301 元要付 4 張百元的鈔票，將 102 元估算為 200 元，301 元估算為 400 元， $1000 - 200 - 400 = 400$ ，得到大約還剩下 400 元的答案。
3. 有 16% 的學生選擇選項②(低分組有 28%)，這些學生可能不理解估算的意義；也可能先算出買蔬果和肉類要花 403 元，誤認為花 403 元要付 5 張百元的鈔票，將 403 元估算為 500 元， $1000 - 500 = 500$ ，得到大約還剩下 500 元的答案。
4. 有 7% 的學生選擇選項④(低分組有 12%)，這些學生可能誤解題意，僅估算買肉類剩下的金額；也可能已具備估算的能力，但在計算時發生錯誤。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-11 能做簡單的二位數加減估算。	3-n-10 能做簡單的三位數加減估算。	4-n-06 能在具體情境中，對大數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減之估算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生混淆估算和概算的意義，將估算問題解讀成概算問題，例如將用掉 502 元解讀成要用掉 6 張百元鈔票。
2. 學生不理解估算的意義，不知道加減估算和加減計算相同，答案都要求以一為單位，只是估算不要求精確的答案。
3. 97 課綱二年級引入二位數加減估算，三年級引入三位數加減估算；
108 課綱二年級引入二、三位加減估算，三年級引入四則估算(含乘除)。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本題是連減的兩步驟估算問題，學生可能出現下面兩種解題方法：

方法一：計算出正確答案後再估算

$$1000 - 102 = 898, 898 - 301 = 597$$

$$\text{或 } 102 + 301 = 403, 1000 - 403 = 597$$

597 最接近 600、得到 600 元的答案。

方法二：先估算再計算出正確答案

$$102 \text{ 很接近 } 100, 301 \text{ 很接近 } 300,$$

$$1000 - 100 = 900, 900 - 300 = 600$$

$$\text{或 } 100 + 300 = 400, 1000 - 400 = 600$$

得到 600 元的答案。

教師應引入第二種解題的方法，並限制學生改用第二種方法來解題。

2. 估算與取概數都無法精確地描述個數，因而容忍少量的差異，只做大概的描述，但是它們最後描述的單位並不相同。

估算是計算的問題，例如「 $402 + 299$ 」中的 402 很接近 400，299 很接近 300， $400 + 300 = 700$ ，所以「 $402 + 299$ 」估算的答案是 700，估算的答案必須以「1」為單位來描述。

概算是先進行單位量轉換後再計算的問題，例如「 $302 + 299$ 」中的 402 很接近 4 個百，299 很接近 3 個百，4 個百加 3 個百是 7 個百，所以「 $402 + 299$ 」概算的答案是 7 個百，概算的答案不是以「1」為單位來描述。

3. 加減估算為四捨五入法取概數的前置經驗，在此不宜進行取概數的教學。

例如：

「甲有 699 元，甲最多有幾張 100 元？」是取概數的問題。

「甲 = 399，乙 = 401，甲 + 乙的和最接近幾個百？」也是取概數的問題。

4. 教師在評量估算問題時，不宜直接要求估算結果的標準答案，例如不可直接提問「 $312 + 299$ 的答案大約是多少？」，因為 600 和 610 都是合理的答案。

教師只能布下列的問題：

例： $302 + 299 = ()$ ，答案最接近 400、500、600 中的哪一個數字？

$701 - 599 = ()$ ，答案最接近 100、200、300 中的哪一個數字？

題號	試題代碼					答案	
4	110-M3-A3-04					3	
評量指標	3-n-07 能在具體情境中，解決兩步驟問題（加、減與除，不含併式）。						
知識向度	數與計算		認知向度		解題思考		
題目	15 位男生和 12 位女生參加數學營，每 3 位學生分為一組，共可以分成幾組？ ① 81 組 ② 27 組 ③ 9 組 ④ 5 組						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：76%
	全 體	0.10	0.08	0.76	0.06	0.00	
	高分組	0.02	0.01	0.95	0.02	0.00	鑑別度：0.46
	低分組	0.19	0.19	0.49	0.11	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題是先加後除的兩步驟文字題，要求學生算出答案，評量學生先加後除兩步驟問題解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.46，正確答案為選項③，通過率為 76%，顯示近八成的學生已具備在具體情境中，解決先加後除兩步驟問題的能力。
2. 有 10% 的學生選擇選項①(低分組有 19%)，這些學生可能誤解題意，將先加後除的兩步驟問題，解讀為先加後乘的兩步驟問題。
3. 有 8% 的學生選擇選項②(低分組有 19%)，這些學生可能算出先加的步驟後，就停止解題。
4. 有 6% 的學生選擇選項④(低分組有 11%)，這些學生可能將題目解讀為連除兩次再加的三步驟問題，並在算出第一個步驟 $15 \div 3 = 5$ 後，就停止解題。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-10 能在具體情境中，解決兩步驟問題(加、減與乘，不含併式)。	3-n-07 能在具體情境中，解決兩步驟問題(加、減與除，不含併式)。	4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生解兩步驟問題時，最常遇到的困難是不知道以算式「 $15+12=27$ 」算出「男生和女生共有 27 人」後，所得到的「27 人」還可以繼續運算，誤以為「27 人」就是答案。

建議教師可以透過分段布題的方式，幫助學生解題。

2. 如果學生不理解題意，建議教師透過操作具體物的方式來說明題意，並要求學生再操作一次具體物，檢查學生是否理解題意。
3. 如果學生將先加後除的兩步驟問題，解讀為連除兩次再加的三步驟問題，並用三個算式紀錄解題過程，教師應先接受，再透過分段布題，幫助學生解讀為先加後除兩的步驟問題後，改用兩個算式來記錄，為四年級引入併式的教學鋪路。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 先除後加(減)的問題，一定是兩步驟的問題；先加(減)後除的問題，可以是兩步驟的問題，也可以是三步驟的問題。

建議教師先引入先除後加(減)的兩步驟問題，再引入先加(減)後除的兩步驟問題。

以先加後除的兩步驟問題「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人的錢合起來可以買幾枝？」為例，學生可以用兩個算式「 $15+25=40$ ， $40\div 5=8$ 」，答：可以買 8 枝」記錄解題活動；也可以用三個算式「 $15\div 5=3$ ， $25\div 5=5$ ， $3+5=8$ 」，答：可以買 8 枝」記錄解題活動。

剛開始，教師應先接受三步驟的算法，接下來，應透過分段布題或分段解題，限制學生改用兩個算式記錄解題活動，為四年級引入兩步驟問題的併式紀錄及列式鋪路。

2. 以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，教師可透過分段布題的方式幫助學生用兩個算式記錄解題活動。

步驟一：先布問題「甲有 15 元，乙有 25 元，兩人合起來有多少元？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $15+25=40$ 」把做法記下來。

步驟二：再布問題「兩人合起來有 40 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $40\div 5=8$ 」記錄解題活動。

步驟三：最後，再布原問題「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」，用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。幫助學生用兩個算式「 $15+25=40$ ， $40\div 5=8$ 」把做法記下來。

3. 下面以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，說明兩步驟問題的教學流程。

(1) 用兩個算式記錄解題活動

$15+25=40$ ， $40\div 5=8$ ，答：可以買 8 枝。

(2) 將兩個算式改記成併式的記法

將「 $15+25=40$ ， $40\div5=8$ 」改記成「 $(15+25)\div5=8$ 」

(3)用併式記錄解題活動

$(15+25)\div5=8$ ，答：可以買 8 枝。

(4)用算式填充題來列式

$(15+25)\div5=(\quad)$

(5)先列式，再用逐次減項記錄解題活動

$(15+25)\div5=(\quad)$

$(15+25)\div5$

$=40\div5$

$=8$ ，答：可以買 8 枝。

三年級處理的是第(1)部份，其它部份是四年級的教學重點。

題號	試題代碼				答案		
5	110-M3-A3-05				4		
評量指標	3-n-08 能在具體情境中，解決兩步驟問題（連乘，不含併式）。						
知識向度	數與計算		認知向度		解題思考		
題目	<p>「一個甜甜圈賣 8 元，每 16 個裝成 1 盒，小蘭買了 4 盒，共要付多少元？」</p> <p>下列哪個算式和答案都正確？</p> <p>① $16+4=20$，$8\times 20=160$，答：要付 160 元</p> <p>② $8\times 16=128$，答：要付 128 元</p> <p>③ $8\times 16=128$，$128\div 4=32$，答：要付 32 元</p> <p>④ $8\times 16=128$，$128\times 4=512$，答：要付 512 元</p>						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：64%
	全 體	0.10	0.10	0.16	0.64	0.00	
	高分組	0.02	0.02	0.05	0.92	0.00	鑑別度：0.60
	低分組	0.21	0.20	0.27	0.32	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題是連乘的兩步驟文字題，要求學生選出正確的解題算式和答案，評量學生連乘兩步驟問題解題和記錄的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.6，正確答案為選項④，通過率為 64%，顯示超過六成的學生已具備連乘兩步驟問題解題和記錄的能力。
2. 有 10% 的學生選擇選項①(低分組有 21%)，這些學生可能誤解題意，將連乘兩步驟問題解讀為先加後乘的兩步驟問題。
3. 有 10% 的學生選擇選項②(低分組有 20%)，這些學生算出先乘的步驟後，就停止解題。
4. 有 16% 的學生選擇選項③(低分組有 27%)，這些學生可能誤解題意，將連乘兩步驟問題解讀為先乘後除的兩步驟問題。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-10 能在具體情境中，解決兩步驟問題(加、減與乘，不含併式)。	3-n-08 能在具體情境中，解決兩步驟問題(連乘，不含併式)。	4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生解兩步驟問題時，最常遇到的困難是不知道以算式「 $8 \times 16 = 128$ 」算出「買 16 個甜甜圈要 128 元」後，所得到的「128 元」還可以繼續運算，誤以為「128 元」就是答案。建議教師可以透過分段布題的方式，幫助學生解題。
2. 如果學生不理解題意，建議教師透過操作具體物的方式來說明題意，並要求學生再操作一次具體物，檢查學生是否理解題意。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 分年細目 3-n-08 教學重點是解決連乘的兩步驟問題，並用二個算式記錄解題活動，不討論利用數學性質簡化計算的問題。例如：面對「 $37 \times 25 \times 4$ 」的文字題情境時，不討論先算「 37×25 」與先算「 25×4 」，何種算法較有效率。四年級引入乘法結合律之後，才開始討論簡化計算的問題。
2. 教師可透過分段布題的方式幫助學生用兩個算式記錄解題活動。
步驟一：先布問題：「一個甜甜圈賣 8 元，每 16 個裝成 1 盒，請問 1 盒需要付多少元？」幫助學生用乘法解題 $8 \times 16 = 128$ ，得到 1 盒需要付 128 元。
步驟二：再布問題：「1 盒要付 128 元，買 4 盒需要付多少元？」幫助學生用乘法解題 $128 \times 4 = 512$ ，得到 4 盒需要付 512 元。
步驟三：最後再回到原問題：「一個甜甜圈賣 8 元，每 16 個裝成 1 盒，買 4 盒，共要付多少元？」幫助學生用兩個算式「 $8 \times 16 = 128$ ， $128 \times 4 = 512$ 」把做法記下來。

題號	試題代碼					答案	
6	110-M3-A1-06					1	
評量指標	3-n-09 能由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	將 37、47、87、97 標示在數線上，哪個數的位置在數線的最左邊？ ① 37 ② 47 ③ 87 ④ 97						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：81%
	全 體	0.81	0.04	0.03	0.12	0.00	
	高分組	0.94	0.00	0.00	0.05	0.00	鑑別度：0.31
	低分組	0.63	0.08	0.07	0.20	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定 4 個標示在數線上點的坐標，要求學生選出哪個點在數線的最左邊。評量學生標記整數數線及判斷左右方向的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.31，正確答案為選項①，通過率為 81%，顯示超過八成的學生已具備標記整數數線及判斷左右方向的能力。
2. 有 4% 的學生選擇選項②(低分組有 8%)，3% 的學生選擇選項③(低分組有 7%)，這些學生可能不具備標記整數數線的能力。
3. 有 12% 的學生選擇選項④(低分組有 20%)，這些學生可能混淆左邊和右邊的方向，誤將數線的最右邊解讀為最左邊。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-15 能認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並能做相關的實測、估測與同單位的計算。	3-n-09 能由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。	4-n-10 能將簡單分數標記在數線上。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能在判斷左右相對位置關係時發生困難。
2. 學生可能沒有在整數數線上標示數字的解題經驗，本題沒有標示出數線，學生

可能無法自行繪製出數線並在數線上標示出給定的數字。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的刻度 5 有下列兩種意義：

(1) 在數線上的位置(或坐標)是 5。

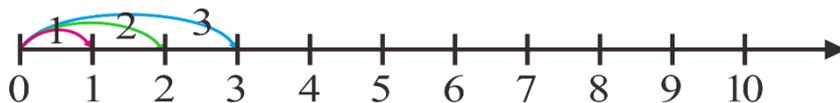
(2) 和原點 0 的距離是 5。

2. 教師可以透過下列方法繪製數線，幫助學生理解整數數線的意義。

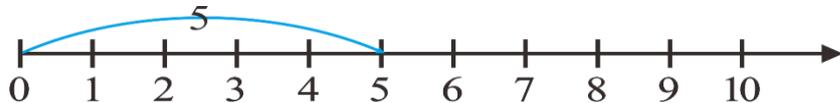
步驟一：先利用直尺上的公分刻度繪製有刻度的數線，並標示相鄰兩刻度間的距離都是 1(單位)。



步驟二：再幫助學生將最左邊的刻度上標示 0，在和 0 距離 1 的刻度上標示 1，在和 0 距離 2 的刻度上標示 2，在和 0 距離 3 的刻度上標示 3，以此類推。



步驟三：說明相鄰兩刻度的距離都是 1(單位)，刻度 5 和 0 的距離是 5(單位)。



題號	試題代碼				答案		
7	110-M3-A2-07				2		
評量指標	3-n-06 能熟練三位數除以一位數的直式計算。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	一年有 365 天，請問 365 天是幾個星期又幾天？ ① 52 個星期又 2 天 ② 52 個星期又 1 天 ③ 51 個星期又 2 天 ④ 51 個星期又 1 天						
選答率	選項	1	2*	3	4	其他	通過率：65%
	全體	0.16	0.65	0.12	0.08	0.01	
	高分組	0.05	0.89	0.03	0.03	0.00	鑑別度：0.51
	低分組	0.29	0.38	0.20	0.12	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題提示一年有 365 天，要求學生算出 365 天是幾個星期又幾天，評量學生三位數除以一位數的除法直式計算能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.51，正確答案為選項②，通過率為 65%，顯示六成五的學生已具備三位數除以一位數的除法直式計算能力。
2. 有 16% 的學生選擇選項①(低分組有 29%)，12% 的學生選擇選項③(低分組有 20%)，8% 的學生選擇選項④(低分組有 12%)，這些學生可能不知道一星期有多少天；也可能在直式計算時發生錯誤。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-07 能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。 3-n-05 能理解除法的意義，運用 \div 、 $=$ 做橫式紀錄(包括有餘數的情況)，並解決生活中的問題。	3-n-06 能熟練三位數除以一位數的直式計算。	4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

- 1.以「 $365 \div 7$ 」為例，學生混淆下列兩種解讀 365 的意義：
 - (1)將 365 解讀成 $300 + 60 + 5$ 。
 - (2)將 365 解讀成 3 個百、6 個十和 5 個一。
- 2.學生在進行除法直式計算時容易發生商或餘數位值記錄錯誤。

(二) 核心概念與本題的教學重點

- 1.除法問題有等分除和包含除兩種題型，建議教師在等分除情境引入二位及三位除以一位數的除法直式計算。並將除法直式計算視為解題的工具，不論文字題是等分除或包含除問題，學生只要判斷它是除法問題，就能利用除法直式來解題。

等分除問題：將 748 元平分給 5 個人，每人最多分到幾元，還剩下多少元？

包含除問題：748 元，每 5 元分給 1 個人，最多可分給幾人，還剩下多少元？

等分除問題可以將 748 元解讀成 7 張 100 元、4 枚十元和 5 個一元，讓百元、十元和一元的個數都不超過 10 個，可以簡化計算。

- 2.以「659 元平分給 4 個人，每個人最多分到幾元，還剩下多少元？」為例，說明如何幫助學生學習除法直式計算。

(1)有兩種分解 659 的方法，第一種是將 659 分解成 $600 + 50 + 9$ ，第二種是將 659 分解成 6 個百、5 個十和 9 個一。第二種方法會讓計算的數字變小，本基本學習內容透過第二種分解方式引入除法直式計算。

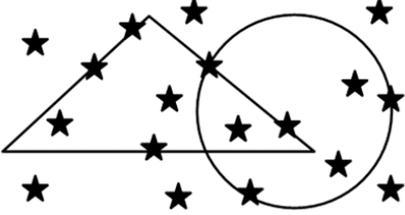
(2)以下說明「將 659 元分解成 6 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 9 個一元硬幣」如何指導：

先將 6 張百元鈔票平分給 4 個人，每人分到 1 張百元鈔票，還剩下 2 張百元鈔票不夠分；將 2 張百元鈔票換成 20 枚的十元硬幣，再加上原有的 5 枚十元硬幣，合起來有 25 枚十元硬幣；25 枚十元硬幣平分給 4 個人，每人分到 6 枚十元硬幣，還剩下 1 枚十元硬幣不夠分；將 1 枚十元硬幣換成 10 個一元硬幣，加上原有的 9 個一元硬幣，合起來有 19 個一元硬幣；19 個一元硬幣平分給 4 人，每人分到 4 個一元硬幣，還剩下 3 個一元硬幣。

合起來每個人分到 1 張百元鈔票、6 枚十元硬幣和 4 個 1 元硬幣，還剩下 3 個一元硬幣，也就是每人分到 164 元，剩下 3 元。

(3)用直式將解題過程記錄下來，並說明每個步驟的意義，如果學生混淆不同單位平分的意義，教師可以在直式上方畫出定①、⑩、100 來說明。

	百	十	個	
	100	⑩	①	
	1	6	4	⇒分到 1 張百元、6 枚十元和 4 個一元，也就是 164 元
4	6	5	9	⇒6 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 9 個一元硬幣
	4			⇒先分 6 張百元鈔票，每人分到 1 張，還剩下 2 張
	2	5		⇒換成 20 枚十元，加上原有的 5 枚，有 25 枚十元
	2	4		⇒再分 25 枚十元，每人分到 6 枚，剩下 1 枚十元
		1	9	⇒換成 10 個一元，加上原有的 9 個，有 19 個一元
		1	6	⇒再分 19 個一元，每人分到 4 個一元
			3	⇒剩下 3 個一元

題號	試題代碼				答案		
8	110-M3-C3-08				2		
評量指標	3-s-01 能認識平面圖形的內部、外部與其周界。						
知識向度	幾何	認知向度		解題思考			
題目	<p>如圖，下面哪個敘述正確？</p>  <p>① 圓形的內部有 2 個★ ② 圓形的周界上有 3 個★ ③ 三角形的外部有 6 個★ ④ 三角形的周界上有 3 個★</p>						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：64%
	全 體	0.19	0.64	0.11	0.06	0.00	
	高分組	0.08	0.84	0.06	0.02	0.00	鑑別度：0.41
	低分組	0.29	0.43	0.17	0.10	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定相交的三角形和圓形，要求學生選出正確描述圖形內部、外部與周界的說法，評量學生辨識平面圖形內部、外部與其周界的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.41，正確答案為選項②，通過率為 64%，顯示超過六成的學生已具備辨識平面圖形內部、外部與其周界的能力。
2. 有 19% 的學生選擇選項①(低分組有 29%)，這些學生可能不具備辨識平面圖形內部、外部與其周界的能力，誤以為圓形的內部不包含三角形內部和周界上面的星星。
3. 有 11% 的學生選擇選項③(低分組有 17%)，這些學生可能不具備辨識平面圖形內部、外部與其周界的能力，誤以為三角形的外部不包含圓內部和周界上面的星星。
4. 有 6% 的學生選擇選項④(低分組有 10%)，這些學生可能不具備辨識平面圖形內部、外部與其周界的能力，誤以為三角形的周界不包含圓內部的星星。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-s-05 認識簡單平面圖形的邊長關係。	3-s-01 能認識平面圖形的內部、外部與其周界。	3-s-02 能認識周長，並實測周長。 4-s-09 能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。(同 4-n-18)

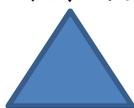
三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備辨識平面圖形內部、外部與其周界的能力，受到另一個圖形的干擾，排除另一個圖形內部與周界的星星。
2. 本題是學生不常見的題型，教師教學時應強調，只要在給定圖形外部的星星，都在給定圖形的外部，與其他圖形無關。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 日常生活中將下面兩個圖形都稱為三角形，但是數學上將它們視為不同的圖形，右邊的圖形稱為三角形，左邊的圖形是由三角形及其內部所組成的，稱為三角形區域，教師教學時應區分這兩種圖形的意義。教學的重點是三角形的構成要素邊和角時，教師應提供三角形來教學，因為角不是扇形，而是共端點的兩線段；教學的重點是三角形的面積時，教師應提供三角形區域來教學。



三角形區域



三角形

2. 教師應以周界來區分圖形的內部與外部，強調圖形本身的封閉性質。例如三角形將平面分割成三角形、三角形內部及三角形外部三個部份。數學上稱三角形內部及三角形合起來的圖形為三角形區域。

題號	試題代碼					答案	
9	110-M3-A3-09					3	
評量指標	3-n-01 能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。						
知識向度	數與計算		認知向度		解題思考		
題目	<p>將 5678 的千位數字 5 減 2，十位數字 7 加 2，百位數字和個位數字不變，得到一個新的甲數，請問甲數和 5678 相差多少？</p> <p>① 1008 ② 1080 ③ 1980 ④ 2020</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：65%
	全 體	0.05	0.08	0.65	0.22	0.01	
	高分組	0.00	0.02	0.87	0.10	0.00	鑑別度：0.49
	低分組	0.12	0.17	0.38	0.32	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定一個四位數及改變千位和十位數字後得到的新四位數，要求學生算出這兩個四位數的差，評量學生位值單位換算的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.49，正確答案為選項③，通過率為 65%，顯示六成五的學生已具備 10000 以內的位值單位換算的能力。
2. 有 5% 的學生選擇選項①(低分組有 12%)，8% 的學生選擇選項②(低分組有 17%)，這些學生可能不具備位值單位換算的能力；也可能已具備位值單位換算的能力，但在減法計算時發生錯誤。
3. 有 22% 的學生選擇選項④(低分組有 32%)，這些學生誤解題意，把十位數字 7 加 2 解讀成 7 減 2， $5678 - 3658 = 2020$ ；也可能誤解題意，把千位數字 5 減 2 解讀成 5 加 2， $7698 - 5678 = 2020$ 。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-01 能認識 1000 以內的數及「百位」的位名，並進行位值單位換算。	3-n-01 能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。	4-n-01 能透過位值概念，延伸整數的認識到大數(含「億」、「兆」之位名)，並做位值單位的換算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 千位數字 2 有兩種意義，學生可能混淆這兩種意義：

(1) 描述千單位的個數，也就是 2 個 1000。

(2) 換成以一為單位的值是 2000，也就是代表的值是 2000。

2. 學生可能有兩種解題的方法：

方法一：改記成四位數字後再計算

千位數字 5 減 2，十位數字 7 加 2，將數字 5678 改記成 3698。

$$5678 - 3698 = 1980$$

方法二：利用位值直接計算

千位數字 5 減 2，數值少了 2000

十位數字 7 加 2，數值多了 20

$$2000 - 20 = 1980$$

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 進行 1000 以內位值單位的換算，指的是：

能將「幾千幾百幾十幾」聚成「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」，例如將「2357」聚成「2 個千、3 個百、5 個十、7 個一」；

將「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」化成「幾千幾百幾十幾」，例如將「2 個千、3 個百、5 個十、7 個一」化成「2357」的雙向化聚。

2. 國小三年級常透過積木及圖像二組教具，幫助學生進行位值單位的換算。

積木：白色積木、橘色積木、百格板、千格板

10 個白色積木接起來和 1 條橘色積木一樣長，10 個白色積木可以換成 1 條橘色積木，1 條橘色積木可以換成 10 個白色積木。

100 個白色積木和 1 張百格板一樣大，100 個白色積木可以換成 1 張百格板，1 張百格板可以換成 100 個白色積木。

10 條橘色積木和 1 張百格板一樣大，10 條橘色積木可以換成 1 張百格板，1 張百格板可以換成 10 條橘色積木。

1000 個白色積木和 1 塊千格板一樣大，1000 個白色積木可以換成 1 塊千格板，1 塊千格板可以換成 1000 個白色積木。

10 張百格板和 1 塊千格板一樣大，10 張百格板可以換成 1 塊千格板，1 塊千格板可以換成 10 張百格板。

100 條橘色積木和 1 塊千格板一樣大，100 條橘色積木可以換成 1 塊千格板，1 塊千格板可以換成 100 條橘色積木。

圖像：①、⑩、 $\boxed{100}$ 、 $\boxed{1000}$

透過約定，10 個①可以換 1 個⑩，1 個⑩可以換 10 個①。

100 個①可以換 1 個 $\boxed{100}$ ，1 個 $\boxed{100}$ 可以換 100 個①。

10 個⑩可以換 1 個 $\boxed{100}$ ，1 個 $\boxed{100}$ 可以換 10 個⑩。

1000 個①可以換 1 個 $\boxed{1000}$ ，1 個 $\boxed{1000}$ 可以換 1000 個①。

10 個 $\boxed{100}$ 可以換 1 個 $\boxed{1000}$ ，1 個 $\boxed{1000}$ 可以換 10 個 $\boxed{100}$ 。

100 個 $\textcircled{10}$ 可以換 1 個 $\boxed{1000}$ ，1 個 $\boxed{1000}$ 可以換 100 個 $\textcircled{10}$ 。

其中積木是成比例的教具，圖像是不成比例的教具。

3. 如果學生無法求出改變後的新四位數字是多少，建議教師可以透過定位板，幫助學生看到改變千位數字後的新數是多少、改變十位數字後的新數是多少。

題號	試題代碼					答案	
10	110-M3-A1-10					2	
評量指標	3-n-05 能理解除法的意義，運用 \div 、 $=$ 做橫式紀錄（包括有餘數的情況），並解決生活中的問題。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	七十幾顆蘋果平分給 10 個人，每個人分到 7 顆，請問最多可能剩下多少顆蘋果？ ① 11 顆 ② 9 顆 ③ 8 顆 ④ 6 顆						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：32%
	全 體	0.16	0.32	0.13	0.38	0.01	
	高分組	0.07	0.51	0.05	0.37	0.01	鑑別度：0.33
	低分組	0.24	0.18	0.22	0.35	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定「七十幾顆蘋果平分給 10 個人，每個人分到 7 顆」的情境，要求學生算出最多可能剩下多少顆蘋果，評量學生利用餘數要小於除數或等於 0 性質解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.33，正確答案為選項②，通過率為 32%，顯示超過三成的學生已認識餘數可以為 0，而且一定比除數小。
2. 有 16% 的學生選擇選項①(低分組有 24%)，這些學生可能將「餘數一定比除數小」誤記成「除數一定比餘數小」。
3. 有 13% 的學生選擇選項③(低分組有 22%)，這些學生可能將「餘數一定比除數小」誤記成「除數一定比餘數小」，同時又混淆除數和商的意義，誤將商 7 看成除數。
4. 有 38% 的學生選擇選項④(低分組有 35%)，這些學生可能知道餘數一定比除數小，但是混淆除數和商的意義，誤將商 7 看成除數；也可能誤認為餘數一定比商小。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需；的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-07 能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。	3-n-05 能理解除法的意義，運用 \div 、 $=$ 做橫式紀錄（包括有餘數的情況），並解決生活中的問題。	3-n-06 能熟練三位數除以一一位數的直式計算。 4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算

三、教學建議

（一）錯誤類型的可能原因

1. 學生解題後沒有列出除法算式，混淆問題情境中除數和商及算式紀錄中除數和商的意義。
2. 學生混淆餘數必須比除數小，或餘數必須比商小。
3. 很多老師常提問「七十幾顆」有沒有包含 70 顆？

85 課綱在二年級引入概數，因為二年級學生無法掌握概數是區間代表數的意義，因此引入「七十幾顆」來代表概數。

因為每一個整數都要對應一個概數，如果課本將「70 顆，七十幾顆，80 顆，八十幾顆，...」當作概數，「七十幾顆」不包含 70 顆；如果課本將「七十幾顆，八十幾顆，九十幾顆，...」當作概數，「七十幾顆」包含 70 顆。

（二）核心概念與本題的教學重點

1. 教師應幫助學生理解除法算式的意義：

- (1) 知道「被除數」、「除數」、「商」、「餘數」的名稱及意義。
- (2) 理解商及餘數的意義，知道餘數可以為 0，而且一定要小於除數。
- (3) 理解商及餘數的意義，知道被除數減餘數後就能整除。

2. 除法問題有兩種記錄的格式：

第一種： $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 。

第二種： $a \div b = \frac{a}{b}$ ， $b \neq 0$ 。

五年級引入「整數除以整數、商是分數」問題之前，只處理第一種記錄格式。

3. 「 $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 」中，餘數的範圍是「 $0 \leq r < b$ 」，也就是說，剩下 0 個中的 0 也是餘數。例如「將 12(或 13、14)個蘋果平分給 3 個人」，學生必須解題成功，才知道餘數是 0(或 1、2)。

建議教師命題時，不論餘數是否為 0，都要同時詢問商數及餘數。

例如：將 14 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，

還剩下多少個蘋果？

將 12 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，

還剩下多少個蘋果？

題號	試題代碼					答案	
11	110-M3-A1-11					3	
評量指標	3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	<p>媽媽買了3條蛋糕，她將其中2條蛋糕都平分成8塊，<u>大毛</u>吃了5塊，<u>二毛</u>吃了1條，<u>三毛</u>吃了$\frac{7}{8}$條。誰吃的蛋糕最多？誰吃的蛋糕最少？</p> <p>① <u>大毛</u>最多，<u>三毛</u>最少 ② <u>大毛</u>最多，<u>二毛</u>最少 ③ <u>二毛</u>最多，<u>大毛</u>最少 ④ <u>二毛</u>最多，<u>三毛</u>最少</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：65%
	全 體	0.09	0.17	0.65	0.09	0.00	
	高分組	0.03	0.05	0.88	0.04	0.00	鑑別度：0.50
	低分組	0.17	0.29	0.38	0.15	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定將3條蛋糕中的2條都平分成8塊的情境，要求學生選出誰吃的最多、誰吃的最少，評量學生連續量情境分量、真分數及被分割量大小比較的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.5，正確答案為選項③，通過率為65%，顯示六成五的學生已具備在連續量情境中比較分量、真分數及被分割量大小的能力。
2. 有9%的學生選擇選項①(低分組有17%)，這些學生可能不理會「條」和「塊」是兩個不同的單位，直接比較5、1和 $\frac{7}{8}$ 三個數的大小，得到5塊最多、 $\frac{7}{8}$ 條最少的答案。
3. 有17%的學生選擇選項②(低分組有29%)，這些學生可能不理會「條」和「塊」是兩個不同的單位，直接比較5、1和 $\frac{7}{8}$ 三個數的大小，這些學生知道5最大，在比較1和 $\frac{7}{8}$ 兩數的大小時，可能認為1是最小的數，得到5塊最多、1條最少的答案。
4. 有9%的學生選擇選項④(低分組有15%)，這些學生可能知道5塊和 $\frac{7}{8}$ 條都是從1條分出來的，所以1條最多，但在比較5塊和 $\frac{7}{8}$ 條時，可能認為整數一定比

分數大，得到 1 最大、 $\frac{7}{8}$ 最小的答案。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-07 能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。	3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。	4-n-08 能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 本題是連續量的情境，在連續量情境中比較分量、真分數及被分割量的大小。

分量：5 塊，真分數： $\frac{7}{8}$ 條，被分割量：1 條。

題目中有「條」和「塊」兩個單位，學生混淆這兩個單位的意義。

2. 17% 選擇選項②(高分組 5%、低分組 29%)，9% 選擇選項①(高分組 3%、低分組 17%)，這些學生都不理會「條」和「塊」是兩個不同的單位，直接比較 5、1 和 7、8 三個數的大小。

他們都選擇蛋糕最多的是 5 塊，選擇選項②的學生選擇 1 條蛋糕最少，可能受到點數個數的影響，認為 1 個最少；選擇選項②的學生選擇 $\frac{7}{8}$ 條條蛋糕最少，可能認為分數一定比整數小。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 以「將 1 塊蛋糕平分切成 4 份，其中的 1 份是多少塊蛋糕？」為例，有兩種命名 1 份蛋糕的方法：

第一種：透過 1 份蛋糕和 4 份蛋糕的關係來命名，將 4 份蛋糕看成全體，1 份蛋糕是 4 份裡面的 1 份，稱 1 份為 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕。

第二種：透過 1 份蛋糕和 1 塊蛋糕的關係來命名，1 份蛋糕是從 1 塊蛋糕分出來的，而且是平分成 4 份中的 1 份，稱 1 份為 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕。

第一種命名的方法是比率的關係，將 4 份看成基準量 1，其中的 1 份是 $\frac{1}{4}$ ，

不是 $\frac{1}{4}$ 塊。五年級才引入比率問題，教師應透過第二種方法來命名。

2. 本題是連續量的情境，題目中只有「條」和「塊」兩個單位。

如果學生無法進行「1條、5塊、 $\frac{7}{8}$ 條」的大小比較，建議教師先說明1條平分成8塊，所以1條和8塊一樣多，再溝通1塊是 $\frac{1}{8}$ 條，7塊和 $\frac{7}{8}$ 條一樣多，再將「1條、5塊、 $\frac{7}{8}$ 條」轉換成同單位來比較。

方法一：都轉換成「塊」來比較：

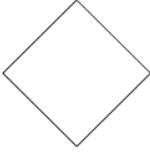
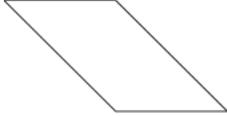
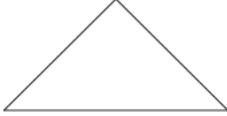
1條和8塊一樣多， $\frac{7}{8}$ 條和7塊一樣多，5塊和 $\frac{5}{8}$ 條一樣多， $8 > 7 > 5$ ，

所以1條最多，5塊最少。

方法二：都轉換成「條」來比較：

5塊和 $\frac{5}{8}$ 條一樣多， $1 > \frac{7}{8} > \frac{5}{8}$ ，所以1條最多，5塊最少。

建議教師幫助利用方法一解題的學生改用方法二來解題，幫助學生利用分數來比較大小的能力。

題號	試題代碼				答案		
12	110-M3-B1-12				4		
評量指標	3-s-06 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。						
知識向度	量與實測	認知向度		概念理解			
題目	<p>小明把 3 張一樣大的正方形色紙，都對摺成三角形後剪開，剪開後共有 6 個三角形。小明先用 2 個三角形拼出甲圖形，再用 2 個三角形拼出乙圖形，最後用 2 個三角形拼出丙圖形。</p> <p>請問哪一個圖形的面積最大？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  甲 </div> <div style="text-align: center;">  乙 </div> <div style="text-align: center;">  丙 </div> </div> <p>① 甲 ② 乙 ③ 丙 ④ 一樣大</p>						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：67%
	全 體	0.05	0.17	0.11	0.67	0.00	
	高分組	0.01	0.03	0.03	0.93	0.00	鑑別度：0.57
	低分組	0.11	0.32	0.20	0.36	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定將 3 張一樣大正方形色紙沿著對角線剪成 6 個全等三角形的情境，要求學生比較都由兩個三角形所拼成的 3 個圖形面積的大小，評量學生利用面積保留概念解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.57，正確答案為選項④，通過率為 67%，顯示近七成的學生已具備面積的保留概念。
2. 有 5% 的學生選擇選項①(低分組有 11%)，11% 的學生選擇選項③(低分組有 20%)，這些學生可能不具備面積的保留概念。
3. 有 17% 的學生選擇選項②(低分組有 32%)，這些學生可能直觀的認為菱形的面積最大(商人常將糕餅切割成菱形來販售，因為面積相同的四邊形中，視覺上菱形的面積最大)。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	1-s-04 能依給定圖示，將簡單形體作平面鋪設與立體堆疊。 2-s-04(同 2-n-18) 能認識面積。	3-s-06 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。	5-n-18 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-s-05)

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生尚未形成面積的保留概念，不知道圖形對摺剪開後這兩部分的面積大小和原圖形的大小是一樣的，直觀的判斷三個圖形面積的大小。
2. 答錯的學生(33%)中，有 17%認為拼成菱形的面積最大，這些學生可能直觀的認為菱形的面積最大(商人常將糕餅切割成菱形來販售，因為面積相同的四邊形中，視覺上菱形的面積最大)。
11%認為三角形面積比較大，5%認為正方形面積比較大，認為三角形面積比較大的學生比較多，可能的原因是受到直線長短的影響。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 將簡單平面圖形切割重組成另一已知簡單圖形後，教師可以詢問拼出來的圖形和原圖形的面積是否一樣大，檢查學生是否具備面積的保留概念。
2. 將長方形(或正方形)切割成兩個全等的直角三角形後，可以再由這兩個全等的直角三角形拼回原長方形(或正方形)，幫助學生認識其中一個直角三角形的面積是長方形(或正方形)面積的一半。
3. 面積保留概念指的是同一個物體的面積，不論誰來量的結果都一樣，而且物體的面積不會受到時間、空間與本身重組等影響而改變，學生必須歸納多次經驗後才能得到的信念。下面提出四種面積保留概念的特徵，前面兩種特徵比較早形成，後面兩種特徵比較晚形成，教師可以透過這些特徵，檢查學生是否具有面積的保留概念。

第一種：物體的面積不會受到位置的影響而改變

將一張色紙橫放、直放、斜放、移來移去，這張色紙的面積都不會改變。

第二種：物體的面積不會受到時間的影響而改變

昨天、今天、明天、後天、大後天、...，同一張色紙的面積都不會改變。

第三種：物體的面積不會受到形狀的影響而改變

同一張色紙，不論捲曲成任意的形狀，色紙的面積都不會改變。

第四種：物體的面積不會受到本身分割或重組的影響而改變

將一張色紙切割成幾部分，這幾部分拼接起來的面積，和原色紙的面

積一樣大。

題號	試題代碼		答案				
13	110-M3-A2-13		3				
評量指標	3-n-02 能熟練加減直式計算（四位數以內，和 < 10000，含多重退位）。						
知識向度	數與計算	認知向度	程序執行				
題目	<p>小成的數學作業簿被妹妹亂蓋章弄髒了，請幫忙他將弄髒的地方填上正確的數字。</p> $ \begin{array}{r} 7 \quad 4 \quad 2 \quad 5 \\ - \quad 1 \quad 2 \quad \text{草莓} \quad 8 \\ \hline 6 \quad 1 \quad 4 \quad \text{蘋果} \end{array} $ <p>①  填 2、 填 3</p> <p>②  填 6、 填 3</p> <p>③  填 7、 填 7</p> <p>④  填 8、 填 7</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：58%
	全 體	0.06	0.13	0.58	0.23	0.00	
	高分組	0.01	0.03	0.80	0.16	0.00	鑑別度：0.45
	低分組	0.14	0.24	0.35	0.26	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定一組遮掉兩個數字的四位數減法直式紀錄，要求學生選出被遮掉的數字，評量學生四位數加減直式計算的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.45，正確答案為選項③，通過率為 58%，顯示近六成的學生已具備熟練加減直式計算的能力。
2. 有 6% 的學生選擇選項①(低分組有 14%)，這些學生可能不理解題意，利用大數減小數算出被遮掉的數字；也可能尚未具備減法直式計算的能力。
3. 有 13% 的學生選擇選項②(低分組有 24%)，這些學生可能不理解題意，利用大數減小數算出被蘋果遮住的數字，及利用加法算出被草莓遮住的數字；也可能尚未具備減法直式計算的能力。
4. 有 23% 的學生選擇選項④(低分組有 26%)，這些學生可能具備減法直式計算能

力，正確利用 $15-8=7$ 算出被蘋果遮住的數字，但是在計算被草莓遮住的數字時，忘記十位已拿 1 個十換 10 個一，誤用 $12-4=8$ 出被草莓遮住的數字是 8。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-04 能熟練二位數加減直式計算。 2-n-05 能理解三位數加減直式計算(不含兩次退位)。	3-n-02 能熟練加減直式計算(四位數以內，和 < 10000，含多重退位)。	4-n-02 能熟練整數加、減的直式計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

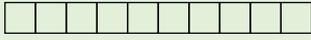
1. 學生忘記處理被借位的程序。
2. 學生不理解減法直式，僅用大數減小數來計算。
3. 有 81%(58+23) 的學生選擇蘋果的部分要填 7，19%(6+13) 的學生選擇蘋果的部分要填 3，顯示多數學生能處理個位數字相減的問題。
4. 有 23% 的學生選擇選項④(高分組 16%、低分組 26%)，他們選擇蘋果的部分要填 7(正確)，但是選擇草莓的部分要填 8(錯誤)，不理會個位數字相減時，已拿 1 個十換 10 個一。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本題給定一組四位數減四位數、兩次退位的減法直式紀錄，學生必須能推算出被遮掉的正確數字。
2. 對於學生而言，填框的題目是有難度的。如果學生無法推算，建議教師可以先給完整被減數和減數，確認學生是否可以正確使用減法直式計算出答案；再將完整的減法直式紀錄拿來對照題目中被遮掉的位置，幫助學生理解如何推算出題目的答案。
3. 如果學生無法正確使用減法直式計算出答案，教師可提供千、百、十、一的圖像或錢幣，幫助學生比對圖像的操作和減法直式算則的對應步驟是相同的，進而理解直式算則每一個步驟的意義，如下所述：
 - (1) 以退位減法計算問題「 $7425-1278$ 」為例，在說明減法退位計算時，常用「向百位借 1」的說法，這種說法並不正確，因為借了並沒有還回來。
建議教師改用「拿一個 100 換 10 個 10」的說法。
 - (2) 有兩種使用定位板的時機，第一種是溝通數字的位值及位名，第二種是直式計算溝通不同單位的個數，引入定位板時，教師應說明下面三個限制：
 - ① 記錄「幾」個十的時候，只能將「幾」記錄在十位，記錄「幾」個一的時候，只能將「幾」記錄在個位。
以「將 3 個十，5 個一記在定位板上」為例，定位板記錄不同單位的個數，

因此必須將 3 個十的 3 記在十位，5 個一的 5 記在個位，才能夠溝通不同單位計數的意義。

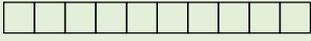
②一個位置只能記錄 1 個數碼。

十位	個位
	
3	15

以「將 3 個十，15 個一記在定位板上」為例，將 3 個十的 3 記在十位，將 15 個一的 15 記在個位，如上圖。

當定位板存在時，可以清楚的溝通有 3 個十，15 個一，但是脫離定位板記成 315 後，會和三百一十五混淆。因此數學上限制一個位置只能記錄 1 個數碼，必須將 3 個十，15 個一改記成 4 個十，5 個一。

③某位值的個數是 0 時，必須記 0。

十位	個位
	
5	0

以「將 5 個十記在定位板上」為例，將 5 個十的 5 記在十位，如上圖所示。

當定位板存在時，可以清楚的溝通有 5 個十，但是脫離定位板記成 5，會和 5 個一混淆，因此數學上限制當個位數字是 0 時，必須在個位上記 0。

題號	試題代碼					答案	
14	110-M3-A2-14					4	
評量指標	3-n-09 能由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	<p>數線上 A、B 兩點位置標示的數字是 12、18。 數線上 C、D 兩點位置標示的數字是 312、318。 數線上 E、F 兩點位置標示的數字是 7512、7518。 請問哪兩點的距離最長？</p> <p>① A 點和 B 點 ② C 點和 D 點 ③ E 點和 F 點 ④ 它們的距離一樣長</p>						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：66%
	全 體	0.06	0.05	0.23	0.66	0.01	
	高分組	0.01	0.00	0.06	0.93	0.00	鑑別度：0.60
	低分組	0.13	0.13	0.40	0.33	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定 3 組在數線上標示兩點坐標的情境，要求學生比較哪組兩點的距離最長，評量學生在整數數線上做加、減操作的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.6，正確答案為選項④，通過率為 66%，顯示近七成的學生已具備計算整數數線上給定坐標兩點距離的能力。
2. 有 6% 的學生選擇選項①(低分組有 13%)，5% 的學生選擇選項②(低分組有 13%)，這些學生可能尚未具備計算整數數線上給定坐標兩點距離的能力。
3. 有 23% 的學生選擇選項③(低分組有 40%)，這些學生可能尚未具備計算整數數線上給定坐標兩點距離的能力，誤以為標示的數字愈大時兩點間的距離就愈大。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-15 能認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並能做相關的實測、估測與同單位的計算。	3-n-09 能由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。	4-n-10 能將簡單分數標記在數線上。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生無法進行數線上刻度和距離(長度)間的轉換，例如看到刻度 5，無法想到刻度 0 和刻度 5 的距離是 5 個單位。
2. 學生不具備計算座標數線上兩點距離的能力。
3. 教師應幫助學生進行下面概念間的轉換：
 - (1) 順序數(序數)和集合數(基數)的互換，例如甲排第 7 個，可以得到第 1 個到甲，共有 7 個人。
 - (2) 直尺上刻度與距離的互換，例如刻度 7，可以得到刻度 0 到刻度 7 的距離是 7 公分。
 - (3) 數線上刻度(坐標)與距離(長度)的互換，例如坐標 7，可以得到坐標 0 到坐標 7 的距離是 7 個單位。
 - (4) 量角器上刻度與旋轉角度的互換，例如刻度 20 度，可以得到刻度 0 度到刻度 20 度間旋轉了 20 度。
 - (5) 時間數線上時刻與時間的互換，例如時刻 3 時 20 分，可以得到 0 時 0 分到 3 時 20 分中間經過 3 小時 20 分鐘。

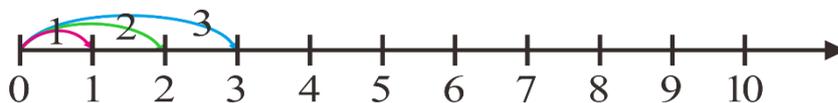
(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的刻度 5 有下列兩種意義：
 - (1) 在數線上的位置(或坐標)是 5。
 - (2) 和原點 0 的距離是 5。
2. 教師可以透過下列方法繪製數線，幫助學生理解整數數線的意義。

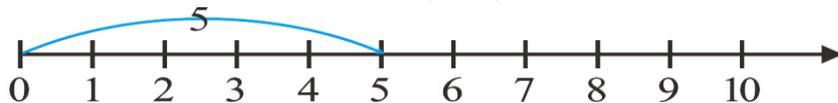
步驟一：先利用直尺上的公分刻度繪製有刻度的數線，並標示相鄰兩刻度間的距離都是 1(單位)。



步驟二：再幫助學生將最左邊的刻度上標示 0，在和 0 距離 1 的刻度上標示 1，在和 0 距離 2 的刻度上標示 2，在和 0 距離 3 的刻度上標示 3，以此類推。



步驟三：說明相鄰兩刻度的距離都是 1(單位)，刻度 5 和 0 的距離是 5(單位)。



3. 以「數線上 A、B 兩點位置標示的數字是 12、18」為例，教師可以先說明 12 指的是 0 和 12 的距離是 12，18 指的是 0 和 18 的距離是 18，可以利用 $18 - 12 = 6$ 算出數線上 12 和 18 兩點的距離是 6。

相同的方式，可以算出 312 和 318 兩點的距離，以及 7512 和 7518 兩點的距離都是 6，所以距離都相等。

題號	試題代碼					答案	
15	110-M3-A3-15					3	
評量指標	3-n-06 能熟練三位數除以一位數的直式計算。						
知識向度	數與計算		認知向度		解題思考		
題目	<p>將一堆蘋果平分給 8 個人，每個人分到 26 顆，還剩下 6 顆。 如果將這一堆蘋果全部平分給 4 個人，每個人最多可以分到幾顆蘋果？還剩下多少顆蘋果？</p> <p>① 分到 13 顆蘋果，還剩下 3 顆蘋果 ② 分到 52 顆蘋果，還剩下 6 顆蘋果 ③ 分到 53 顆蘋果，還剩下 2 顆蘋果 ④ 分到 53 顆蘋果，還剩下 4 顆蘋果</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：46%
	全 體	0.21	0.25	0.46	0.08	0.01	
	高分組	0.06	0.15	0.76	0.03	0.00	鑑別度：0.53
	低分組	0.33	0.29	0.23	0.14	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定將一堆蘋果平分給 8 個人的結果，要求學生選出將這堆蘋果重新平分給 4 個人的結果，評量學生三位數除以一位數的直式計算能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.53，正確答案為選項③，通過率為 46%，顯示近五成的學生已具備三位數除以一位數的直式計算能力。
2. 有 21% 的學生選擇選項①(低分組有 33%)，這些學生可能不具備三位數除以一位數的直式計算能力，誤以為平分的人數變為一半時，每個人分到的顆數及剩下的顆數也變為一半。
3. 有 25% 的學生選擇選項②(低分組有 29%)，這些學生可能具備三位數除以一位數的計算能力，知道平分的人數變成一半時，每人分到的蘋果顆數會變成 2 倍，但是這些學生沒有注意餘數必須小於除數的約定。
4. 有 8% 的學生選擇選項④(低分組有 14%)，這些學生可能具備三位數除以一位數的計算能力，也知道餘數必須小於除數的約定，但在處理餘數時計算發生錯誤。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-07 能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。	3-n-05 能理解除法的意義，運用 \div 、 $=$ 做橫式紀錄（包括有餘數的情況），並解決生活中的問題。 3-n-06 能熟練三位數除以一一位數的直式計算。	4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算。

三、教學建議

（一）錯誤類型的可能原因

1. 學生可能沒有察覺「餘數可以為 0，而且一定要小於除數」的約定。
2. 學生可能沒有察覺「被除數固定時，除數變大、商會變小；除數變小、商會變大」的現象，並延伸至「被除數固定時，除數變成 2 倍、商會變成一半」的現象。
3. 學生無法掌握有餘數問題情境乘除互逆的關係。

（二）核心概念與本題的教學重點

1. 本題有兩種解題的方法

方法一：先算出這堆蘋果的顆數，再算出平分給 4 個人的結果。

$26 \times 8 = 208$, $208 + 6 = 214$, 透過乘除互逆，算出這堆蘋果有 214 顆。

$214 \div 4 = 53 \dots 2$, 得到每人分到 53 顆蘋果，還剩下 2 顆蘋果的答案。

方法二：利用平分的人數變成一半時，每人分到的蘋果顆數會變成 2 倍的性質解題，

$\square \div 8 = 26 \dots 6$, 所以 $\square \div 4 = 52 \dots 6$, 因為餘數必須小於除數，所以剩下的 6 顆還要再分給 4 個人，得到每人分到 53 顆蘋果，還剩下 2 顆蘋果的答案。

教師應幫助利用方法一解題的學生改用方法二來解題。

2. 教師應幫助學生理解除法算式的意義，理解除法算式的意義包含下列部份：

- (1) 知道「被除數」、「除數」、「商」、「餘數」的名稱及意義。
- (2) 理解商及餘數的意義，知道餘數可以為 0，而且一定要小於除數。
- (3) 理解商及餘數的意義，知道被除數減餘數後就能整除。

3. 餘數不是 0 情境的乘除互逆比較困難，教師可以布置「桌上有 14 顆桃子，一堆桃子有 3 顆，共有 4 堆，剩下 2 顆桃子」的情境，幫助學生理解該情境，同時可以解讀成「1 堆桃子有 3 顆，4 堆桃子有 12 顆，加上剩下的 2 顆桃子，共有 14 顆桃子，可以記成 $3 \times 4 + 2 = 14$ 」，「14 顆桃子，平分成 4 堆，一堆有 3 顆桃子，還剩下 2 顆桃子，可以記成 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」，「14 顆桃子，每 3 顆分一堆，能

分成 4 堆，還剩下 2 顆桃子，可以記成 $14 \div 3 = 4 \dots 2$ 」，幫助學生認識餘數不是 0 情境的乘除互逆。

教師也可以將上述桃子的情境，改用下面的線段圖來表徵。在線段圖中也可以同時看到「 $3 \times 4 + 2 = 14$ 」、「 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」及「 $14 \div 3 = 4 \dots 2$ 」。



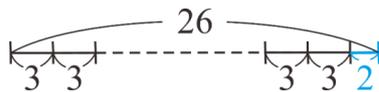
4. 下面以「26 顆桃子，平分成幾堆後，每堆有 3 顆，還剩下 2 顆？」為例，說明如何幫助學生利用乘除互逆的關係來解題。

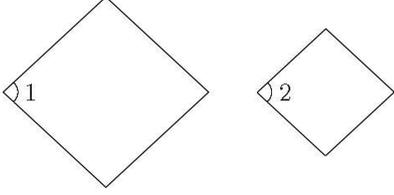
第一種：透過文字題的情境

「26 顆桃子，平分成幾堆後，每堆有 3 顆，還剩下 2 顆」和「26 個桃子，拿走 2 顆桃子後，每 3 顆桃子分成一堆，全部可以分成幾堆桃子」的意思相同，因此可以利用 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = 8$ ，算出平分成 8 堆。

第二種：透過線段圖

線段圖中可以知道 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = \square$ 和 $26 \div 3 = \square \dots 2$ 的意思相同，可以利用 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = 8$ 算出有 8 堆桃子。



題號	試題代碼				答案		
16	110-M3-C1-16				1		
評量指標	3-s-07 能由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。						
知識向度	幾何	認知向度		概念理解			
題目	<p>勺圖和夕圖都是正方形，請問下列哪個說法<u>錯誤</u>？</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">勺圖 夕圖</p> <p>① 角 1 比角 2 大 ② 角 1 和角 2 都是直角 ③ 勺圖的四條邊都一樣長 ④ 夕圖的四個角都一樣大</p>						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：63%
	全 體	0.63	0.22	0.08	0.07	0.00	
	高分組	0.89	0.08	0.01	0.01	0.00	鑑別度：0.54
	低分組	0.35	0.34	0.16	0.14	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定描述大、小兩正方形角與邊的四種說法，要求學生選出錯誤的說法，評量學生能由邊長和角的特性來認識正方形的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項①，通過率為 63%，顯示超過六成的學生已知道正方形四邊等長、四個角都是直角。
2. 有 22% 的學生選擇選項②(低分組有 34%)，這些學生可能誤解題意，選出正確的說法；也可能誤認為兩邊必須是水平方向和鉛垂方向的角才是直角，本題給的正方形的邊不是水平和鉛垂方向，因此角 1 和角 2 都不是直角；也可能途中沒有劃出直角記號，學生認為這兩個角不是直角。
3. 有 8% 的學生選擇選項③(低分組有 16%)，7% 的學生選擇選項④(低分組有 14%)，這些學生可能不知道正方形四邊等長、四個角都是一樣大的直角；也可能受到本題給定正方形的邊不是水平和鉛垂方向，因此認為四個邊不一樣長，或四個角不一樣大。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-s-05 認識簡單平面圖形的 邊長關係。	3-s-07 能由邊長和角的特性 來認識正方形和長方 形。	4-s-01 能運用「角」與「邊」 等構成要素，辨認簡 單平面圖形。

三、教學建議

（一）錯誤類型的可能原因

1. 學生可能誤認為兩邊必須是水平方向和鉛垂方向的角才是直角。
2. 學生可能不知道正方形四邊等長、四個角都是一樣大的直角。

（二）核心概念與本題的教學重點

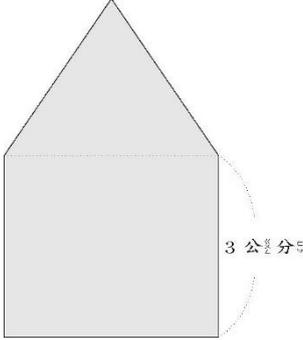
1. 教師常混淆「長方形的定義(如何辨識圖形為長方形)」與「長方形的性質(長方形有哪些特徵)」，誤認為一個四邊形要同時滿足「四個角都是直角，對邊等長、對邊互相平行，對角線互相平分且等長」這些條件，才能辨識這個四邊形是長方形。

數學上利用最少的條件來辨識長方形，一個四邊形，只要四個角都是直角，就能確認該四邊形為長方形。

此處定義四個角都是直角的四邊形為長方形，因此只要一個四邊形的四個角都是直角，該四邊形就是長方形。

定義長方形之後，可以探討長方形還有哪些共同特徵，例如長方形對邊等長、長方形對邊互相平行等，都屬於長方形的性質。

2. 學生可能會認為斜擺的長方形或正方形不是長方形或正方形，教師可協助學生利用直尺和三角板檢查斜擺的長方形或正方形依舊是長方形或正方形。
3. 三年級只能在給定的長方形或正方形圖形中，幫助學生認識四邊等長且四個角都是直角的四邊形是正方形；兩對邊等長且四個角都是直角的四邊形是長方形。不宜要求學生知道所有的正方形或長方形都滿足上面的性質。

題號	試題代碼		答案				
17	110-M3-C3-17		3				
評量指標	3-s-02 能認識周長，並實測周長。						
知識向度	幾何	認知向度	解題思考				
題目	<p>弟弟用一個正三角形圖形板和一個正方形圖形板，拼成下面的圖形，請問這個圖形的周長是幾公分？</p> <p>① 9 公分</p>  <p>② 12 公分 ③ 15 公分 ④ 18 公分</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：58%
	全 體	0.10	0.14	0.58	0.18	0.00	
	高分組	0.01	0.04	0.83	0.12	0.00	鑑別度：0.49
	低分組	0.22	0.23	0.34	0.21	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定邊長相等且一邊重合的正三角形和正方形拼成的複合圖形，要求學生算出複合圖形的周長，評量學生認識周長並實測周長的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.49，正確答案為選項③，通過率為 58%，顯示近六成的學生已具備認識正方形及正三角形周長及實測周長的能力。
2. 有 10% 的學生選擇選項①(低分組有 22%)，這些學生可能不理解題意或不理解圖形周長的意義，僅計算正三角形的周長。
3. 有 14% 的學生選擇選項②(低分組有 23%)，這些學生可能不理解題意或不理解圖形周長的意義，僅計算正方形的周長。
4. 有 18% 的學生選擇選項④(低分組有 21%)，這些學生可能混淆「複合圖形周長」和「正方形及正三角形邊長和」的意義，多算了正方形及正三角形共同邊的長(虛線部份的長度)。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-s-03 能使用直尺處理與線段有關的問題。	3-s-02 能認識周長，並實測周長。	4-n-18 能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。(同 4-s-09)

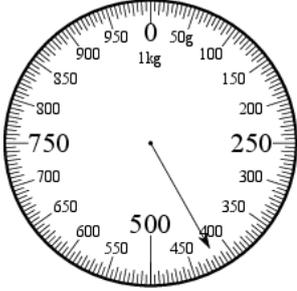
三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能混淆「複合圖形周長」和「正方形及正三角形邊長和」的意義，誤將正方形及正三角形共同的邊長視為複合圖形的周長。
2. 學生可能不知道正方形四邊一樣長，正三角形三邊一樣長。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本題一個用正三角形和正方形拼成的新圖形，學生要先理解新圖形的周長範圍是指哪裡，再依據其中一個邊的長度線索，推算整個新圖形的周長。
2. 如果學生不理解兩塊圖形合併後的新周長範圍，建議老師引導學生關注題目中合併後的新圖形為一個五邊形，並再次重申「多邊形的周長就是所有邊長的總和」的意思。
3. 如果學生無法判斷新圖形的每個邊長都是 3 公分，建議老師可以透過以下提問引導學生發現：
「新五邊形的下方是正方形板，正方形每個邊都一樣是 3 公分」
「新五邊形的上方是正三角形板，正三角形每個邊都一樣，也是 3 公分」

題號	試題代碼					答案	
18	110-M3-B2-18					4	
評量指標	3-n-16 能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並做相關的實測、估測與計算。						
知識向度	量與實測		認知向度		程序執行		
題目	<p>如圖，磅秤指針所指的刻度是多少公克？</p>  <p>① 404 公克 ② 405 公克 ③ 410 公克 ④ 420 公克</p>						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：62%
	全 體	0.20	0.12	0.05	0.62	0.00	
	高分組	0.08	0.04	0.01	0.87	0.00	鑑別度：0.55
	低分組	0.34	0.22	0.10	0.33	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定 1 公斤秤的秤面，要求學生說出指針所指的刻度是多少公克，評量學生報讀秤面刻度的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項④，通過率為 62%，顯示超過六成的學生已具備正確報讀秤面刻度的能力。
2. 有 20% 的學生選擇選項①(低分組有 34%)，這些學生誤將每 1 小格(5 公克)當成 1 公克，指針位置在的 4 個小格，所以報讀成 404 公克。
3. 有 12% 的學生選擇選項②(低分組有 22%)，這些學生誤將每 1 大格(50 公克)當成 10 公克，直觀的認為指針指在 400 和 450 這兩大格的中間，所以報讀成 405 公克。
4. 有 5% 的學生選擇選項③(低分組有 10%)，這些學生誤將 1 中格(10 公克)當作 5 公克，指針位置在第 2 個中格，所以報讀成 410 公克。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-17： 能認識重量	3-n-16 能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並做相關的實測、估測與計算。	4-n-14：能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 一公斤秤秤面有大格(50 公克)，中格(10 公克)及小格(5 公克)三種刻度，學生混淆這三種刻度描述的重量。
2. 有 20% 的學生(高分組 8%、低分組 34%)誤將每 1 小格(5 公克)當成 1 公克。有 12% 的學生(高分組 4%、低分組 22%)誤將每 1 大格(50 公克)當成 10 公克。有 5% 的學生(高分組 1%、低分組 10%)誤將每 1 中格(10 公克)當成 5 公克。學生報讀小格錯誤的比率最高。
3. 應幫助學生養成先尋找大單位的範圍，再報讀小單位的習慣。

(二) 核心概念與本題的教學重點

國小課程中較常使用 1 公斤秤，1 公斤秤面最大刻度上標示 100g、200g、300g、……、1000g 等數字，教師可以利用每次累加 100 公克砝碼的方式，幫助學童報讀最大的刻度；而秤面上次大刻度上標示 50g、150g、250g、……、950g 等數字；教師可以先放置 50 公克的砝碼，幫助學童掌握 50g 刻度的意義，再透過每次累加 100 公克砝碼的方式，幫助學童報讀次大刻度。

當學童掌握這些有數字刻度的意義後，才能透過累加 10 公克及 5 公克的方式，報讀秤面上次小及最小的刻度，例如先透過每次累加 10 公克砝碼，幫助學生報讀 10g、20g、30g、40g、50g、……、90g、100g，或先放置 200 公克的砝碼，再透過每次累加 5 公克砝碼，幫助學童報讀 200g、205g、210g、215g、220g、……、250g、255g。

學童學會報讀秤面的刻度後，就可以開始進行實測的活動，實測的順序是先找出有數字的刻度，再報讀次小及最小的刻度，例如先找出指針指在 350g 和 400g 之間，再透過報讀 350g、360g、370g、380g、385g 的方式，得到物重 385g 的結果。

題號	試題代碼					答案	
19	110-M3-A1-19					1	
評量指標	3-n-01 能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	四位數 1111 中，千位數字 1 所代表的值比十位數字 1 所代表的值大多少？ ① 990 ② 100 ③ 99 ④ 0						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：52%
	全 體	0.52	0.31	0.11	0.06	0.01	
	高分組	0.75	0.20	0.03	0.02	0.00	鑑別度：0.46
	低分組	0.29	0.40	0.19	0.11	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定一個各位數字相同的四位數，要求學生說出千位數字所代表的值比十位數字所代表的值大多少，評量學生認識千位位名及位值單位換算的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.46，正確答案為選項①，通過率為 52%，顯示超過五成的學生已認識千位位名並具備位值單位換算的能力。
2. 有 31% 的學生選擇選項②(低分組有 40%)，這些學生可能誤解題意，回答千位數字所代表的值是十位數字所代表的值的 100 倍。
3. 有 11% 的學生選擇選項③(低分組有 19%)，這些學生可能知道千位數字所代表的值是十位數字所代表的值的 100 倍，誤以為千位數字所代表的值比十位數字所代表的值大 99 倍。
4. 有 6% 的學生選擇選項④(低分組有 11%)，這些學生能誤解題意，誤認為千位數字 1 代表 1 個千，十位數字 1 代表 1 個十，它們的個數都是 1 個， $1-1=0$ ，得到千位數字 1 所代表的值比十位數字 1 所代表的值大 0 的答案。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-01 能認識 1000 以內的數及「百位」的位名，並進行位值單位換算。	3-n-01 能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。	4-n-01 能透過位值概念，延伸整數的認識到大數(含「億」、「兆」之位名)，並做位值單位的換算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 千位數字 1 有兩種意義：

(1) 描述千單位的個數，也就是 1 個 1000。

(2) 換成以一為單位的值是 1000，也就是代表的值是 1000。

學生可能混淆這兩種意義。

2. 學生知道千位數字的 1 是十位數字 1 的 100 倍，但是不知道其意義。

不知道必須將千位的 1 換成 1000，十位的 1 換成 10，1000 和 10 的單位相同，才能求倍數關係或差異量。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 進行 1000 以內位值單位的換算，指的是：

能將「幾千幾百幾十幾」聚成「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」，例如將「2357」聚成「2 個千、3 個百、5 個十、7 個一」，

以及將「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」化成「幾千幾百幾十幾」，例如將「2 個千、3 個百、5 個十、7 個一」化成「2357」的雙向化聚。

2. 建議教師透過下列步驟幫助學生解題

步驟一：說明四位數 1111 中，千位數字 1 的意義。

(1) 溝通個數，千位數字 1 指的是有 1 個千。

(2) 溝通是多少個一，1 個千和 1000 一樣大。

步驟二：不同單位不可以相加減，必須將千位數字和十位數字轉換成相同的單位。

千位數字 1 所表示的值(以一為單位)是 1000。

十位數字 1 所表示的值(以一為單位)是 10。

步驟三：算出千位數字 1 所代表的值比十位數字 1 所代表的值大多少。

$$1000 - 10 = 990$$

題號	試題代碼					答案	
20	110-M3-B3-20					1	
評量指標	3-n-14 能認識長度單位「毫米」及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並做相關的實測、估測與計算。						
知識向度	量與實測		認知向度		解題思考		
題目	<p>有甲、乙、丙、丁四條繩子， 甲繩長 210 公分，乙繩長 1900 毫米， 丙繩長 2 公尺 3 毫米，丁繩長 205 公分 3 毫米。 請問哪條繩子最長，哪條繩子最短？ (1 公尺=100 公分，1 公尺=1000 毫米，1 公分=10 毫米)</p> <p>① 甲繩最長，乙繩最短 ② 乙繩最長，丙繩最短 ③ 丙繩最長，乙繩最短 ④ 丁繩最長，丙繩最短</p>						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：42%
	全 體	0.42	0.15	0.27	0.15	0.01	
	高分組	0.72	0.07	0.14	0.07	0.00	鑑別度：0.53
	低分組	0.19	0.24	0.34	0.23	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定四條繩子的長度及「公尺」、「公分」、「毫米」單位間的換算關係，要求學生選出最長及最短的繩子，評量學生比較不同單位長度長短關係的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.53，正確答案為選項①，通過率為 42%，顯示超過四成的學生已具備比較「公尺」、「公分」、「毫米」等不同單位長度長短的能力。
2. 有 15% 的學生選擇選項②(低分組有 24%)，這些學生能不具備比較「公尺」、「公分」、「毫米」等不同單位長度長短的能力，直接比較數字的大小，1900 最大、2 最小，得到乙繩最長，丙繩最短的答案。
3. 有 27% 的學生選擇選項③(低分組有 34%)，這些學生可能不具備比較「公尺」、「公分」、「毫米」等不同單位長度長短的能力，直接比較單位的大小，「公尺」、「公分」、「毫米」三個單位中，「公尺」最長、「毫米」最短，只有丙繩的單位中有公尺，所以丙繩最長，只有乙繩的單位是毫米，所以乙繩最短。
4. 有 15% 的學生選擇選項④(低分組有 23%)，這些學生可能不具備比較「公尺」、「公分」、「毫米」等不同單位長度長短的能力，也不理解複名數的意義，直接比較數字的大小，2053 最大、23 最小，得到丁繩最長，丙繩最短的答案。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-15 能認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並能作相關的實測、估測與同單位的計算。	3-n-14 能認識長度單位「毫米」及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並做相關的實測、估測與計算。	3-s-02 能認識周長，並實測周長。 4-n-14 能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生能不具備比較「公尺」、「公分」、「毫米」等不同單位長度長短的能力，直接比較數字的大小，不管後面的單位。
2. 學生不具備比較「公尺」、「公分」、「毫米」等不同單位長度長短的能力，直接比較單位的大小，不管單位後面的數字。
3. 解題時，都換成公分單位比都換成毫米單位(類比整數由高位開始比較大小的解題方法最有效率)。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 以「3 公尺=()公分」為例，說明如何幫助學生將大單位化成小單位。
3 公尺是 3 個 1 公尺，也就是 3 個 100 公分，可以利用 $100+100+100=300$ 或 $100\times 3=300$ 算出 3 公尺=300 公分，建議教師要求利用加法解題的學生，將加法算式改記成乘法算式，為五年級學習分、小數倍化聚鋪路。
2. 以「300 公分=()公尺」為例，說明如何幫助學生將小單位聚成大單位。
類比「3 公尺=()公分」的解題方法，300 公分是 300 個 1 公分，也就是 300 個 0.01 公尺，可以利用 $0.01\times 300=3$ ，算出 300 公分=3 公尺。
但是三年級尚未引入二位小數，因此只能改用拿 100 公分換 1 公尺的方法來解題，利用 $300-100=200$ ， $200-100=100$ ， $100-100=0$ ，算出 300 公分=3 公尺，建議教師要求學生將減法算式改記成除法算式 $300\div 100=3$ ，為五年級學習分、小數倍化聚鋪路。
3. 本題有兩種解題的方法：
方法一：都轉換成毫米單位
甲繩：210 公分=2100 毫米
乙繩：1900 毫米
丙繩：2 公尺 3 毫米=2 公尺+3 毫米=200 公分+3 毫米
=2000 毫米+3 毫米=2003 毫米
丁繩：205 公分 3 毫米=205 公分+3 毫米=2050 毫米+3 毫米
=2053 毫米
得到甲繩最長，乙繩最短的答案。

方法二：都轉換成公分單位

甲繩：210 公分

乙繩：1900 毫米 = 190 公分

丙繩：2 公尺 3 毫米 = 2 公尺 + 3 毫米 = 200 公分 3 毫米

丁繩：205 公分 3 毫米

因為 1 公分 = 10 毫米，因此只要比較公分單位就可以得到答案。

得到甲繩最長，乙繩最短的答案。

教師應幫助利用方法一解題的學生改用方法二來解題。

題號	試題代碼					答案	
21	110-M3-B2-21					2	
評量指標	3-n-16 能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並做相關的實測、估測與計算。						
知識向度	量與實測		認知向度		程序執行		
題目	農夫採收了 1 公斤 75 公克重的小蕃茄，拿了一個 25 公克的空箱子來裝小蕃茄，請問箱子和小蕃茄合起來有多重？ ① 110 公克 ② 1 公斤 100 公克 ③ 2 公斤 ④ 11 公斤						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：41%
	全 體	0.08	0.41	0.48	0.03	0.00	
	高分組	0.01	0.51	0.47	0.00	0.00	鑑別度：0.16
	低分組	0.16	0.34	0.41	0.08	0.00	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定幾公斤幾公克和幾公克，要求學生算出其和是多少公斤多少公克，評量學生「公斤」、「公克」複名數加法計算的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.16，正確答案為選項②，通過率為 41%，顯示超過四成的學生已具備「公斤」、「公克」複名數加減計算的能力。
2. 有 8% 的學生選擇選項①(低分組有 16%)，這些學生可能誤解 1 公斤 = 100 公克，1 公斤 75 公克 = 175 公克，並在計算 $175 + 25$ 時進位發生錯誤。
3. 有 48% 的學生選擇選項③(低分組有 41%)，這些學生可能誤解 1 公斤 = 100 公克，先透過公斤、公克的位值板(定位板)，將 1 公斤 75 公克改記成 1.75 公斤，將 25 公克改記成 0.25 公斤， $1.75 + 0.25 = 2$ ，得到 2 公斤的答案。
4. 有 3% 的學生選擇選項④(低分組有 8%)，這些學生可能誤解 1 公斤 = 10 公克，先算出 $75 + 25 = 100$ (公克)， 100 公克 = 10 公斤， $10 + 1 = 11$ ，得到 11 公斤的答案。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-17 能認識重量。	3-n-16 能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並做相關的實測、估測與計算。	4-n-14 能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。 5-n-16

能認識重量單位「公噸」、「公噸」及「公斤」間的關係，並做相關計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生沒有熟記 1 公斤 = 1000 公克的單位換算關係。
2. $2.75 + 25 = 100$ ，讓學生誤認為 1 公斤 = 100 公克。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 公制單位

「公制單位」是十進位制的單位，全世界通用，而且方便記憶。國小課本中出現的單位是社會上較常使用的「公制單位」，稱之為「常用單位」。

在測量長度、重量、容量、...時，公制單位都先選擇一個基準單位，並使用一組形容詞來描述各單位與基準單位間的十進關係。

以「長度」單位為例，公制單位選擇「米」當做長度的基本單位，然後在米前面加上「十、百、千、...、百萬、...、十億、...」等形容詞表示這些單位與米的「十倍、百倍、千倍、...百萬倍、...、十億倍、...」的關係，例如千米表示和 1000 個 1 米接來一樣長。在米前面加上「分、厘、毫、...、微、...奈、...」等形容詞表示這些單位與米的「十分之一倍、百分之一倍、千分之一倍、百萬分之一倍、...、十億分之一倍、...」的關係，例如：厘米表示百分之一米，毫米表示千分之一米，微米表示百萬分之一米，奈米表示十億分之一米。

相同的，公制單位選擇了「公升」當做「容量」的基準單位，分公升表示十分之一公升，毫公升表示千分之一公升，微公升表示百萬分之一公升，有時也將分公升、毫公升等簡稱為分升、毫升。

因此，當我們知道不同單位的基準單位之後，只要記憶一組形容詞，就能夠掌握單位間的倍數關係，對解決單位間的化聚有很大的幫助。

下面提供長度及容量不同單位對應的表格，第三行的描述方式和第二行英文公制單位的描述方式一致。

長度單位：

公里	公引	公丈	公尺	公寸	公分	公釐
Km	hm	dam	m	dm	cm	mm
千米	百米	十米	米	分米	厘米	毫米

容量單位：

公秉	公石	公斗	公升	公合	公勺	公撮
Kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
千公升	百公升	十公升	公升	分公升	厘公升	毫公升

2. 常用單位

以長度的單位為例，我國每十倍就有一個單位的名稱，例如公里、公引、公丈、

公尺、公寸、公分、公厘都是長度的單位；公制單位每十倍也有一個單位的名稱，例如 km(千米)、hm(百米)、dam(十米)、m(米)、dm(分米)、cm(厘米)、mm(毫米)等都是長度的單位，但是日常生活中，並不需要用到這麼多的單位。

以公制長度的基本單位「米」為例，西方人認為 1000 以內的數量都是可以掌握的，因此 13 個「1 米」稱為 13 米即可，並不需要引入新的單位「十米」，將 13 米稱為 1「十米」3「米」；278 個「1 米」稱為 278 米即可，並不需要引入新的單位「百米」和「十米」，將 278 米稱為 2「百米」7「十米」8「米」。當「1 米」的個數超過 1000 個時，才需要引入新的單位「千米」，並將 2465 個「1 米」稱為 2「千米」465「米」。

公制單位是西方人發明的，延伸西方人三位一撇的概念，在長度單位中，經常使用的單位是「千米」、「米」、「毫米」、「微米」、「奈米」，其中「千米」是「米」的 1000 倍，「米」是「毫米」的 1000 倍、「毫米」是「微米」的 1000 倍、「微米」是「奈米」的 1000 倍，也就是說，經常使用的單位間都滿足 1000 倍的關係。

轉換成我們熟悉的單位，日常生活中經常使用的長度單位是「公里」、「公尺」、「公分」、「公厘」，重量單位是「公噸」、「公斤」、「公克」，容量單位是「公秉」、「公升」、「公撮」，如果將公分拿走，相鄰兩個單位間都是 1000 倍的關係。

引入換單位概念時，應該先引入兩單位間的 10 倍關係，再引入兩單位間的 100 倍關係，最後才引入兩單位間的 1000 倍關係，因此國小數學教材，除了出現上面這些常用的單位外，還要引入 1 公尺=100 公分、1 公分=10 毫米。換句話說，只要能掌握三位一撇的概念，再記憶公分和公尺、公分和毫米的倍數關係，就可以掌握國小階段所有不同單位間的倍數關係。

3. 下面以「 $35+58$ 」和「3 公尺 5 公分+5 公尺 98 公分」為例，說明這兩個運算的方式相同，滿足同構的關係，二位數的加法是逢十進一（10 個①聚成 1 個⑩），長度的加法是逢百進一（100 個 1 公分聚成 1 個 1 公尺）。

	十	個	
	⑩	①	
	3	5	
+	5	8	
		13	⇒5 個①加 8 個①是 13 個①
	8		⇒3 個⑩加 5 個⑩是 8 個⑩
	1	3	⇒13 個①是 1 個⑩是 3 個①
	8		
	9	3	⇒合起來是 9 個⑩和 3

	公	公	
	尺	分	
	3	5	
+	5	98	
		103	⇒5 公分加 98 公分是 103 公分
	8		⇒3 公尺加 5 公尺是 8 公尺
	1	3	⇒103 公分是 1 公尺 3 公分
	8		
	9	3	⇒合起來是 9 公尺 3 公分

題號	試題代碼					答案	
22	110-M3-A1-22					2	
評量指標	3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	<p>老師買了 12 條緞帶，拿出 1 條緞帶平分成 6 份，其中的 5 份是多少條緞帶？</p> <p>① $\frac{5}{12}$ 條</p> <p>② $\frac{5}{6}$ 條</p> <p>③ $\frac{6}{5}$ 條</p> <p>④ $\frac{12}{5}$ 條</p>						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：47%
	全 體	0.41	0.47	0.07	0.05	0.01	
	高分組	0.19	0.77	0.03	0.01	0.00	鑑別度：0.54
	低分組	0.54	0.23	0.12	0.10	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定「老師買了 12 條緞帶」的情境，要求學生說出將拿出的 1 條緞帶平分成 6 份，其中的 5 份是多少條緞帶，評量學生分數命名的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項②，通過率為 47%，顯示近五成的學生已具備連續量情境真分數命名的能力。
2. 有 41%的學生選擇選項①(低分組有 54%)，這些學生可能不具備連續量情境真分數命名的能力，選擇題目最前面和最後面的兩個數字為分子和分母，這些學生可能認為分數的分子一定比分母小，得到 $\frac{5}{12}$ 條的答案。
3. 有 7%的學生選擇選項③(低分組有 12%)，這些學生可能具備連續量情境真分數命名的能力，但是將分子分母的位置寫顛倒了。
4. 有 5%的學生選擇選項④(低分組有 10%)，這些學生可能不具備連續量情境真分數命名的能力。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-07 能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。	3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分。母分數的比較與加減問題。	4-n-08 能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。

三、教學建議

（一）錯誤類型的可能原因

1. 只要題目中有兩個或兩個以上的單位，教師教學或評量時應強調處理或運算的是甚麼單位，養成學生注意單位的習慣。
2. 學生受到多餘資訊的影響，多餘資訊出現在題目最前面，學生誤將多餘資訊當作被平分的對象。
3. 有 41% 選擇選項①(高分組 19%、低分組 54%)，5% 選擇選項④(高分組 1%、低分組 10%)，這些學生都受到多餘條件「12 條」的干擾。
選擇選項①的學生遠多於選擇選項④的學生，可能的原因是三年級學生認為分數的分母一定比分子大。

（二）核心概念與本題的教學重點

以「將 1 塊蛋糕平分切成 4 份，其中的 1 份是多少塊蛋糕？」為例，有兩種命名 1 份蛋糕的方法：

第一種：透過 1 份蛋糕和 4 份蛋糕的關係來命名，將 4 份蛋糕看成全體，

1 份蛋糕是 4 份裡面的 1 份，稱 1 份為 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕。

第二種：透過 1 份蛋糕和 1 塊蛋糕的關係來命名，1 份蛋糕是從 1 塊蛋糕分出

來的，而且是平分成 4 份中的 1 份，稱 1 份為 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕。

第一種命名的方法是比率的關係，將 4 份看成基準量 1，其中的 1 份是 $\frac{1}{4}$ ，不是 $\frac{1}{4}$ 塊。五年級才引入比率問題，教師應透過第二種方法來命名。

題號	試題代碼					答案	
23	110-M3-B2-23					4	
評量指標	3-s-06 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。						
知識向度	量與實測		認知向度		程序執行		
題目	<p>有一塊長方形地板， 用藍色正方形磁磚鋪要 540 塊可以鋪滿， 用綠色正方形磁磚鋪要 360 塊可以鋪滿， 用黃色正方形磁磚鋪要 135 塊可以鋪滿， 用紅色正方形磁磚鋪要 60 塊可以鋪滿， 請問哪種顏色的磁磚面積最大？</p> <p>① 藍色 ② 綠色 ③ 黃色 ④ 紅色</p>						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：51%
	全 體	0.39	0.05	0.04	0.51	0.01	
	高分組	0.17	0.01	0.00	0.81	0.00	鑑別度：0.59
	低分組	0.56	0.11	0.10	0.22	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定用四種不同個別單位測量同一長方形地板的結果，要求學生選出面積最大的個別單位，評量學生是否理解用不同個別單位測量同一面積時，其數值不同。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項④，通過率為 51%，顯示超過五成的學生已理解用不同個別單位測量同一面積時，其數值不同。
2. 有 39% 的學生選擇選項①(低分組有 56%)，這些學生可能尚未理解用不同個別單位測量同一面積時，其數值不同，誤認為個數比較多時，個別單位的面積比較大；也可能不理解題意，誤認為數字大的選項面積比較大。
3. 有 5% 的學生選擇選項②(低分組有 11%)，4% 的學生選擇選項③(低分組有 10%)，這些學生可能尚未理解用不同個別單位測量同一面積時，其數值不同；也可能不理解題意。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-14 能理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因。	3-s-06 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。	5-n-18 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-s-05)

三、教學建議

（一）錯誤類型的可能原因

1. 學生不理解為何用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，也無法說明原因。
2. 學生無法將長度情境「能理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因」的解題能力，類推到面積的情境。

（二）核心概念與本題的教學重點

1. 二年級分年細目 2-n-14 已引入「能理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因」，本題只是將長度的情境轉換至面積的情境。
如果學生無法解題，教師應先復習二年級的教材，例如先利用差異量較大的個別單位，幫助學生看到用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同的現象，例如 1 條繩子和 3 條橘色積木接起來一樣長，也和 30 個白色積木接起來一樣長，因為橘色積木比白色積木長很多，所以橘色積木的個數比白色積木少；再利用差異量較小的個別單位，例如利用橡皮擦和迴紋針來測量，檢查學生是否掌握其意義。
2. 當學生有足夠的解題經驗後，教師也可以布置重量或面積等情境的問題，例如甲地和 16 塊一樣大的紅色地磚鋪起來一樣大，也和 25 塊一樣大的藍色地磚鋪起來一樣大，問紅色地磚和藍色地磚誰比誰大，檢查學生是否能類推出用不同個別單位測量同一塊土地的面積時，其數值不同，並能說明原因。

題號	試題代碼					答案	
24	110-M3-C1-24					4	
評量指標	3-s-03 能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。						
知識向度	幾何		認知向度		概念理解		
題目	<p>甲用圓規畫了一個圓，筆尖和針尖距離 10 公分。</p> <p>乙用圓規畫了一個圓，圓心和圓周上一點的距離是 10 公分。</p> <p>丙將一張圓形色紙對摺成一半，摺痕的長度是 20 公分。</p> <p>請問哪個圓的直徑最長？</p> <p>① 甲畫的圓</p> <p>② 乙畫的圓</p> <p>③ 丙對摺的圓</p> <p>④ 三個圓的直徑一樣長</p>						
選答率	選項	1	2	3	4*	其他	通過率：47%
	全體	0.06	0.09	0.37	0.47	0.01	
	高分組	0.01	0.02	0.22	0.74	0.01	鑑別度：0.49
	低分組	0.11	0.18	0.45	0.25	0.02	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定畫圓時筆尖和針尖的距離甲及畫完圓後圓心和圓周上一點的距離乙，以及將圓形對摺後摺痕的長度丙，要求學生選出直徑最長的圓，評量學生辨識圓半徑及直徑的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.49，正確答案為選項④，通過率為 47%，顯示近五成的學生已具備辨識圓半徑及直徑的能力。
2. 有 6% 的學生選擇選項①(低分組有 11%)，9% 的學生選擇選項②(低分組有 18%)，這些學生可能不具備辨識圓半徑及直徑的能力；也可能不理解題意，不知道筆尖和針尖的距離，以及圓心和圓周上一點的距離是半徑，也不知道圓形色紙對摺成一半摺痕的長度是直徑。
3. 有 37% 的學生選擇選項③(低分組有 45%)，這些學生可能不具備辨識圓半徑及直徑的能力，選擇題目中最大的數 20 為答案。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	1-s-03 能描繪或仿製簡單平面圖形。	3-s-03 能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。	5-s-03 能認識圓心角，並認識扇形。 6-n-14

			能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。 (同 6-s-03)
--	--	--	---

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生不理解距離的意義，不知道筆尖和針尖的距離，以及圓心和圓周上一點的距離是半徑。
2. 學生不知道圓形色紙對摺成一半摺痕的長度是直徑。
3. 課本常透過畫圓引入圓的半徑，透過摺紙引入圓的半徑，教師應幫助學生聯絡半徑和直徑的關係。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 圓規只能畫出與圓心 O 的距離是半徑長的點 P ，無法畫出長度是半徑的線段 OP ，因此國小學生利用圓規畫線段時，常無法掌握筆尖及針尖的距離與半徑長度的意義。

下面提出兩種幫助學生澄清筆尖及針尖的距離與半徑長度意義的方法：

(1) 在圓規筆尖及針尖之間綁上繩子或橡皮筋，幫助學生在畫圓時，同時看到筆尖及針尖的距離，以及連接筆尖及針尖兩點長度的線段。

(2) 先畫出一條直線段，與學生溝通如何在直線段上畫出長 a 公分的線段，學生先張開圓規的筆尖及針尖，在直尺上量出筆尖及針尖距離是 a 公分，再以直線段的端點 A 為圓心，畫弧和直線段交於 B 點，最後再要求學生測量 AB 的長度，幫助學生察覺筆尖及針尖的距離為 a 公分時，連接筆尖及針尖的線段長也是 a 公分。

2. 有兩種溝通半徑與直徑關係的方法：

方法一：分別量出半徑與直徑的長度，例如半徑長 5 公分，直徑長 10 公分，再利用除法算式 $10 \div 5 = 2$ ，說明直徑長是半徑長的 2 倍。

方法二：在圓上畫出直徑，幫助學生發現直徑是由兩條半徑組成的，所以 2 條半徑接起來的長度和直徑一樣長。

10 是 5 的 2 倍是基準量和比較量關係的描述，指的是以 5 為基準量 1 時，比較量 10 會是 2，三年級學生較無法掌握 10 是 5 的 2 倍的意義。

建議教師利用方法二說明半徑與直徑的關係。

題號	試題代碼					答案	
25	110-M3-B3-25					2	
評量指標	3-s-04 能認識角，並比較角的大小。(同 3-n-17)						
知識向度	幾何	認知向度			解題思考		
題目	<p>「三點」的時候，鐘面上分針和時針的夾角是直角。下面是關於鐘面上分針和時針夾角大小的說法。</p> <p>甲說：「四點」的時候，鐘面上分針和時針的夾角比「五點」大。</p> <p>乙說：「三點半」的時候，鐘面上分針和時針的夾角比「四點半」大。</p> <p>哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲正確 ② 只有乙正確 ③ 兩人都正確 ④ 兩人都不正確</p>						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：26%
	全 體	0.10	0.26	0.20	0.42	0.02	
	高分組	0.04	0.37	0.12	0.46	0.01	鑑別度：0.16
	低分組	0.16	0.21	0.27	0.34	0.02	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題提示「三點」的時候，鐘面上分針和時針的夾角是直角，要求學生判斷「四點和五點」，以及「三點半和四點半」分針和時針夾角的大小，評量學生比較兩角大小的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.16，正確答案為選項②，通過率為 26%，顯示近三成的學生已具備比較兩角大小的能力。
2. 有 10% 的學生選擇選項①(低分組有 16%)，這些學生可能沒有畫出「四點和五點」，以及「三點半和四點半」鐘面的圖像。
3. 有 20% 的學生選擇選項③(低分組有 27%)，這些學生可能沒有畫出「四點和五點」，以及「三點半和四點半」鐘面的圖像，誤以為 4 比 5 小，所以四點分針和時針所夾的角比五點大，3 比 4 小，所以三點半分針和時針所夾的角比四點半大。
4. 有 42% 的學生選擇選項④(低分組有 34%)，這些學生可能沒有畫出「四點和五點」，以及「三點半和四點半」鐘面的圖像，誤以為 4 比 5 小，所以四點分針和時針所夾的角比五點小，3 比 4 小，所以三點半分針和時針所夾的角比四點半小。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-s-01 能認識周遭物體上的角、直線與平面(含簡單立體形體)。	3-s-04 能認識角，並比較角的大小。(同 3-n-17)	4-s-04 能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角度。(同 4-n-16) 4-s-05 能理解旋轉角(包括平角和周角)的意義。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生沒有畫出「四點」和「五點」，以及「三點半」和「四點半」鐘面的圖像。
2. 學生受關鍵字的影響，誤以為 4 比 5 小，所以四點分針和時針所夾的角比五點小，3 比 4 小，所以三點半分針和時針所夾的角比四點半小。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本題先說明「三點」的時候，鐘面上分針和時針的夾角是直角，主要的理由是溝通鐘面上分針和時針可以夾出一個角。
2. 三年級角的教學重點是張開角，四年級角的教學重點是旋轉角。
雖然討論時針旋轉以及討論分針旋轉都是旋轉角的概念，但是給定時刻後，鐘面時針和分針所形成的角，和共端點兩線段張開後所形成的角相同，換句話說，學生比較兩個不同時刻時針和分針所夾角的大小，和比較畫出兩個角的大小，解題時並沒有差異。
因此，學生只要能畫出「四點」和「五點」鐘面的圖像，就能判斷「五點」分針和時針的夾角比「四點」大。
學生只要能畫出「三點半」和「四點半」鐘面的圖像，就能判斷「三點半」分針和時針的夾角比「四點半」大。
3. 表徵轉換是數學上重要的概念，建議教師幫助學生養成將文字描述轉換成圖像的能力，以本題為例，學生只要畫出「四點」和「五點」，以及「三點半」和「四點半」鐘面的圖像，就能夠解題成功。
4. 教師應鼓勵學生形成心像，不必畫出鐘面的圖像就能比較分針和時針夾角的大小。

伍、整體學力表現分析

一、不同背景變項學生整體學力表現分析

本計畫同時採用古典測驗理論(classical test theory, CTT)與試題反應理論(item response theory, IRT)三參數模式作為試題分析理論基礎，並以三參數模式進行學生能力估計。三參數模式有 a、b、c 三種參數，分別代表鑑別度、難度以及猜測度。學生能力估計值則參考 PISA 與 TIMSS 等國際大型測驗的作法，將估計出來的能力轉換至平均分數 500，標準差 100 的量尺上，再以轉換所得量尺分數進行不同背景變項學生表現分析。本年度數學三年級整體學生學力表現分布狀況，如圖 5-1 所示。

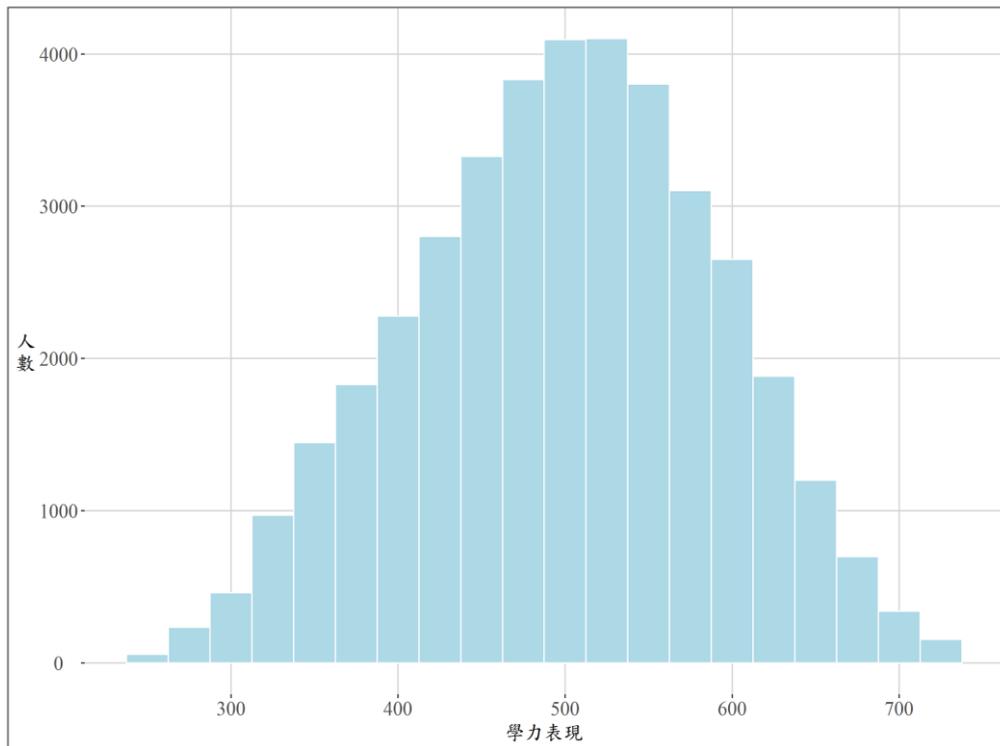


圖 5-1 數學三年級整體學生學力表現分布圖

如圖 5-2，以性別為背景變項進行分析，男生的平均量尺分數為 500（標準差 94）、女生平均量尺分數則為 498（標準差 88）；再以不同都市化程度進行背景變項分析，發現「都會核心」、「工商市區」及「新興市鎮」之三年級學生其數學學力檢測表現高於整體平均，「傳統產業市鎮」與整體平均差異不大，「低度發展鄉鎮」、「高齡化鄉鎮」及「偏遠鄉鎮」學生之表現低於整體平均。按照不同都市化程度學力表現由高至低依序為「都會核心」、「工商市區」、「新興市鎮」、「傳統產業市鎮」、「低度發展鄉鎮」、「高齡化鄉鎮」、「偏遠鄉鎮」，與都市化程度排列大致相同，其中「偏遠鄉鎮」平均量尺分數為 481（標準差 93）與整體平均差異最為明顯，各鄉鎮市區類型參與之學生人數、學力表現平均數及標準差如表 5-1 所示。本年度參與人數 39,281 人，排除資料缺漏者 5 人，總計背景變項分析有效樣本為 39,276 人。

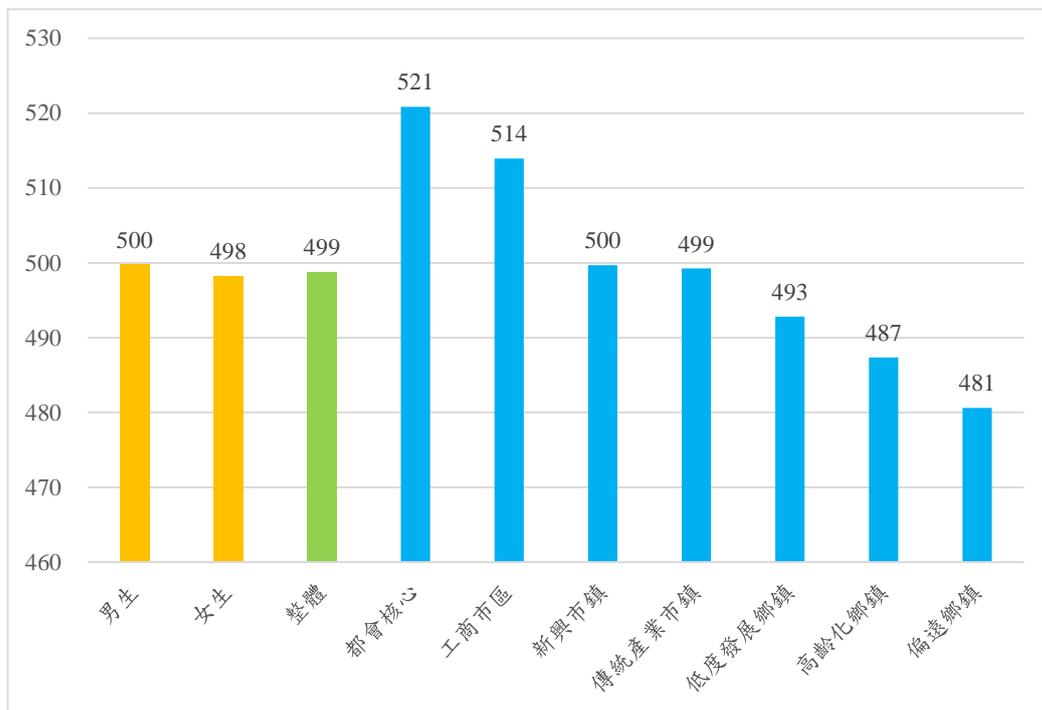


圖 5-2 數學三年級學生不同背景變項學力表現

表 5-1 各鄉鎮市區類型參與之學生人數、學力表現平均數及標準差

整體	人數	39276
	平均數	499
	標準差	91
都會核心	人數	2692
	平均數	521
	標準差	87
工商市區	人數	6081
	平均數	514
	標準差	89
新興市鎮	人數	7310
	平均數	500
	標準差	89
傳統產業市鎮	人數	6203
	平均數	499
	標準差	90
低度發展鄉鎮	人數	8623
	平均數	493
	標準差	93
高齡化鄉鎮	人數	6468
	平均數	487
	標準差	92
偏遠鄉鎮	人數	1899
	平均數	481
	標準差	93

二、國民小學三年級學生於不同能力指標之答對率

藉由將「國民小學數學三年級學生學習能力檢測」題號、對應之九年一貫能力指標和答對率進行交叉對照，可更明確檢視學生表現較優異和有待加強之處，相關整理如下表 5-2 所示：

表 5-2 不同能力指標與其答對率之交叉對照表

答對率	數與計算		
	題號	能力指標	
91~100			
81~90	1	3-n-04	能熟練三位數乘以一位數的直式計算。
	2	3-n-03	能用併式記錄加減兩步驟的問題。
	6	3-n-09	能由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。
71~80	4	3-n-07	能在具體情境中，解決兩步驟問題（加、減與除，不含併式）。
61~70	3	3-n-10	能做簡單的三位數加減估算。
	5	3-n-08	能在具體情境中，解決兩步驟問題（連乘，不含併式）。
	7	3-n-06	能熟練三位數除以一位數的直式計算。
	9	3-n-01	能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。
	11	3-n-11	能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。
	14	3-n-09	能由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。
51~60	13	3-n-02	能熟練加減直式計算（四位數以內，和 < 10000，含多重退位）。
	19	3-n-01	能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。
41~50	15	3-n-06	能熟練三位數除以一位數的直式計算。
	22	3-n-11	能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。
31~40	10	3-n-05	能理解除法的意義，運用 \div 、 $=$ 做橫式紀錄（包括有餘數的情況），並解決生活中的問題。
21~30			
11~20			
0~10			

答對率	量與實測		
	題號	能力指標	
91~100			
81~90			
71~80			
61~70	12	3-s-06	能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。
	18	3-n-16	能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並做相關的實測、估測與計算。
51~60	23	3-s-06	能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。
41~50	20	3-n-14	能認識長度單位「毫米」及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並做相關的實測、估測與計算。
	21	3-n-16	能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並做相關的實測、估測與計算。
31~40			
21~30			
11~20			
0~10			

答對率	幾何		
	題號	能力指標	
91~100			
81~90			
71~80			
61~70	8	3-s-01	能認識平面圖形的內部、外部與其周界。
	16	3-s-07	能由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。
51~60	17	3-s-02	能認識周長，並實測周長。
41~50	24	3-s-03	能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。
31~40			
21~30	25	3-s-04	能認識角，並比較角的大小。（同 3-n-17）
11~20			
0~10			

陸、整體教學建議

一、學生整體表現

由表 6-1 觀之，本次測驗全體學生的平均通過率是 59%。從學生在各評量指標-知識向度與認知向度的解題表現來看，其中，在知識向度方面，學生在數與計算向度的平均通過率最高(64%)，其次是量與實測向度(53%)，而在幾何向度的平均通過率最低(52%)；在認知向度方面，學生在程序執行向度的平均通過率最高(62%)，在解題思考向度平均通過率最低(55%)。進一步分析資料，學生在數與計算*程序執行向度的平均通過率最佳（全：69%，高分組：89%，低分組：44%）；學生在量與實測*解題思考向度的平均通過率（全：42%，高分組：72%，低分組：19%）最低。

此結果顯示針對三年級學生的數學課室教學，教師對於建立學生量感，以及解題思考能力，除重視基本概念之講解說明與程序運算的練習之外，亦要多提供促進學生思考與討論的應用性問題，提升學生更高階段的學習成效。

表 6-1 數學領域三年級正式題本試題數據-雙向細目表

三	概念理解			程序執行			解題思考			小計			
	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率		分組	通過率	
數與計算	2、6、	全	0.61	1、3、	全	0.69	4、5、	全	0.63	共 15 題	全	0.64	
	10、11、	高	0.80	7、13、	高	0.89		9、15	高		0.88	高	0.85
	19、22	低	0.42	14	低	0.44			低		0.36	低	0.41
量與實測	12	全	0.67	18、	全	0.51	20	全	0.42	共 5 題	全	0.53	
		高	0.93		21、23	高		0.73	高		0.72	高	0.77
		低	0.36			低		0.30	低		0.19	低	0.29
幾何	16、24	全	0.55	/			8、17、	全	0.50	共 5 題	全	0.52	
		高	0.82					高	0.68		高	0.73	
		低	0.30					低	0.32		低	0.31	
小計	共 6 題	全	0.60	共 6 題	全	0.62	共 13 題	全	0.55	共 25 題	全	0.59	
		高	0.82		高	0.83		高	0.78		高	0.81	
		低	0.38		低	0.39		低	0.32		低	0.37	

二、對學習待加強學生的觀察

本次測驗對象是國小三年級的學生，測驗的內容是以九年一貫課程綱要-數學領域中所羅列之三年級學生應學習的分年細目作為命題依據。因此，高、低分組學生在這些題目的答對率上應相距不遠；但是，由上表 6-1 呈現的數據發現，有些題目高分組學生與低分組學生的通過率落差很大。因此，我們特別針對鑑別度較高的試題(第 5、12、14、20、22 題)再做進一步的分析與討論，提供老師作為教學上的參考。

(一) 連乘兩步驟問題的解題和紀錄

1. 評量目標

第 5 題(試題如下)對應的分年細目是「3-n-08 能在具體情境中，解決兩步驟問題(連乘，不合併式)」，本題是連乘的兩步驟文字題，要求學生選出正確的解題算式和答案，評量學生連乘兩步驟問題解題和紀錄的能力。

「一個甜甜圈賣 8 元，每 16 個裝成 1 盒，小蘭買了 4 盒，共要付多少元？」
下列哪個算式和答案都正確？

① $16+4=20$ ， $8\times 20=160$ ，答：要付 160 元
② $8\times 16=128$ ，答：要付 128 元
③ $8\times 16=128$ ， $128\div 4=32$ ，答：要付 32 元
④ $8\times 16=128$ ， $128\times 4=512$ ，答：要付 512 元

2. 試題分析

本題鑑別度為 0.6，正確答案為選項④，通過率為 64%。其中高分組通過率為 92%，顯示超過九成的高分組學生已具備連乘兩步驟問題解題和紀錄的能力；而低分組通過率為 32%，其他 3 個誘答選項的選項率分別是 21%、20%、27%，顯示多數低分組的學生不具備連乘兩步驟問題解題和紀錄的能力。

(1) 有 16% 的學生選擇選項③(高分組有 5%、低分組有 27%)，這些學生可能誤解題意中「買了 4 盒」的語意，將連乘兩步驟問題解讀為先乘後除的兩步驟問題。

(2) 有 10% 的學生選擇選項①(高分組有 2%、低分組有 21%)，這些學生可能不理解題意；或受到題目中「每 16 個裝成 1 盒」及「買了 4 盒」這兩段描述中都出現相同的單位「盒」的影響，將連乘兩步驟問題解讀為先加後乘的兩步驟問題。

- (3)有 10%的學生選擇選項②(高分組有 2%、低分組有 20%)，這些學生可能不具備兩步驟問題解題的能力，算出先乘的步驟得到 128 元後，因為在題目中沒有 128 元，不知道要如何處理 128 元，就停止解題。

3.教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

- (1)學生解兩步驟問題時，最常遇到的困難是不知道以算式「 $8 \times 16 = 128$ 」算出「買 16 個甜甜圈要 128 元」後，所得到的「128 元」還可以繼續運算，誤以為「128 元」就是答案。教師可透過分段布題的方式幫助學生解題，並用兩個算式記錄解題活動。

步驟一：先布問題：「一個甜甜圈賣 8 元，每 16 個裝成 1 盒，請問 1 盒需要付多少元？」，幫助學生用乘法算式 $8 \times 16 = 128$ 記錄解題過程，得到 1 盒需要付 128 元，為後面的分段布題鋪路。

步驟二：再布問題：「1 盒要付 128 元，買 4 盒需要付多少元？」，幫助學生用乘法算式 $128 \times 4 = 512$ 記錄解題過程，得到 4 盒需要付 512 元的答案。

步驟三：再回到原問題：「一個甜甜圈賣 8 元，每 16 個裝成 1 盒，買 4 盒，共要付多少元？」幫助學生用兩個算式「 $8 \times 16 = 128$ ， $128 \times 4 = 512$ 」把做法記下來，得到 4 盒需要付 512 元的答案。

國小三年級兩步驟問題的教學重點是用兩個橫式把作法記下來，將兩個橫式改記成併式是四年級教學的重點。

- (2)如果學生不理解題意，建議教師透過操作具體物的方式來說明題意，並要求學生再操作一次具體物，檢查學生是否理解題意。

教師請注意，學生不理解題意是溝通的問題，不是主要的數學教學問題，主要的數學教學問題是學生理解題意後，如何解題。

- (3)分年細目 3-n-08 教學重點是解決連乘的兩步驟問題，並用二個算式記錄解題活動，不討論利用數學性質簡化計算的問題。例如：面對「 $37 \times 25 \times 4$ 」的文字題情境時，不討論先算「 37×25 」與先算「 25×4 」，何種算法較有效率。四年級引入乘法結合律之後，才開始討論簡化計算的問題。

(4)下面以「一個甜甜圈賣 8 元，每 16 個裝成 1 盒，小蘭買了 4 盒，共要付多少元？」為例，說明兩步驟問題的教學流程。

步驟一：用兩個算式記錄解題活動

$$8 \times 16 = 128, 128 \times 4 = 512, \text{答：要付 } 512 \text{ 元。}$$

步驟二：將兩個算式改記成併式的記法

$$\text{將「} 8 \times 16 = 128, 128 \times 4 = 512 \text{」改記成「} (8 \times 16) \times 4 = 512 \text{」}$$

步驟三：用併式記錄解題活動

$$(8 \times 16) \times 4 = 512, \text{答：要付 } 512 \text{ 元。}$$

步驟四：用算式填充題來列式

$$(8 \times 16) \times 4 = (\quad)$$

步驟五：先列式，再用逐次減項記錄解題活動

$$(8 \times 16) \times 4 = (\quad)$$

$$(8 \times 16) \times 4$$

$$= 128 \times 4$$

$$= 512, \quad \text{答：要付 } 512 \text{ 元。}$$

三年級的教學重點是步驟一，其它步驟是四年級的教學重點。

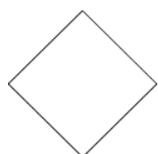
三年級教師應要求學生用兩個橫式把做法記下來，不可以接受兩個直式的記法，為四年級引入併式鋪路。

(二) 面積的保留概念

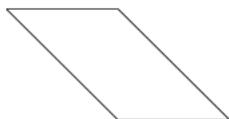
1. 評量目標

第 12 題(試題如下)對應的分年細目是「3-s-06 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。」，本題給定將 3 張一樣大正方形色紙沿著對角線剪成 6 個全等三角形的情境，要求學生比較都由兩個三角形所拼成的 3 個圖形面積的大小，評量學生利用面積保留概念解題的能力。

小明把 3 張一樣大的正方形色紙，都對摺成三角形後剪開，剪開後共有 6 個三角形。小明先用 2 個三角形拼出甲圖形，再用 2 個三角形拼出乙圖形，最後用 2 個三角形拼出丙圖形。



甲



乙



丙

請問哪一個圖形的面積最大？

- ① 甲
- ② 乙
- ③ 丙
- ④ 一樣大

2. 試題分析

本題鑑別度為 0.57，正確答案為選項④，通過率為 67%。其中高分組通過率為 93%，顯示超過九成的高分組學生已具備面積的保留概念；低分組通過率為 36%，顯示多數低分組的學生不具備面積的保留概念。

(1) 有 17% 的學生選擇選項②(高分組有 3%、低分組有 32%)，這些學生可能不具備面積的保留概念，直觀的認為圖形乙(菱形)的面積最大。商人常將糕餅切割成菱形來販售，因為面積相同的四邊形中，視覺上菱形的面積最大。

(2) 有 11% 的學生選擇選項③(高分組有 3%、低分組有 20%)，有 5% 的學生選擇選項①(高分組有 1%、低分組有 11%)，這些學生可能不具備面積的保留概念。選擇選項③的學生比選擇選項①的學生多，可能的原因是受到圖形長度的影響，圖形丙(等腰直角三角形)底邊的邊長看起來比圖形甲(斜擺的正方形)的邊長都長。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1) 面積保留概念是一種信念，指的是同一個物體的面積，不論誰來量的結果都一樣，而且物體的面積不會受到時間、空間與本身分割或重組等影響而改變，學生必須歸納多次經驗後才能產生信念。

下面以色紙為例，提出四種面積保留概念的特徵，前面兩種特徵比較早形

成，後面兩種特徵比較晚形成，教師可以透過這些特徵，檢查學生是否具有面積的保留概念。

第一種：色紙的面積不會受到位置的影響而改變

將一張色紙橫放、直放、斜放、移來移去，這張色紙的面積都不會改變。

第二種：色紙的面積不會受到時間的影響而改變

昨天、今天、明天、後天、大後天、....，同一張色紙的面積都不會改變。

第三種：色紙的面積不會受到形狀的影響而改變

同一張色紙，不論捲曲成任意的形狀，色紙的面積都不會改變。

第四種：色紙的面積不會受到本身分割或重組的影響而改變

將一張色紙切割成幾部分，這幾部分拼接起來的面積，和原色紙的面積一樣大。

(2)如果學生尚未形成面積保留概念時，他可能不相信圖形對摺剪開後，這兩部分拼成新圖形的面積大小和原圖形的面積大小是一樣的，他們直觀的判斷三個圖形面積的大小。

教師將簡單平面圖形切割重組成另一已知簡單圖形後，詢問拼出來的圖形和原圖形的面積是否一樣大，幫助學生形成面積的保留概念。

例如先幫助學生算出邊長 3 公分正方形的面積是 9 平方公分，再將這個正方形切成 9 個邊長 1 公分的小正方形，將這 9 個邊長 1 公分的小正方形拼成不同的圖形，幫助學生察覺拼出來不同圖形的面積都是 9 平方公分，都不會改變。

(3)將長方形(或正方形)切割成兩個全等的直角三角形後，可以再由這兩個全等的直角三角形拼回原長方形(或正方形)，幫助學生認識其中一個直角三角形的面積是長方形(或正方形)面積的一半。

(三)數線上兩點的距離

1.評量目標

第 14 題(試題如下)對應的分年細目是「3-n-09 能由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。」，本題給定 3 組在數線上標示兩點坐標的情境，要求學生比較哪組兩點的距離最長，評量學生在整數數線上做加、減操作的能力。

數線上 A 、 B 兩點位置標示的數字是 12、18。

數線上 C 、 D 兩點位置標示的數字是 312、318。

數線上 E 、 F 兩點位置標示的數字是 7512、7518。

請問哪兩點的距離最長？

- ① A 點和 B 點
- ② C 點和 D 點
- ③ E 點和 F 點
- ④ 它們的距離一樣長

2.試題分析

本題鑑別度為 0.6，正確答案為選項④，通過率為 66%。其中高分組通過率為 93%，顯示超過九成的高分組學生已能進行數線上刻度與長度的轉換，並利用減法算式算出給定刻度兩點的距離；低分組通過率為 33%，另有 40%選擇選項③，顯示低分組學生無法利用減法算式算出給定刻度兩點的距離，他們受到數字大小的影響，認為數字較大兩點的距離比較長。

(1)有 23%的學生選擇選項③(高分組有 6%、低分組有 40%)，這些學生可能無法進行數線上刻度與長度的轉換，也無法利用減法算式計算整數數線上給定坐標兩點距離的能力，他們誤以為標示的數字愈大時兩點間的距離就愈大。

(2)有 6%的學生選擇選項①(高分組有 1%、低分組有 13%)，有 5%的學生選擇選項②(高分組有 0%、低分組有 13%)，這些學生可能不理解題意，或尚未具備計算整數數線上給定坐標兩點距離的能力。

3.教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1)學生無法進行數線上刻度和距離(長度)間的轉換，例如看到刻度 5，無法想到刻度 0 和刻度 5 的距離是 5 個單位。

教師可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的刻度 5 有下列兩種意義：

第一種：在數線上的位置(或坐標)是 5。

第二種：和原點 0 的距離是 5。

(2)教師應幫助學生察覺下面五類問題間滿足同構的關係

第一：順序數(序數)和集合數(基數)的互換

例如甲排第 7 個，可以得到第 1 個到甲，共有 7 個人。

第二：直尺上刻度與距離的互換

例如看到刻度 7，可以得到刻度 0 到刻度 7 的距離是 7 公分。

第三：數線上刻度(坐標)與距離(長度)的互換

例如看到坐標 7，可以得到坐標 0 到坐標 7 的距離是 7 個單位。

第四：量角器上刻度與旋轉角度的互換

例如看到刻度 20 度，可以得到刻度 0 度到刻度 20 度間旋轉了 20 度。

第五：時間數線上時刻與時間的互換

例如看到時刻 3 時 20 分，可以得到 0 時 0 分到 3 時 20 分中間經過 3 小時 20 分鐘。

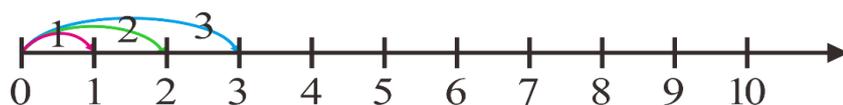
(3)教師可以透過下列方法繪製數線，幫助學生理解整數數線的意義。

步驟一：先利用直尺上的公分刻度繪製有刻度的數線，並標示相鄰兩刻度間的距離都是 1(單位)。



步驟二：再幫助學生將最左邊的刻度上標示 0，在和 0 距離 1 的刻度上標示 1，在和 0 距離 2 的刻度上標示 2，在和 0 距離 3 的刻度上標示 3，

以此類推。



步驟三：說明相鄰兩刻度的距離都是 1(單位)，刻度 5 和 0 的距離是 5(單位)。



(4)以「數線上 A 、 B 兩點位置標示的數字是 12、18」為例，教師可以先說明 12 指的是 0 和 12 的距離是 12，18 指的是 0 和 18 的距離是 18，可以利用 $18-12=6$ 算出數線上 12 和 18 兩點的距離是 6。

相同的方式，可以算出 312 和 318 兩點的距離，以及 7512 和 7518 兩點的距離都是 6，所以距離都相等。

(四)比較不同單位長度(「公尺」、「公分」、「毫米」)的長短

1.評量目標

第 20 題(試題如下)對應的分年細目是「3-n-14 能認識長度單位「毫米」及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並做相關的實測、估測與計算。」，本題給定四條繩子的長度及「公尺」、「公分」、「毫米」單位間的換算關係，要求學生選出最長及最短的繩子，評量學生比較不同單位長度長短關係的能力。

為了方便學生解題，本題提供「公尺」、「公分」、「毫米」兩兩單位間的化聚關係(1 公尺=100 公分，1 公尺=1000 毫米，1 公分=10 毫米)

有甲、乙、丙、丁四條繩子，甲繩長 210 公分，乙繩長 1900 毫米，丙繩長 2 公尺 3 毫米，丁繩長 205 公分 3 毫米。

請問哪條繩子最長，哪條繩子最短？

(1 公尺=100 公分，1 公尺=1000 毫米，1 公分=10 毫米)

- ① 甲繩最長，乙繩最短
- ② 乙繩最長，丙繩最短
- ③ 丙繩最長，乙繩最短
- ④ 丁繩最長，丙繩最短

2. 試題分析

本題鑑別度為 0.53，正確答案為選項①，通過率為 42%。其中高分組通過率為 72%，顯示超過七成的高分組學生已具備比較不同單位長度(「公尺」、「公分」、「毫米」)長短關係的能力；低分組的通過率為 19%，其他三個誘答選項的選項率分別是 23%、24%和 34%，顯示低分組學生不具備比較不同單位長度「公尺」、「公分」、「毫米」)長短關係的能力。

(1)有 27%的學生選擇選項③(高分組有 14%、低分組有 34%)，這些學生可能不具備比較「公尺」、「公分」、「毫米」等不同單位長度長短的能力，直接比較單位的大小，「公尺」、「公分」、「毫米」三個單位中，「公尺」最長、「毫米」最短，只有丙繩的單位中有公尺，所以丙繩最長，只有乙繩的單位是毫米，所以乙繩最短。

(2)有 15%的學生選擇選項②(高分組有 7%、低分組有 24%)，有 15%的學生選擇選項④(高分組有 7%、低分組有 23%)，這些學生可能不具備比較「公尺」、「公分」、「毫米」等不同單位長度長短的能力，直接比較數字的大小。

(3)選擇選項②的學生只比較單名數中數字的大小，1900 最大、2 最小，得到乙繩最長，丙繩最短的答案；選擇選項③的學生將複名數 205 公分 3 毫米看成 2053，直接比較數字的大小，2053 最大、23 最小，得到丁繩最長，丙繩最短的答案。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1)本題有兩種解題的方法：

方法一：都轉換成毫米單位

甲繩：210 公分 = 2100 毫米

乙繩：1900 毫米

丙繩：2 公尺 3 毫米 = 2 公尺 + 3 毫米 = 200 公分 + 3 毫米
= 2000 毫米 + 3 毫米 = 2003 毫米

丁繩：205 公分 3 毫米 = 205 公分 + 3 毫米 = 2050 毫米 + 3 毫米
= 2053 毫米

得到甲繩最長，乙繩最短的答案。

方法二：都轉換成公分單位

甲繩：210 公分

乙繩：1900 毫米=190 公分

丙繩：2 公尺 3 毫米=2 公尺+3 毫米=200 公分 3 毫米

丁繩：205 公分 3 毫米

因為 1 公分=10 毫米，因此只要比較公分單位就可以得到答案。

得到甲繩最長，乙繩最短的答案。

其中方法二和比較兩整數大小的策略滿足同構的關係，以比較 382 和 369 為例，百位的數字都是 3，只要比較十位數字的大小即可，8 比 6 大，就可以得到 382 比 369 大。本題可以將公尺單位看成百位、公分單位看成十位、毫米單位看成個位。教師應幫助利用方法一解題的學生改用方法二來解題。

(2)以「3 公尺=()公分」為例，說明如何幫助學生將大單位化成小單位。

3 公尺是 3 個 1 公尺，也就是 3 個 100 公分，可以利用

$100+100+100=300$ 或 $100\times 3=300$ 算出 3 公尺=300 公分，

建議教師要求利用加法解題的學生，將加法算式改記成乘法算式，

為五年級學習分、小數倍化聚鋪路。

(3)以「300 公分=()公尺」為例，說明如何幫助學生將小單位聚成大單位。

類比「3 公尺=()公分」的解題方法，300 公分是 300 個 1 公分，也就是 300 個 0.01 公尺，可以利用 $0.01\times 300=3$ ，算出 300 公分=3 公尺。

但是三年級尚未引入二位小數，因此只能改用拿 100 公分換 1 公尺的方法來解題，利用 $300-100=200$ ， $200-100=100$ ， $100-100=0$ ，算出 300 公分=3 公尺，建議教師要求學生將減法算式改記成除法算式 $300\div 100=3$ ，

為五年級學習分、小數倍化聚鋪路。

(五)連續量情境真分數的命名

1.評量目標

第 22 題(試題如下)對應的分年細目是「3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。」，本題給定「老師買了 12 條緞

帶」的情境，要求學生說出將拿出的 1 條緞帶平分成 6 份，其中的 5 份是多少條緞帶，評量學生分數命名的能力，其中「老師買了 12 條緞帶」是多餘的資訊。

老師買了 12 條緞帶，拿出 1 條緞帶平分成 6 份，其中的 5 份是多少條緞帶？

- ① $\frac{5}{12}$ 條
- ② $\frac{5}{6}$ 條
- ③ $\frac{6}{5}$ 條
- ④ $\frac{12}{5}$ 條

2. 試題分析

本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項②，通過率為 47%。其中高分組的通過率為 77%，顯示近八成的高分組學生已具備連續量情境真分數命名活動的能力，有 19%的高分組學生選擇選項①，顯示有兩成的高分組學生受到多於資訊 12 條的干擾；低分組的通過率為 23%，另有 54%低分組學生選擇選項①，顯示低分組學生不具備連續量情境真分數命名活動的能力，且低分組學生比較容易受到多於資訊 12 條的干擾。

(1)有 41%的學生選擇選項①(高分組有 19%、低分組有 54%)，這些學生可能不具備連續量情境真分數命名的能力，選擇題目最前面和最後面的兩個數字為分子和分母，這些學生可能認為分數的分子一定比分母小，得到 $\frac{5}{12}$ 條的答案。

(2)有 7%的學生選擇選項③(高分組有 3%、低分組有 12%)，這些學生可能具備連續量情境真分數命名的能力，但是將分子分母的位置寫顛倒了。

(3)有 5%的學生選擇選項④(高分組有 1%、低分組有 10%)，這些學生可能不具備連續量情境真分數命名的能力，這些學生將先出現的數字 12 記在分子，後出現的數字 5 記在分母，他們不認為分數的分子一定比分母小，得到 $\frac{12}{5}$ 條的答案。

3.教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1)只要題目中有兩個或兩個以上的單位，教師教學或評量時應強調待處理或運算的是什麼單位，養成學生注意單位的習慣。

(2)以「將1塊蛋糕平分切成4份，其中的1份是多少塊蛋糕？」為例，有兩種命名1份蛋糕的方法：

第一種：透過1份蛋糕和4份蛋糕的關係來命名，將4份蛋糕看成全體，

1份蛋糕是4份裡面的1份，稱1份為 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕。

第二種：透過1份蛋糕和1塊蛋糕的關係來命名，1份蛋糕是從1塊蛋糕分

出來的，而且是平分成4份中的1份，稱1份為 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕。

第一種命名的方法是比率的關係，將4份看成基準量1，其中的1份是 $\frac{1}{4}$ ，

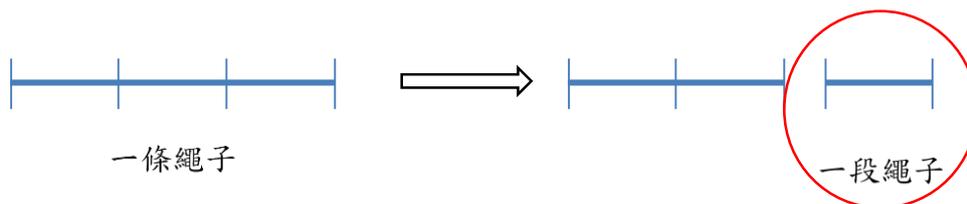
不是 $\frac{1}{4}$ 塊。五年級才引入比率問題，教師應透過第二種方法來命名。

(3)分數問題中被分割的對象必須密度均勻，例如一張色紙、一條繩子、一杯水等的密度都均勻。教師不宜分割蘋果或披薩等密度不均勻的物件，例如蘋果的某部份比較鮮紅，或披薩上面有蝦仁等，避免學生將注意力轉移至誰分到比較鮮紅的蘋果，或誰分到比較多的蝦仁。

(4)連續量情境常見「圓形模型(披薩或圓餅)」及「線形模型(繩子或緞帶)」，「圓形模型」比較沒有溝通的干擾，適合先教學，但兩種模型都要引入。

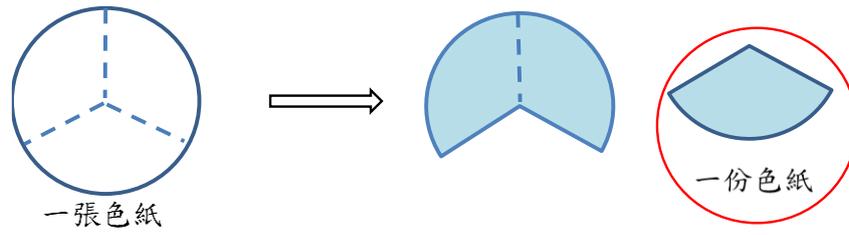
以「將1條繩子平分成3段，其中的一段是多少條繩子」及「將1張圓形色紙平分成3份，其中的一份是多少張色紙」為例。

將1條繩子平分成3段，剪下其中1段，學生不易察覺剪下的1段和原來1條繩子間的部份與全體關係。



但是將1張圓形色紙平分成3份，剪下其中1份，多數學生還是能夠察覺

剪下的 1 份和原來 1 張色紙間的部份與全體關係。



110 年₃學₁力₂檢₃測₄題₅本₆

數₁學₂三₃年₄級₅

作₁答₂注₃意₄事₅項₆：

各₁位₂同₃學₄：

你₁們₂好₃。

這₁是₂一₃份₄數₅學₆的₇試₈題₉， 總₁₀共₁₁ 25 題₁₂。

測₁驗₂時₃間₄為₅ 40 分₆鐘₇。

每₁一₂題₃請₄選₅出₆一₇個₈最₉合₁₀適₁₁的₁₂答₁₃案₁₄，
並₁₅用₁₆ 2B 鉛₁₇筆₁₈在₁₉答₂₀案₂₁卡₂₂畫₂₃記₂₄， 不₂₅可₂₆超₂₇出₂₈格₂₉
線₃₀外₃₁， 如₃₂果₃₃需₃₄要₃₅修₃₆改₃₇答₃₈案₃₉， 請₄₀使₄₁用₄₂橡₄₃皮₄₄
擦₄₅拭₄₆乾₄₇淨₄₈， 再₄₉重₅₀新₅₁畫₅₂記₅₃。

畫₁記₂說₃明₄：

當₁你₂想₃選₄擇₅的₆答₇案₈為₉④時₁₀，

正₁確₂畫₃記₄為₅① ② ③ ●

其₁他₂事₃項₄：

★ 每₁一₂題₃都₄要₅回₆答₇。

★ 試₁題₂如₃有₄錯₅誤₆， 請₇立₈即₉告₁₀知₁₁老₁₂師₁₃。

學 ₁ 校 ₂	
班 ₃ 級 ₄	
姓 ₅ 名 ₆	
座 ₇ 號 ₈	

1. 一組紀念套幣有 7 枚硬幣，限量發售 438 組，共有多少枚硬幣？

- ① 3156 枚
- ② 3066 枚
- ③ 2866 枚
- ④ 2156 枚

2. 「賣場裡原有 900 瓶飲料，上午賣出了 430 瓶，下午又補貨了 260 瓶，賣場裡還有多少瓶飲料？」
下列哪個算式可以算出正確的答案？

- ① $900 - 430 + 260$
- ② $900 - 430 - 260$
- ③ $900 + 430 + 260$
- ④ $900 + 430 - 260$

3. 媽媽帶了 1000 元去菜市場，買蔬果花了 102 元，買肉類花了 301 元，請問媽媽大約還剩下多少元？

- ① 400 元
- ② 500 元
- ③ 600 元
- ④ 700 元

4. 15 位男生和 12 位女生參加數學營，每 3 位學生分為一組，共可以分成幾組？

- ① 81 組
- ② 27 組
- ③ 9 組
- ④ 5 組

5. 「一個甜甜圈賣 8 元，每 16 個裝成 1 盒，小蘭買了 4 盒，共要付多少元？」

下列哪個算式和答案都正確？

- ① $16 + 4 = 20$ ， $8 \times 20 = 160$ ，答：要付 160 元
- ② $8 \times 16 = 128$ ，答：要付 128 元
- ③ $8 \times 16 = 128$ ， $128 \div 4 = 32$ ，答：要付 32 元
- ④ $8 \times 16 = 128$ ， $128 \times 4 = 512$ ，答：要付 512 元

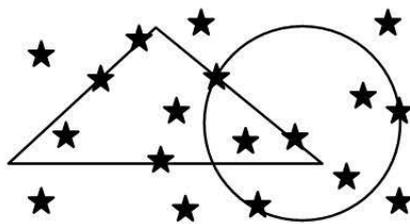
6. 將 37、47、87、97 標示在數線上，哪個數的位置在數線的最左邊？

- ① 37
- ② 47
- ③ 87
- ④ 97

7. 一年有 365 天，請問 365 天是幾個星期又幾天？

- ① 52 個星期又 2 天
- ② 52 個星期又 1 天
- ③ 51 個星期又 2 天
- ④ 51 個星期又 1 天

8. 如圖，下面哪個敘述是正確的？



- ① 圓形的內部有 2 個★
- ② 圓形的周界上有 3 個★
- ③ 三角形的外部有 6 個★
- ④ 三角形的周界上有 3 個★

9. 將 5678 的千位數字 $\times 5$ 減 2，十位數字 $\times 7$ 加 2，百位數字和個位數字不變，得到一個新的甲數，請問甲數和 5678 相差多少？

- ① 1008
- ② 1080
- ③ 1980
- ④ 2020

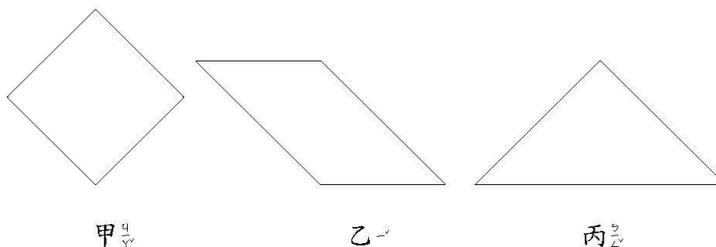
10. 七十幾顆蘋果平分給 10 個人，每個人分到 7 顆，請問最多可能剩下多少顆蘋果？

- ① 11 顆
- ② 9 顆
- ③ 8 顆
- ④ 6 顆

11. 媽媽買了 3 條蛋糕，她將其中的 2 條蛋糕都平分成 8 塊，大毛吃了 5 塊，二毛吃了 1 條，三毛吃了 $\frac{7}{8}$ 條。誰吃的蛋糕最多？誰吃的蛋糕最少？

- ① 大毛最多，三毛最少
- ② 大毛最多，二毛最少
- ③ 二毛最多，大毛最少
- ④ 二毛最多，三毛最少

12. 小明把 3 張一樣大的正方形色紙，都對摺成三角形後剪開，剪開後共有 6 個三角形。小明先用 2 個三角形拼出甲圖形，再用 2 個三角形拼出乙圖形，最後用 2 個三角形拼出丙圖形。



請問哪一個圖形的面積最大？

- ① 甲
- ② 乙
- ③ 丙
- ④ 一樣大

13. 小成的數學作業簿被妹妹亂蓋章弄髒了，請幫忙將弄髒的地方填上正確的數字。

$$\begin{array}{r}
 7425 \\
 - 12\text{ 🍓 }8 \\
 \hline
 614\text{ 🍎}
 \end{array}$$

- ① 🍓 填 2、🍎 填 3
- ② 🍓 填 6、🍎 填 3
- ③ 🍓 填 7、🍎 填 7
- ④ 🍓 填 8、🍎 填 7

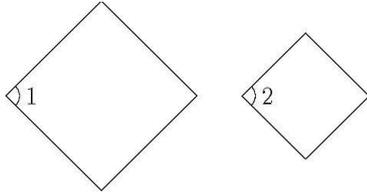
14. 數線上 A 、 B 兩點位置標示的數字是 12、18。
 數線上 C 、 D 兩點位置標示的數字是 312、318。
 數線上 E 、 F 兩點位置標示的數字是 7512、7518。
 請問哪兩點的距離最長？

- ① A 點和 B 點
 ② C 點和 D 點
 ③ E 點和 F 點
 ④ 它們的距離一樣長

15. 將一堆蘋果平分給 8 個人，每個人分到 26 顆，
 還剩下 6 顆。
 如果將這堆蘋果全部平分給 4 個人，每個人最多可以分到幾顆蘋果？還剩下多少顆蘋果？

- ① 分到 13 顆蘋果，還剩下 3 顆蘋果
 ② 分到 52 顆蘋果，還剩下 6 顆蘋果
 ③ 分到 53 顆蘋果，還剩下 2 顆蘋果
 ④ 分到 53 顆蘋果，還剩下 4 顆蘋果

16. ㄅ 圖和 ㄆ 圖都是正方形，請問下列哪個說法錯誤？

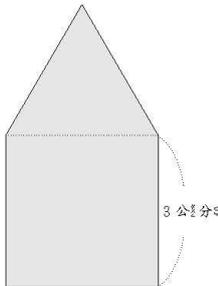


ㄅ 圖

ㄆ 圖

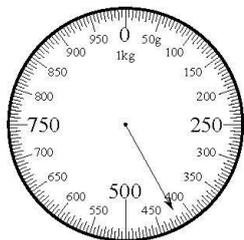
- ① 角 1 比 角 2 大
- ② 角 1 和 角 2 都是直角
- ③ ㄅ 圖的四條邊都一樣長
- ④ ㄆ 圖的四個角都一樣大

17. 弟弟用一個正三角形圖形板和一個正方形圖形板，拼成下面的圖形，請問這個圖形的周長是幾公分？



- ① 9 公分
- ② 12 公分
- ③ 15 公分
- ④ 18 公分

18. 如圖，磅秤指針所指的刻度是多少公克？



- ① 404 公克
- ② 405 公克
- ③ 410 公克
- ④ 420 公克

19. 四位數 1111 中，千位數字 1 所代表的值比十位數字 1 所代表的值大多少？

- ① 990
- ② 100
- ③ 99
- ④ 0

20. 有甲、乙、丙、丁四條繩子，

甲繩長 210 公分，乙繩長 1900 毫米，

丙繩長 2 公尺 3 毫米，丁繩長 205 公分 3 毫米。

請問哪條繩子最長，哪條繩子最短？

(1 公尺 = 100 公分，1 公尺 = 1000 毫米，

1 公分 = 10 毫米)

- ① 甲繩最長，乙繩最短
- ② 乙繩最長，丙繩最短
- ③ 丙繩最長，乙繩最短
- ④ 丁繩最長，丙繩最短

21. 農夫採收了 1 公斤 75 克重的小蕃茄，拿了一個 25 克的空箱子來裝小蕃茄，請問箱子和小蕃茄合起來有多重？

- ① 110 克
- ② 1 公斤 100 克
- ③ 2 公斤
- ④ 11 公斤

22. 老師買了 12 條緞帶，拿出 1 條緞帶平分成 6 份，其中 5 份是多少條緞帶？

① $\frac{5}{12}$ 條

② $\frac{5}{6}$ 條

③ $\frac{6}{5}$ 條

④ $\frac{12}{5}$ 條

23. 有一塊長方形地板，

用藍色正方形磁磚鋪要 540 塊可以鋪滿，

用綠色正方形磁磚鋪要 360 塊可以鋪滿，

用黃色正方形磁磚鋪要 135 塊可以鋪滿，

用紅色正方形磁磚鋪要 60 塊可以鋪滿，

請問哪種顏色的磁磚面積最大？

① 藍色

② 綠色

③ 黃色

④ 紅色

24. 甲用圓規畫了一個圓，筆尖和針尖距離 10 公分。
 乙用圓規畫了一個圓，圓心和圓周上一點的距離是 10 公分。
 丙將一張圓形色紙對摺成一半，摺痕的長度是 20 公分。
 請問哪一個圓的直徑最長？

- ① 甲畫的圓
 ② 乙畫的圓
 ③ 丙對摺的圓
 ④ 三個圓的直徑一樣長

25. 「三點」的時候，鐘面上分針和時針的夾角是直角。
 下面關於鐘面上分針和時針夾角大小的說法。

甲說：「四點」的時候，鐘面上分針和時針的夾角比「五點」大。

乙說：「三點半」的時候，鐘面上分針和時針的夾角比「四點半」大。

哪些人的說法正確？

- ① 只有甲正確
 ② 只有乙正確
 ③ 兩人都正確
 ④ 兩人都不是正確