

110 年度縣市學生學習能力檢測

數學四年級施測結果報告

國立臺中教育大學

測驗統計與適性學習研究中心

中華民國 111 年 02 月

目錄

壹、背景與目的	1
一、背景	1
二、目的	1
貳、參與縣市與檢測規模	2
參、檢測對象與檢測工具	3
一、檢測對象	3
二、檢測工具	4
肆、試題分析與教學建議	6
伍、整體學力表現分析	76
一、不同背景變項學生整體學力表現分析	76
二、國民小學四年級學生於不同能力指標之答對率	79
陸、整體教學建議	82
一、學生整體表現	82
二、對學習待加強學生的觀察	83
柒、附錄	100

壹、背景與目的

一、背景

測驗與評量是教育歷程中十分重要的一環，透過學力檢測可協助師生瞭解學生之學習成效與升學進路，及早發現待加強學生並啟動積極性教學介入，教育當局亦能評估施行的相關政策，透過調節教育資源來強化發展教學成效。107 年開始，桃園市等五縣市以委託形式，由國立臺中教育大學測驗統計與適性學習研究中心協助辦理縣市學生學習能力檢測試題研發暨資料分析工作，108 年起，改以中心自辦學力檢測研發，各縣市依需求參與形式運作，110 年度有基隆市、新北市、桃園市、新竹縣、新竹市、雲林縣、嘉義縣、嘉義市、臺南市、屏東縣、花蓮縣、澎湖縣以及金門縣等十三縣市共同參與，檢測對象為國民中小學一年級至八年級學生，檢測科目包含國語文、數學、英語文和自然。此份報告係根據檢測分析結果撰寫，現場教師可據以瞭解學生於各評量向度之表現情形，進而對學生進行適性適才之教學；教育決策者亦可更精準的將相關資源挹注於需求性相對較高的教育現場，讓教育和教學有效的朝「把每一個孩子帶上來」的方向前進。

二、目的

- (一) 測驗專責單位統一研發試題，降低各縣市命題壓力和研發成本。
- (二) 國民小學及國民中學學生學習能力檢測分析結果，協助教師瞭解學生學習概況以及科目內有待加強之內容向度。
- (三) 不同背景變項國民小學及國民中學學生學習能力表現之差異分析，可做為學校輔導或教育政策研擬之參考。

貳、參與縣市與檢測規模

本年度縣市學生學習能力檢測於 110 年 9 月 14 日進行，數學四年級施測人數為 23,443 人。各縣市在數學四年級之詳細參與情形如下表 2-1 所示：

表 2-1 110 年度國民小學學生學習能力檢測數學四年級縣市參與情形

參與縣市	報名學生人數	到考人數
雲林縣	4,783	4,620
嘉義縣	2,891	2,828
臺南市	13,333	13,093
花蓮縣	2,387	2,318
金門縣	593	584
總計	23,987	23,443

參、檢測對象與檢測工具

一、檢測對象

110 年參與國立臺中教育大學所承辦「國民小學數學四年級學習能力檢測」者為雲林縣、嘉義縣、臺南市、花蓮縣及金門縣等五縣市之國民小學四年級學生（未排除資源班及特殊生），應考名冊羅列 23,987 人、實際施測人數 23,443 人，其中男生 12,082 人、女生 11,206 人、未填寫性別 155 人，整體缺考率約為 2.2%。

根據教育部統計處資料顯示，109 學年我國國民小學校數為 2,631 校，參與本次學力檢測計 612 校，約佔全國國民小學總校數之 23.3%。參照傅仰止、蘇國賢、吳齊殷、廖培珊、謝淑惠(2018)對臺灣鄉鎮市區類型研究之分類，由於該計畫未包含金門縣和連江縣，本中心參考傅仰止等人(2018)研究的因子及縣市地區的人口結構，將金門縣鄉鎮市區類型分類。本次參與數學四年級學力檢測學校之 612 校中隸屬都會核心者（人口密度、專科以上教育、青壯年人口及服務業百分比最高）15 校、工商市區（僅次於都會核心之商業高度發展地區）8 校、新興市鎮（同時具有活絡的工業生產活動以及商業服務和相關工作能力）51 校、傳統產業市鎮（就業人口供給較低、老年居民較多，僅能固守既有的傳統產業）55 校、低度發展鄉鎮（就業人口及教育程度低，老年人口偏多，無明顯工商業活動與發展）144 校、高齡化鄉鎮（工商服務相關屬性最低，較低人口密度與教育程度）276 校、偏遠鄉鎮（低度工商業發展，存有最低層教育程度及人數稀少的居民）63 校。

二、檢測工具

「國民小學數學四年級學習能力檢測」(以下簡稱學力檢測)是由國立臺南大學教育系教授邀集臺南市現職國民小學教師組成命題團隊,一同編製、檢視而成。本次學力檢測試題包括「評量指標-知識向度」與「評量指標-認知向度」等兩個向度。其中,評量指標-知識向度包含數與計算、量與實測、幾何、代數以及統計與機率等五個向度;評量指標-認知向度包含概念理解、程序執行與解題思考等三個向度。學力檢測施測之正式題本總題數為 25 題,試題評量架構與試題各面向之題數分布如下表 3-1 所示。

表 3-1 數學領域四年級正式題本評量指標架構與試題之題數分布

知識向度 \ 認知向度	概念理解	程序執行	解題思考
數與計算	4	4	4
量與實測	0	2	1
幾何	3	0	3
代數	2	0	0
統計與機率	0	2	0

(一) 評量架構

命題團隊為顧及試題分布之均衡性,依概念理解、程序執行與解題思考等三個評量指標-認知向度;數與計算、量與實測以及幾何等三個評量指標-知識向度,二個面向進行測驗試題之設計。「**數與計算**」包括正整數中大數的位名與位值單位換算、較大整數的加減乘除直式計算、正整數的四則混合計算、二位小數的位名與大小比較、二位小數的加、減與整數倍計算;「**量與實測**」包括利用複名數解決不同類量(長度、容量、重量)的常用單位計算問題;「**幾何**」包括運用「角」與「邊」等構成要素辨認簡單平面圖形、基本三角形與四邊形的簡單性質、平面圖形的全等意義、使用量角器實測角度或畫出指定的角、旋轉角(包括平角和周角)的意義、平行四邊形與梯形;「**代數**」包括能在具體情境中,理解乘法對加法的分配律與運用數的運算性質進行四則混合計算與簡化計算;「**統計與機率**」

包括能報讀生活中常用的長條圖與折線圖等統計圖表。詳細試題內容於各評量指標之分布題數如下表 3-2 所示：

表 3-2 數學領域四年級施測正式題本於評量指標之題數分析

向度		能力指標	題數	題號
數與計算	概念理解	4-n-05、4-n-06、4-n-07、 4-n-10	4	11、12、14、22
	程序執行	4-n-01、4-n-02、4-n-03	4	1、4、7、15
	解題思考	4-n-03、4-n-04、4-n-07、 4-n-11	4	10、16、20、24
量與實測	程序執行	4-n-14、4-n-16	2	2、6
	解題思考	4-n-14	1	23
幾何	概念理解	4-s-03、4-s-06、4-s-07	3	3、8、17
	解題思考	4-s-01、4-s-05	3	13、19、25
代數	概念理解	4-a-02、4-a-01	2	18、21
統計與機率	程序執行	4-d-01、4-d-02	2	5、9

(二) 預試

國民小學數學四年級學習能力檢測於 110 年 3 月 2 日至 110 年 3 月 19 日間進行預試，預試樣本為基隆市、雲林縣、嘉義縣、屏東縣及金門縣之國民小學五年級學生共 1,264 人。預試資料回收後先進行初步資料整理，後進行選答率、鑑別度以及通過率分析。分析後召開試題修審會議，符合(1)正確選項之選答率低於錯誤選項之選答率；(2)鑑別度低於 0.15；(3)錯誤選項之選答率過低三標準任一項的試題，由命審題委員提出討論並視需要進行修正。

肆、試題分析與教學建議

本報告先分析「110年國民小學數學四年級學生學習能力檢測」結果，再針對各試題提供相關建議。

整份試卷未作答、連續五題或五題以上未作答和答對率低於0.25，且作答反應中有疑似亂答者為無效樣本，予以刪除，最終納入分析之有效樣本數為23,307人，其中各科試題分析結果呈現時所涉及的名詞分別定義如下表4-1：

表 4-1 試題分析名詞解釋

高分組	參與測驗有效樣本總分排名前 27%之學生。
低分組	參與測驗有效樣本總分排名後 27%之學生。
選答率	參與測驗有效樣本於此試題選答各選項之比率。
通過率	參與測驗有效樣本之試題答對率。
鑑別度	高分組試題答對率與低分組試題答對率之差。

試題代碼：本次學力檢測試題分析報告中，每道數學題幹均配有一組試題代碼「110-Mn₁-□n₂-n₃」。其中，M表示「數學科」；n₁表示「n₁年級」；□表示「知識向度」（A：數與計算；B：量與實測；C：幾何；D：代數；E：統計與機率）；n₂表示「認知向度」（1：概念理解；2：程序執行；3：解題思考）；n₃表示「題號」（01表示第1題）。

題號	試題代碼				答案		
1	110-M4-A2-01				1		
評量指標	4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	<p>曉華的爸爸買了一臺冷氣機，用分期付款的方式付費，每期要付 802 元，總共要付 12 期，請問 12 期一共付了多少元？</p> <p>① 9624 元 ② 8184 元 ③ 2424 元 ④ 984 元</p>						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：92%
	全 體	0.92	0.04	0.03	0.01	0.00	
	高分組	0.99	0.01	0.01	0.00	0.00	鑑別度：0.19
	低分組	0.79	0.10	0.07	0.03	0.00	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題是三位數乘以二位數的文字題，要求學生算出答案，評量學生利用乘法直式計算解題能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.19，正確答案為選項①，通過率為 92%，顯示超過九成的學生已具備乘法直式計算的能力。
2. 有 4% 的學生選擇選項②(低分組有 10%)，3% 的學生選擇選項③(低分組有 7%)，1% 的學生選擇選項④(低分組有 3%)，這些學生可能尚未具備乘法直式計算的能力。也可能已具備乘法直式計算的能力，但是在進位時計算發生錯誤。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-n-04 能熟練三位數乘以一位數的直式計算。	4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算。	5-n-01 能熟練整數乘、除的直式計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生進行直式乘法計算時，位值概念理解不清楚，可能未將乘完後的結果(數字)擺放在正確位置。
2. 大數字乘法和除法的教學流程：
九九乘法 ⇨ 多位乘以一位的乘法 ⇨ 大數字乘法和除法

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 二位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為二位數乘法直式計算的基礎，也是除數為二位數除法直式計算的基礎。

以 34×678 為例，直式進行 3 次 34 乘以一位數 6、7、8 的計算。

以 $4613 \div 72$ 為例，學生估商時進行 2 次 72 乘以一位數的計算。

三位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為三位數乘法直式計算的基礎，也是除數為三位數除法直式計算的基礎。

以 345×678 為例，直式進行了 3 次 345 乘以一位數 6、7、8 的計算。

以 $4613 \div 172$ 為例，學生估商時進行了 2 次 172 乘以一位數的計算。

2. 有兩種分解 147 的方法，第一種是將 147 分解成 100、40 和 7；第二種是將 147 分解成 1 個百 4 個十和 7 個一。乘法直式計算採用第二種分解方式，使得每一個單位的個數都不超過 10，藉以簡化計算。

下面的圖一是第一種分解方法的乘法直式計算，圖二是第二種分解方法的乘法直式計算。

不易將第一種分解方法的乘法直式計算結果記成一行，學生必須先將 7×6 、 40×6 、 200×6 的計算結果記在心裡，再心算出這三個數的和，才能將圖一的計算結果改記成一行，國小三年級的學生不易做到。

	千	百	十	個	
	1000	100	⑩	①	
		2	4	7	
	×			6	
			4	2	
		2	4	0	
	+ 1	2	0	0	
	1	4	8	2	

圖 一

	千	百	十	個	
	1000	100	⑩	①	
		2	4	7	
	×			6	
			4	2	
		2	4		
	+ 1	2			
	1	4	8	2	

圖 二

下面說明如何幫助學生將乘法直式計算的積摘要的記成一行。

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	1	4	7
×			6
		4	2
	2	4	
+	6		
	8	8	2

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	1	4	7
×			6
	8	8	2

因為「4」和「24」都是「十」單位，只要心算出「4+24」，就可以省略記成一行。
 因為「2」和「6」都是「百」單位，只要心算出「2+6」，就可以省略記成一行。
 因此可以省略記成一行。

3.以「 307×46 」為例，有三種分解被乘數或乘數的方法。

第一種將「 307×46 」分解成「 $307 \times (40 + 6)$ 」

第二種是將「 307×46 」分解成「 $(300 + 7) \times 46$ 」

第三種是將「 307×46 」分解成「 $(300 + 7) \times (40 + 6)$ 」

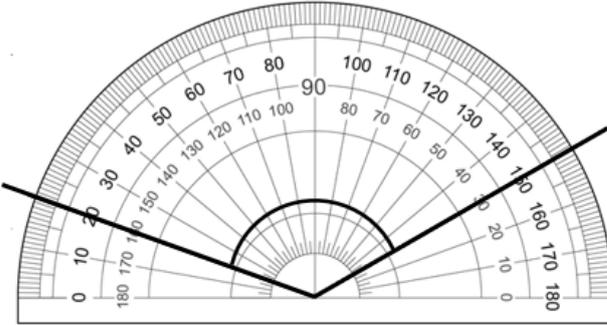
建議教師透過第一種方法幫助學生學習乘法直式計算，將「 307×46 」分解成「 307×6 」和「 $307 \times 40 = (37 \times 4) \times 10$ 」後，再進行兩次兩位數乘以一位數的直式計算。

$$\begin{array}{r}
 307 \\
 \times 46 \\
 \hline
 1842 \\
 12280
 \end{array}$$

$1842 \Rightarrow 307 \times 6 = 1842$
 $12280 \Rightarrow 307 \times 40 = 12280$ ，

省略個位數的0，直接計算 $307 \times 4 = 1228$ 後，將8記在十位。

4.學習乘法直式計算時，不鼓勵利用乘法交換律來解題，因為二位數乘以三位數和三位數乘以二位數直式計算的解題意義不同，但是平常解文字題或計算題時，應鼓勵學生使用自己比較能掌握或計算比較簡單的方法來解題，例如利用乘法交換律來簡化計算。

題號	試題代碼					答案	
2	110-M4-B2-02					3	
評量指標	4-n-16 能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角。(同 4-s-04)						
知識向度	量與實測		認知向度		程序執行		
題目	<p>小明用量角器測量圖中的角，請問這個角的角度是多少度？</p>  <p>① 20 度 ② 30 度 ③ 130 度 ④ 150 度</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：83%
	全 體	0.04	0.03	0.83	0.11	0.00	
	高分組	0.00	0.01	0.98	0.02	0.00	鑑別度：0.38
	低分組	0.09	0.07	0.60	0.23	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標說明							
本題給定兩邊不在量角器刻度 0 上的角，要求學生報讀該角的角度，評量學生利用量角器測量角度的能力。							
(二) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為 0.38，正確答案為選項③，通過率為 83%，顯示超過八成的學生已具備利用量角器測量角度的能力。							
2. 有 4%的學生選擇選項①(低分組有 9%)，這些學生可能不具備利用量角器測量角度的能力，直接以其中一邊外圈對應的刻度 20 度為答案。							
3. 有 3%的學生選擇選項②(低分組有 7%)，這些學生可能不具備利用量角器測量角度的能力，直接以其中一邊內圈對應的刻度 30 度為答案。							
4. 有 11%的學生選擇選項④(低分組有 23%)，這些學生可能不具備利用量角器測量角度的能力，直接以其中一邊外圈對應的刻度 150 度為答案。							

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-n-17 能認識角，並比較角的大小（同 3-s-04）。	4-s-04 能認識「度」的角度單位，使用量角器實測角度或畫出指定的角。（同 4-n-16）	4-s-05 能理解旋轉角（包括平角和周角）的意義。

三、教學建議

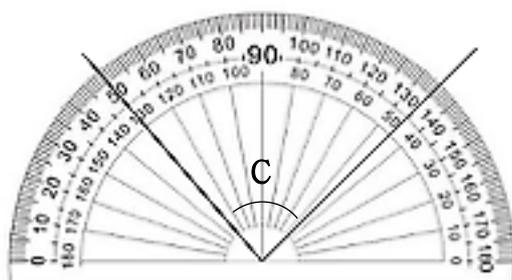
（一）錯誤類型的可能原因

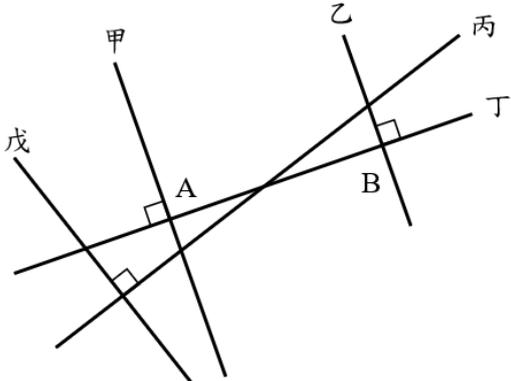
1. 有 11% 選擇選項④（高分組 2%、低分組 23%），他們只報讀外圈右邊的刻度。
有 4% 選擇選項①（高分組 0%、低分組 9%），他們只報讀外圈左邊的刻度。
有 3% 選擇選項②（高分組 1%、低分組 7%），他們只報讀內圈右邊的刻度。
2. 學生不理解角度測量的是共端點兩線張開的程度，或固定端點一線旋轉的程度，直接以一邊對應量角器的刻度為答案。
3. 兩點才能決定一線，學生沒有養成報讀兩邊刻度的習慣，例如用直尺測量繩長時，繩子一端對齊刻度 0，另一端對齊刻度 a，稱繩子的長度是 a 公分。
相同的方式，用量角器測量角的角度時，角的一邊對齊刻度 0，另一邊對齊刻度 a 時，稱該角的角度為 a 度。
4. 測量兩邊不在量角器刻度 0 上的角，和利用斷尺測量繩子的長度滿足同構的關係，教師可以類比斷尺測量繩子長度的兩種方法幫助學生解題。

（二）核心概念與本題的教學重點

1. 為了方便量角度，量角器都有兩組刻度，其中一組是順時針方向，另一組是逆時針方向，因此，部份學生使用量角器測量角度時，常將 70 度報讀為 110 度。
當學生尚未掌握直角、銳角及鈍角的意義前，報讀角度時，應要求同時報讀始邊和終邊兩個刻度，養成先將始邊對齊刻度 0，也就是先找 0 度，再看終邊刻度的習慣，並將刻度 0 到刻度 70 間的角度稱為 70 度。當學生掌握鈍角及銳角的意義，知道被測量角度和直角 90 度大小關係後，面對銳角 70 度時，不會將它報讀為 110 度。
2. 以「下圖中角 C 的角度是多少度？」為例，提出兩種幫助學生解題的方法。
 - (1) 透過點數刻度解題：先找出角兩邊在量角器上外圈（或內圈）所對應的刻度，例如 50 度和 135 度，再由 50 度開始，往角的另一邊開始 10 度及 1 度一數，10、20、30、40、50、60、70、80、81、82、83、84、85，得到該角角度為 85 度的答案。
 - (2) 透過旋轉角及減法解題：先找出角兩邊在量角器上外圈（或內圈）所對應的刻度，例如 50 度和 135 度，先說明可以利用減法算式 $50-0=50$ 算出由刻度 0 度旋轉到刻度 50 度所夾的角是 50 度， $135-0=135$ 算出由刻度 0 度旋轉到刻度 135 度所夾的角是 135 度，再說明可以利用減法算式 $135-50=85$ 算出刻度 50

度旋轉到刻度 135 度所夾的角是 85 度。



題號	試題代碼		答案				
3	110-M4-C1-03		2				
評量指標	4-s-06 能理解平面上直角、垂直與平行的意義。						
知識向度	幾何	認知向度	概念理解				
題目	<p>下圖中甲、乙、丙、丁、戊為五條線，A 點為甲線跟丁線的交點，B 點為乙線跟丁線的交點。請問下列敘述何者<u>錯誤</u>？</p>  <p>① 甲、乙兩線平行 ② 甲、戊兩線平行 ③ 乙、丁兩線垂直 ④ 丙、戊兩線垂直</p>						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：83%
	全 體	0.08	0.83	0.06	0.04	0.00	
	高分組	0.02	0.97	0.01	0.00	0.00	鑑別度：0.36
	低分組	0.16	0.61	0.13	0.09	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標說明							
本題給定五條直線，要求學生選出正確描述平行或垂直關係的敘述，評量學生判斷兩線平行或垂直的能力。							
(二) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為 0.36，正確答案為選項②，通過率為 83%，顯示超過八成的學生已具備判斷兩線平行或垂直的能力。							
2. 有 8% 的學生選擇選項①(低分組有 16%)，6% 的學生選擇選項③(低分組有 13%)，4% 的學生選擇選項④(低分組有 9%)，這些學生可能尚未具備判斷兩線平行或垂直的能力。							

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-s-02 能認識生活周遭中平行與垂直的現象。	4-s-06 能理解平面上直角、垂直與平行的意義。	4-s-07 能認識平行四邊形和梯形。 4-s-08 能利用三角板畫出直角與兩平行線段，並用來描繪平面圖形。 6-s-04 能認識面與面的平行與垂直，線與面的垂直，並描述正方體與長方體中面與面、線與面的關係。

三、教學建議

（一）錯誤類型的可能原因

1. 學生直觀的判斷兩線是否平行或垂直，沒有利用平行或垂直的定義來檢驗兩線是否平行或垂直。

平行線的定義：同時垂直於另一條直線的兩直線互相平行。

垂直線的定義：兩直線相交且交角中有一個角為直角，稱這兩條直線互相垂直。

2. 學生可能在兩條直線的情境中能夠判斷這兩條直線是否平行或垂直，但是在五條直線的情境中，可能漏判斷某兩條直線的平行或垂直關係。

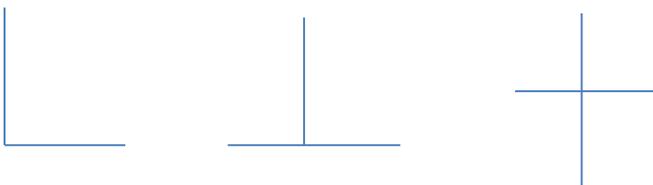
（二）核心概念與本題的教學重點

1. 分年細目 4-s-06 針對平行與垂直下定義，也就是給定一個判斷兩線是否互相平行或互相垂直的方法。

兩線平行： L_1 與 L_2 同時垂直於 L ，稱 L_1 與 L_2 兩線互相平行。

兩線垂直： L_1 與 L_2 相交且有一個交角為直角，稱 L_1 與 L_2 兩線互相垂直。

2. 平面上存在下圖中三種垂直的情境，第一種情境只存在 1 個直角，第二種情境存在 2 個直角，第三種情境存在 4 個直角，這三種情境經常隱藏在幾何圖形中，它們都滿足兩直線互相垂直的關係。建議教師在教學時，這三種情境都要溝通，不能只討論其中一種情境。



3. 兩直線不會相交是平行線的現象，但是不能當作判斷兩線是否平行的方法，因為無法檢驗兩線是否不會有交點。

4.日常生活中常出現「水平線」和「鉛垂線」的名詞，水平線是伴隨著水平面出現的一條虛擬直線，將一杯水平放在桌面上，水面會是水平面，當我們將注意力放在水平面上的邊時，就能觀察到水平線的現象；日常生活中到處都存在鉛垂線，垂吊的燈飾，懸掛燈籠的繩子等都是鉛垂線。

學生可能混淆「水平線」和「平行線」，以及「鉛垂線」和「垂直線」的意義，誤認為「水平線」就是「平行線」，「鉛垂線」就是「垂直線」。

水平線和鉛垂線是日常生活中自然存在的一條直線，而平行線和垂直線是描述兩條直線間的關係。

題號	試題代碼					答案	
4	110-M4-A2-04					3	
評量指標	4-n-01 能透過位值概念，延伸整數的認識到大數（含「億」、「兆」之位名），並做位值單位的換算。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	將「六千五百萬」記成數字，數字5的後面需要再寫幾個0？ ① 2個 ② 5個 ③ 6個 ④ 8個						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：77%
	全 體	0.07	0.12	0.77	0.04	0.00	
	高分組	0.02	0.03	0.94	0.01	0.00	鑑別度：0.41
	低分組	0.15	0.22	0.53	0.09	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定一個大數的讀法，要求學生改記成數字，評量學生大數讀、寫的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.41，正確答案為選項③，通過率為 77%，顯示近八成的學生已具備大數讀、寫的能力。
2. 有 7% 的學生選擇選項①(低分組有 15%)，這些學生可能誤解題意或忽略題意中的「萬」，直接將「六千五百」記成數字「6500」。
3. 有 12% 的學生選擇選項②(低分組有 22%)，這些學生可能尚未具備大數讀、寫的能力；也可能誤解題意，寫出 6000 有 3 個 0、500 有 2 個 0，合起來有 5 個 0。
4. 有 4% 的學生選擇選項④(低分組有 9%)，這些學生可能尚未具備大數讀、寫的能力；也可能誤解題意，認為 65000000 有 8 個數字。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-n-01 能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。	4-n-01 能透過位值概念，延伸整數的認識到大數(含「億」、「兆」之位名)，並做位值單位的換算。	7-n-04 能認識負數，並能以「正、負」表徵生活中性質相反的量。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生尚未具備大數的十進位記數法與萬進位記數法的互換能力。
2. 盡量不要評量數字的讀法，因為無法評量讀出的聲音，只能將讀法寫成國字。
3. 學生可能混淆數字讀法和記法的意義：

7000000、700 萬、7 百萬，這三個數的讀法相同，但所代表單位的意義不同。7000000 是以一為單位的記法，700 萬是以萬為單位的記法，表示 700 個萬，而 7 百萬是以百萬為單位的記法，表示 7 個百萬。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 進行「萬」及「億」單位教學時，必須進行 1 萬到 9999 萬與 1 億的命名。以「萬」為單位的教學為例，十進位記數法逢十進一，只要學會 1 萬到 9 萬，10 個「萬」就換成 1 個「十萬」，「萬」的個數最多只有 9 個；而萬進位記數法逢萬進一，學生必須學會 1 萬到 9999 萬，10000 個「萬」才會換成 1「億」。日常生活中大數的讀法都是萬進位的讀法，以 23456789 的讀法為例，我們讀作二千三百四十五「萬」六千七百八十九，不會讀做二「千萬」三「百萬」四「十萬」五「萬」六千七百八十九。教師應透過萬進位記數法的定位板或改記成四位一撇的方法，幫助學生熟悉大數的讀法。
2. 大數的命名包含十進位記數法及萬進位記數法：
十進位記數法將「634567891」這個大數字讀做：六「億」三「千萬」四「百萬」五「十萬」六「萬」七「千」八「百」九「十」一。
634567891 萬進位記數法先將「634567891」這個大數字由右至左、四位一撇改記成 6,3456,7891 後，讀做：六「億」、三千四百五十六「萬」、七千八百九十一。教師應協助學生進行十進位記數法與萬進位記數法的互換。
3. 「5 百萬」、「500 萬」和「5000000」都一樣大，而且讀法都相同，但是這三種記法所表示單位的意義不相同。
「5 百萬」是以「百萬」為單位，指的是 5 個「百萬」合起來的數；「500 萬」是以「萬」為單位，指的是 500 個「萬」合起來的數；5000000 是以「一」為單位，指的是 5000000 個「一」合起來的數。
4. 教師應幫助學生將「個、十、百、千」的關係，類推到「萬、十萬、百萬、千萬」的關係。例如，由 1 個十是 10 個一，類推出 1 個十萬是 10 個萬；由 1 個百是 100 個一、也是 10 個十，類推出 1 個百萬是 100 個萬、也是 10 個十萬；由 1 個千是 1000 個一、也是 100 個十、也是 10 個百，類推出 1 個千萬是 1000 個萬、也是 100 個十萬，也是 10 個百萬。

題號	試題代碼		答案																													
5	110-M4-E2-05		2																													
評量指標	4-d-01 能報讀生活中常用的長條圖。																															
知識向度	統計與機率	認知向度	程序執行																													
題目	<p>下圖為民國 101 年至 108 年的出生人數與死亡人數統計圖。 請問 105 年到 108 年出生人數與死亡人數的變化為何？</p> <table border="1"> <caption>民國101年至108年出生人數與死亡人數統計圖</caption> <thead> <tr> <th>年份</th> <th>出生人數 (千人)</th> <th>死亡人數 (千人)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>101年</td><td>225</td><td>150</td></tr> <tr><td>102年</td><td>200</td><td>155</td></tr> <tr><td>103年</td><td>210</td><td>160</td></tr> <tr><td>104年</td><td>215</td><td>165</td></tr> <tr><td>105年</td><td>210</td><td>170</td></tr> <tr><td>106年</td><td>195</td><td>170</td></tr> <tr><td>107年</td><td>180</td><td>170</td></tr> <tr><td>108年</td><td>175</td><td>175</td></tr> </tbody> </table> <p>民國101年至108年出生人數與死亡人數統計圖</p> <p>① 出生人數越來越多 ② 出生人數與死亡人數差距越來越小 ③ 出生人數與死亡人數差距一直不變 ④ 出生人數一直都在 20 萬人以下</p>					年份	出生人數 (千人)	死亡人數 (千人)	101年	225	150	102年	200	155	103年	210	160	104年	215	165	105年	210	170	106年	195	170	107年	180	170	108年	175	175
年份	出生人數 (千人)	死亡人數 (千人)																														
101年	225	150																														
102年	200	155																														
103年	210	160																														
104年	215	165																														
105年	210	170																														
106年	195	170																														
107年	180	170																														
108年	175	175																														
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：81%																									
	全 體	0.10	0.81	0.04	0.06	0.00																										
	高分組	0.02	0.95	0.01	0.02	0.00	鑑別度：0.36																									
	低分組	0.21	0.59	0.09	0.11	0.00																										
一、試題分析 (一) 評量目標說明 本題給定「民國 101 年至 108 年的出生人數與死亡人數統計圖」，要求學生選出正確的敘述，評量學生報讀長條圖的能力。 (二) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.36，正確答案為選項②，通過率為 81%，顯示超過八成的學生已具備報讀複雜長條圖的能力。 2. 有 10%的學生選擇選項①(低分組有 21%)，這些學生可能誤解題意，因為每年都有人出生，所以出生的人數越來越多。 3. 有 4%的學生選擇選項③(低分組有 9%)，6%的學生選擇選項④(低分組有 11%)，這些學生可能尚未具備報讀複雜長條圖的能力。																																

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-d-01 能報讀生活中常見的表格。	4-d-01 能報讀生活中常用的長條圖。	6-d-01 能整理生活中的資料，並製成長條圖。

三、教學建議

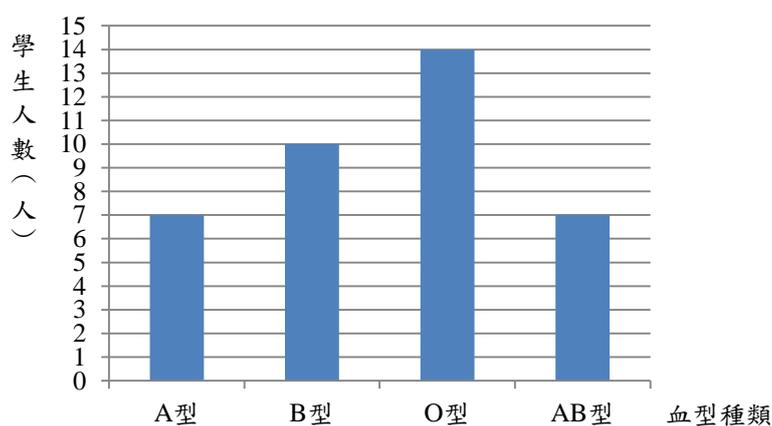
（一）錯誤類型的可能原因

- 1.本題通過率為 81%，顯示四年級學生已掌握報讀生活中常用長條圖的能力，答錯的學生中，部分學生可能是誤解題意。
- 2.10%的學生選擇選項①，這些學生可能誤解題意，認為每年都有人出生，所以出生的人數越來越多。

（二）核心概念與本題的教學重點

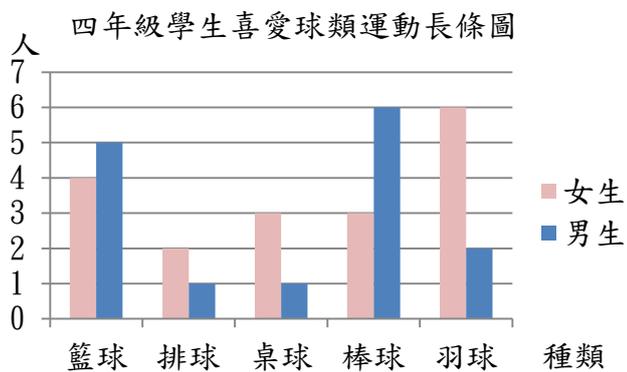
- 1.由於資料的屬性不同，適用的統計圖形也不相同，若資料項目屬於類別變數，也就是只知道某一個項目和其它的項目不同，這些項目間沒有顯著的關聯性、次序性，數學上經常使用長條圖來溝通。以統計某年級學生血型人數的長條圖為例，當改變類別變數(血型)的位置時，並不會影響長條圖的意義。長條圖很容易看到部份與部份間的差異量關係，但是不容易看到部份與全體間的倍數關係。以圖一為例，我們較容易看到不同血型人數的差異量，例如 A 型的學生比 O 型的學生少 7 人、A 型和 AB 型學生人數和與 O 型學生人數一樣多；較不容易看到不同血型學生人數和全體學生人數間的倍數關係，例如 A 型學生人數佔全體學生人數的幾分之幾。

四年級學生血型人數統計圖

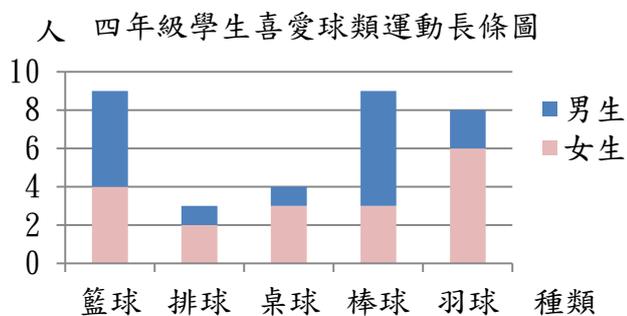


(圖一)

2.本分年細目要求學生必須有足夠報讀經驗後，才能要求學生報讀「複雜的長條圖」(如圖二和圖三)。



(圖二)



(圖三)

題號	試題代碼					答案	
6	110-M4-B2-06					1	
評量指標	4-n-14 能以複名數解決量（長度、容量、重量）的計算問題。						
知識向度	量與實測		認知向度		程序執行		
題目	媽媽到菜市場買豬肉，連籃子一起秤是 3 公斤 1 公克。 已知籃子淨重 502 公克，請問豬肉重多少公斤多少公克？ ① 2 公斤 499 公克 ② 2 公斤 508 公克 ③ 2 公斤 602 公克 ④ 3 公斤 503 公克						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：76%
	全 體	0.76	0.09	0.04	0.11	0.00	
	高分組	0.96	0.02	0.00	0.02	0.00	鑑別度：0.49
	低分組	0.47	0.17	0.10	0.25	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定幾公斤幾公克和幾公克，要求學生算出其差是多少公斤多少公克，評量學生「公斤」、「公克」複名數減法計算的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.49，正確答案為選項①，通過率為 76%，顯示近八成的學生已具備利用公斤、公克複名數加減計算解題的能力。
2. 有 9% 的學生選擇選項②(低分組有 17%)，這些學生拿 1 公斤換 1000 公克後，在計算公克單位時發生兩個錯誤，第一個錯誤： $1000 - 502 = 508$ ，第二個錯誤：忘記加上原來的 1 公克。
3. 有 4% 的學生選擇選項③(低分組有 10%)，這些學生可能不具備利用公斤、公克複名數加減計算解題的能力。
4. 有 11% 的學生選擇選項④(低分組有 25%)，這些學生可能誤解題意，利用加法算出答案。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3--n-16 能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並做相關的實測、估測與計算。	4-n-14 能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。	5-n-16 能認識重量單位「公噸」及「公噸」、「公斤」間的關係，並做相關計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生沒有熟記公斤和公克單位間「1 公斤 = 1000 公克」的關係。
2. 學生無法類比整數情境兩位加減兩位的直式計算，進行公斤、公克的複名數加減計算。
3. 三年級第 21 題「農夫採收了 1 公斤 75 公克重的小蕃茄，拿了一個 25 公克的空箱子來裝小蕃茄，請問箱子和小蕃茄合起來有多重？」也是重量複名數的加減問題，三年級的通過率只有 41% (高分組 51%、低分組 34%)，遠低於本題的 76%，三年級學生中有 48% 選擇答案是 2 公斤 (高分組 47%、低分組 41%)，可能的原因是 $25 + 75 = 100$ ，學生誤認為 1 公斤 = 100 公克。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 二位數加減二位數的加減問題，與相鄰二階單位的時間、長度、重量、容量等加減問題，它們的運算方式都相同，例如「 $38 + 25$ 」、「3 小時 40 分鐘 + 2 小時 50 分鐘」、「3 公尺 60 公分 + 5 公尺 80 公分」、「3 公斤 460 公克 + 5 公斤 860 公克」、「13 公升 780 毫公升 + 23 公升 380 毫公升」等加法運算都相同，只是二位數的加法是逢十進一(10 個①聚成 1 個⑩)。例子中時間的加法是逢六十進一(60 個 1 分鐘聚成 1 小時)，長度的加法是逢一百進一(100 個 1 公分聚成 1 公尺)，重量及容量的加法都是逢一千進一(1000 個 1 公克或毫公升聚成 1 公斤或 1 公升)。教師可以幫助學生發現它們之間運算相同的關係，將長度、容量、重量的複名數加減視為相同的解題方式。
2. 下面以「 $35 + 58$ 」和「3 公斤 500 公克 + 5 公斤 800 公克」為例，建議教師幫助學生理解這兩個運算相同，二位數的加法是逢十進一(10 個①聚成 1 個⑩)，重量的加法是逢一千進一(1000 個 1 公克聚成 1 公斤)。

	⑩	①		
	3	5		
+	5	8		
		13	⇒	5 個①加 8 個①是 13 個①
+	8		⇒	3 個⑩加 5 個⑩是 8 個⑩
	1	3	⇒	13 個①是 1 個⑩3 個①
+	8			
	9	3	⇒	合起來是 9 個⑩3 個①

	公斤	公克	
	3	500	
+	5	800	
		1300	⇒ 500 公克加 800 公克是 1300 公克
+	8		⇒ 3 公斤加 5 公斤是 8 公斤
		1 300	⇒ 1300 公克是 1 公斤 300 公克
+	8		
		9 300	⇒ 合起來是 9 公斤 300 公克

3. 公制單位

「公制單位」是十進位制的單位，全世界通用，而且方便記憶。國小課本中出現的單位是社會上較常使用的「公制單位」，稱之為「常用單位」。

在測量長度、重量、容量、...時，公制單位都先選擇一個基準單位，並使用一組形容詞來描述各單位與基準單位間的十進關係。以「長度」單位為例，公制單位選擇「米」當做長度的基本單位，然後在米前面加上「十、百、千、....、百萬、....、十億、....」等形容詞表示這些單位與米的「十倍、百倍、千倍、....百萬倍、....、十億倍、....」的關係，例如千米表示和 1000 個 1 米接來一樣長。在米前面加上「分、厘、毫、....、微、....奈、....」等形容詞表示這些單位與米的「十分之一倍、百分之一倍、千分之一倍、百萬分之一倍、....、十億分之一倍、....」的關係，例如：厘米表示百分之一米，毫米表示千分之一米，微米表示百萬分之一米，奈米表示十億分之一米。

相同的，公制單位選擇了「公升」當做「容量」的基準單位，分公升表示十分之一公升，毫公升表示千分之一公升，微公升表示百萬分之一公升，有時也將分公升、毫公升等簡稱為分升、毫升。因此，當我們知道不同單位的基準單位之後，只要記憶一組形容詞，就能夠掌握單位間的倍數關係，對解決單位間的化聚有很大的幫助。

下面提供長度及容量不同單位對應的表格，第三行的描述方式和第二行英文公制單位的描述方式一致。

長度單位：

公里	公引	公丈	公尺	公寸	公分	公釐
Km	hm	dam	m	dm	cm	mm
千米	百米	十米	米	分米	厘米	毫米

容量單位：

公秉	公石	公斗	公升	公合	公勺	公撮
Kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
千公升	百公升	十公升	公升	分公升	厘公升	毫公升

4. 常用單位

以長度的單位為例，我國每十倍就有一個單位的名稱，例如公里、公引、公丈、公尺、公寸、公分、公厘都是長度的單位；公制單位每十倍也有一個單位的名

稱，例如 km(千米)、hm(百米)、dam(十米)、m(米)、dm(分米)、cm(厘米)、mm(毫米) 等都是長度的單位，但是日常生活中，並不需要用到這麼多的單位。

以公制長度的基本單位「米」為例，西方人認為 1000 以內的數量都是可以掌握的，因此 13 個「1 米」稱為 13 米即可，並不需要引入新的單位「十米」，將 13 米稱為 1「十米」3「米」；278 個「1 米」稱為 278 米即可，並不需要引入新的單位「百米」和「十米」，將 278 米稱為 2「百米」7「十米」8「米」。當「1 米」的個數超過 1000 個時，才需要引入新的單位「千米」，並將 2465 個「1 米」稱為 2「千米」465「米」。

公制單位是西方人發明的，延伸西方人三位一撇的概念，在長度單位中，經常使用的單位是「千米」、「米」、「毫米」、「微米」、「奈米」，其中「千米」是「米」的 1000 倍，「米」是「毫米」的 1000 倍、「毫米」是「微米」的 1000 倍、「微米」是「奈米」的 1000 倍，也就是說，經常使用的單位間都滿足 1000 倍的關係。

轉換成我們熟悉的單位，日常生活中經常使用的長度單位是「公里」、「公尺」、「公分」、「公厘」，重量單位是「公噸」、「公斤」、「公克」，容量單位是「公秉」、「公升」、「公撮」，如果將公分拿走，相鄰兩個單位間都是 1000 倍的關係。

引入換單位概念時，應該先引入兩單位間的 10 倍關係，再引入兩單位間的 100 倍關係，最後才引入兩單位間的 1000 倍關係，因此國小數學教材，除了出現上面這些常用的單位外，還要引入 1 公尺=100 公分、1 公分=10 毫米。換句話說，只要能掌握三位一撇的概念，再記憶公分和公尺、公分和毫米的倍數關係，就可以掌握國小階段所有不同單位間的倍數關係。

題號	試題代碼					答案	
7	110-M4-A2-07					2	
評量指標	4-n-01 能透過位值概念，延伸整數的認識到大數（含「億」、「兆」之位名），並做位值單位的換算。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	將 12345678 的百萬位數字 2 加 2，萬位數字 4 減 2，其他位的數字不變，得到一個新的甲數，請問甲數和 12345678 相差多少？ ① 2020000 ② 1980000 ③ 1080000 ④ 1008000						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：69%
	全 體	0.12	0.69	0.11	0.08	0.00	
	高分組	0.05	0.91	0.02	0.01	0.00	鑑別度：0.50
	低分組	0.20	0.41	0.23	0.15	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定一個八位數及改變百萬位和萬位數字後得到的新八位數，要求學生算出這兩個八位數的差，評量學生大單位位值單位換算及大數加減直式計算的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.5，正確答案為選項②，通過率為 69%，顯示近七成的學生已具備大單位位值單位換算及大數加減直式計算的能力。
2. 有 12% 的學生選擇選項①(低分組有 20%)，這些學生誤解題意，把萬數字 4 減 2 解讀成 4 加 2， $14365678 - 12345678 = 2020000$ 。也可能誤解題意，把百萬位數字 2 加 2 解讀成 2 減 2， $12345678 - 10325678 = 2020000$ 。
3. 有 11% 的學生選擇選項③(低分組有 23%)，8% 的學生選擇選項④(低分組有 15%)，這些學生可能不具備位值單位換算的能力；也可能已具備位值單位換算的能力，但在減法計算時發生錯誤。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-n-01 能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。	4-n-01 能透過位值概念，延伸整數的認識到大數(含「億」、「兆」之位名)，並做位值單位的換算。	7-n-04 能認識負數，並能以「正、負」表徵生活中性質相反的量。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 百萬位數字 2 有兩種意義：

(1) 描述百萬單位的個數，也就是 2 個 1000000。

(2) 換成以一為單位的值是 2000000，也就是代表的值是 2000000。

學生可能混淆這兩種意義。

2. 學生可能有兩種解題的方法：

方法一：改記成八位數字後再計算

百萬位數字 2 加 2，萬位數字 4 減 2，

將數字 12345678 改記成 14325678。

$$14325678 - 12345678 = 1980000$$

方法二：利用位值直接計算

百萬位數字 2 加 2，數值多了 2000000

萬位數字 4 減 2，數值少了 20000

$$2000000 - 20000 = 1980000$$

3. 三年級試題第 9 題「將 5678 的千位數字 5 減 2，十位數字 7 加 2，百位數字和個位數字不變，得到一個新的甲數，請問甲數和 5678 相差多少？」的通過率是 65%(高分組 87%、低分組 38%)，本題的通過率是 69%(高分組 91%、低分組 41%)，顯示四年級學生對多單位的認識比三年級學生好一點。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 分年細目 4-n-01 為國小整數數概念的總結，學生應掌握大數的意義。

2. 大數的命名包含十進位記數法及萬進位記數法：

(1) 十進位記數法將「145240607143825」這個大數字讀做：一「百兆」四「十兆」五「兆」二「千億」四「百億」零「十億」六「億」零「千萬」七「百萬」一「十萬」四「萬」三「千」八「百」二「十」五。

百兆	十兆	兆	千億	百億	十億	億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	一
1	4	5	2	4	0	6	0	7	1	4	3	8	2	5

(2) 萬進位記數法先將「145240607143825」這個大數字由右自左、四位一撇改記成 145,2406,0714,3825 後，讀做：一百四十五「兆」、二千四百零六「億」、七百一十四「萬」、三千八百二十五(見下圖)。

兆	億	萬	一
145	2406	0714	3825

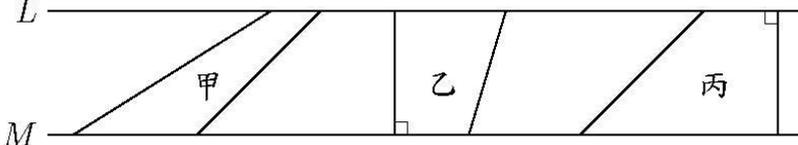
3. 英、美等西方國家及我國的金融界都習慣使用千進位記數法，千進位記數法以「個、十、百」這組數詞為基礎，利用 1 千以內的數量來描述有多少個「一(one)」、多少個「千(thousand)」、多少個「百萬(million)」、多少個「十億(billion)」....等，

所以遇到大數字時，經常每三位一撇做一個記號，例如先將 10234567891 這個大數字改記成 10,234,567,891 後，讀做 ten 「billion」, two hundred and thirty-four 「million」, five hundred and sixty-seven 「thousand」, eight hundred and ninety one。

4. 進行「萬」、「億」及「兆」單位教學時，必須進行 1 萬到 9999 萬、1 億到 9999 億、以及 1 兆到 9999 兆的命名。

以「萬」單位的教學為例，十進位記數法逢十進一，學生只要學會 1 萬到 9 萬，10 個「萬」就換成 1 個「十萬」，「萬」的個數最多只有 9 個；而萬進位記數法逢萬進一，學生必須學會 1 萬到 9999 萬，10000 個「萬」才會換成 1 億。

5. 「5 百萬」、「500 萬」和「5000000」都一樣大，而且讀法相同，但是三者所表示單位的意義不相同，「5 百萬」是以「百萬」為單位，指的是 5 個「百萬」；「500 萬」是以「萬」為單位，指的是 500 個「萬」；5000000 是以「一」為單位，指的是 5000000 個「一」。

題號	試題代碼				答案		
8	110-M4-C1-08				3		
評量指標	4-s-07 能認識平行四邊形和梯形。						
知識向度	幾何	認知向度		概念理解			
題目	<p>L 和 M 是互相平行的兩條直線，下列關於梯形的敘述何者正確？</p>  <p>① 只有甲和丙是梯形 ② 只有乙和丙是梯形 ③ 三個圖形都是梯形 ④ 三個圖形都不是梯形</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：45%
	全 體	0.06	0.40	0.45	0.09	0.00	
	高分組	0.01	0.35	0.59	0.04	0.00	鑑別度：0.28
	低分組	0.12	0.43	0.31	0.14	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定三個上底及下底分別在平行線上的四邊形，要求學生判斷哪些四邊形是梯形，評量學生辨認梯形的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.28，正確答案為選項③，通過率為 45%，顯示四成五的學生已具備辨認梯形的能力。
2. 有 6%的學生選擇選項①(低分組有 12%)，這些學生可能不具備辨認梯形的能力；也可能在學習梯形的過程中，沒有看過底邊和腰垂直的梯形。
3. 有 40%的學生選擇選項②(低分組有 43%)，這些學生可能不具備辨認梯形的能力；也可能在學習梯形的過程中，沒有看過像圖形甲這種形狀的梯形。
4. 有 9%的學生選擇選項④(低分組有 14%)，這些學生可能不具備辨認梯形的能力；也可能在學習梯形的過程中，沒有看過這三種形狀的梯形。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-s-07 能由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。 4-s-06 能理解平面上直角、垂直與平行的意義。	4-s-07 能認識平行四邊形和梯形。	5-s-05 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。

三、教學建議

（一）錯誤類型的可能原因

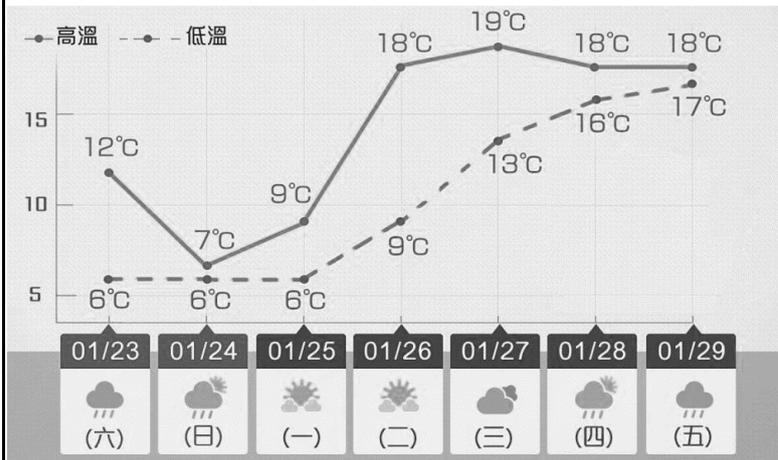
- 1.如果教師給定的梯形定義是「有一雙對邊平行的四邊形」，學生可能混淆梯形的定義，因為「有」有三種意義，①至多有，②至少有，③恰有。
建議透過「一雙對邊平行，另一雙對邊不平行的四邊形稱為梯形」定義梯形。
- 2.四年級已給梯形下定義，學生必須掌握所有滿足梯形定義的圖形，如果教師上課時沒有畫出像甲圖這樣形狀的梯形，學生會認為甲圖不是梯形。
- 3.有 40%(高分組 35%、低分組 43%)的學生認為圖形甲不是梯形。
有 6%(高分組 1%、低分組 12%)的學生認為圖形乙不是梯形。
有 9%(高分組 4%、低分組 14%)的學生認為三個圖形都不是梯形。
顯示教師可能很少畫出像甲圖這類的梯形。

（二）核心概念與本題的教學重點

- 1.數學上透過「平行」的關係，辨認下列的平面圖形。
平行四邊形：兩雙對邊都平行的四邊形。
梯形：一雙對邊平行，另一雙對邊不平行的四邊形。
等腰梯形：兩腰等長的梯形。
- 2.教師不宜稱「有一組對邊平行的四邊形為梯形」，應該稱「一雙對邊平行，另一雙對邊不平行的四邊形為梯形」。因為「有」可以包含三種意義，第一種是「至多有」，第二種是「至少有」，第三種是「恰有」，學生可能混淆其意義。
- 3.四年級給梯形下定義，指的是學生應能判斷所有形狀的梯形。建議教師定義梯形時，應提供不同樣式的梯形，相當多學生(高分組有 35%，低分組有 43%)不認為甲圖是梯形，可能的原因是教師上課時沒有畫出這樣形狀的梯形。

題號	試題代碼	答案
9	110-M4-E2-09	4
評量指標	4-d-02 能報讀生活中常用的折線圖。	
知識向度	統計與機率	認知向度 程序執行

下圖為 1 月 23 日至 1 月 29 日的氣溫預報圖，請問有關圖中溫度的敘述，下列何者正確？



1 月 23 日至 1 月 29 日的氣溫預報圖

- ① 1 月 23 日高溫跟低溫的差距最小
- ② 1 月 27 日高溫跟低溫的差距最大
- ③ 最低溫度出現在 1 月 26 日
- ④ 最高溫度出現在 1 月 27 日

選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：80%
	全 體	0.06	0.09	0.05	0.80	0.00	
	高分組	0.01	0.01	0.01	0.97	0.00	鑑別度：0.45
	低分組	0.14	0.21	0.12	0.52	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定「1 月 23 日至 1 月 29 日的氣溫預報圖」，要求學生選出正確的敘述，評量學生報讀折線圖的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.45，正確答案為選項④，通過率為 80%，顯示八成的學生已具備報讀複雜折線圖的能力。
2. 有 6% 的學生選擇選項①(低分組有 14%)，9% 的學生選擇選項②(低分組有 21%)，5% 的學生選擇選項③(低分組有 12%)，這些學生可能尚未具備報讀複雜折線圖的能力。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-d-01 能報讀生活中常見的表格。	4-d-02 能報讀生活中常用的折線圖。	6-d-02 能整理生活中的有序資料，並繪製成折線圖。

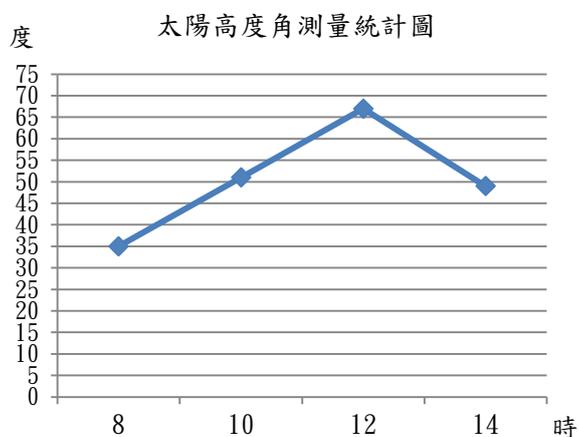
三、教學建議

（一）錯誤類型的可能原因

- 1.本題通過率為 80%，顯示四年級學生已掌握報讀生活中常用長條圖的能力，答錯的學生中，部分學生可能是誤解題意。
- 2.學生報讀圖表時，未能理解高溫與低溫差距的意義，而選擇錯誤選項①和②。

（二）核心概念與本題的教學重點

- 1.由於資料的屬性不同，適用的統計圖形也不相同，如果資料項目屬於有序變數，例如時間、成績、身高、體重等，也就是當變數有方向或次序的關係時，數學上經常使用折線圖來溝通。以不同時間太陽高度角測量的折線圖為例，當我們改變有序變數(時間)的位置時，就會失去折線圖原本要傳遞訊息的意義。一般而言，折線圖是探討資料隨著時間或次序關係增加的變化情形，或用以預測可能的變化趨勢，其橫軸大都是依據時間的先後順序或數字的大小順序排列的，以下圖為例，我們很容易看到由 8 時至 14 時太陽高度角的變化情形。



- 2.本能力指標要求學生必須有報讀折線圖的能力，有足夠的報讀經驗後，才能要求學生解讀。

報讀：看到資料直接讀出數據。

解讀：觀察資料以後，能使用自己的話說出對資料的想法。

題號	試題代碼					答案	
10	110-M4-A3-10					3	
評量指標	4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。						
知識向度	數與計算		認知向度		解題思考		
題目	<p>「媽媽烘了 78 塊餅乾，不小心烘壞了一些，把烘好的餅乾每 12 塊裝成一包，剛好裝成 6 包，媽媽烘壞了幾塊餅乾？」</p> <p>下列哪個算式可以算出正確答案？</p> <p>① $78-12\div 6$</p> <p>② $(78-12)\div 6$</p> <p>③ $78-12\times 6$</p> <p>④ $(78-12)\times 6$</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：45%
	全 體	0.15	0.31	0.45	0.08	0.00	
	高分組	0.08	0.14	0.76	0.02	0.00	鑑別度：0.58
	低分組	0.22	0.45	0.18	0.15	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題是先乘後減的兩步驟文字題，要求學生選出能算出正確答案的算式，評量學生兩步驟問題列式的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.58，正確答案為選項③，通過率為 45%，顯示四成五的學生已具備先乘後減兩步驟問題列式的能力。
2. 有 15%的學生選擇選項①(低分組有 22%)，這些學生可能不理解題意，依題目數字出現的先後順序列式，題目先出現「78 塊和 12 塊」的單位都是塊，因此先相減，後出現「剛好裝成 6 包」是分裝的語意，因此除以 6。這些學生也不知道「括號先算及先乘除後加減」運算次序的約定，直接列出算式 $78-12\div 6$ 。
3. 有 31%的學生選擇選項②(低分組有 45%)，這些學生可能不理解題意，依題目數字出現的先後順序列式，題目先出現「78 塊和 12 塊」的單位都是塊，因此先相減，後出現「剛好裝成 6 包」是分裝的語意，因此除以 6。這些學生知道「括號先算及先乘除後加減」運算次序的約定，列出算式 $(78-12)\div 6$ 。
4. 有 8%的學生選擇選項④(低分組有 15%)，這些學生可能不理解題意，將先乘後減的兩步驟問題解讀為先減後乘的兩步驟問題。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-10 能在具體情境中，解決兩步驟問題(加、減與乘，不含併式)。	4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。	5-n-02 能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生解兩步驟問題時，最常遇到的困難是不知道以算式「 $12 \times 6 = 72$ 」算出「6 包有 72 塊」後，所得到的「72 塊」還可以繼續運算，誤以為「72 塊」就是答案。建議教師可以透過分段布題的方式，幫助學生解題。
2. 學生可能可以用兩個算式記錄解題過程，但是在改記成併式時，沒有遵守「括號先算，先乘除後加減，由左往右算」運算次序的約定。
3. 學生誤解題意，題目先出現「78 塊和 12 塊」的單位都是塊，因此先相減，後出現「剛好裝成 6 包」是分裝的語意，因此除以 6。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 能在具體情境中，解決兩步驟問題的教學順序如下：
 - 二年級：在具體情境中，解決「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題。
 - 三年級：在具體情境中，解決「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題。
 - 四年級：在具體情境中，解決「乘、除」及「連除」兩步驟問題。
 - 六年級：分數兩步驟問題及小數兩步驟問題。
2. 下面以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，說明兩步驟問題的教學流程。
 - (1) 用兩個算式記錄解題活動

$$15 + 25 = 40, 40 \div 5 = 8, \text{ 答：可以買 8 枝。}$$
 - (2) 將兩個算式改記成併式的記法

將「 $15 + 25 = 40, 40 \div 5 = 8$ 」改記成「 $(15 + 25) \div 5 = 8$ 」
 - (3) 用併式記錄解題活動

$$(15 + 25) \div 5 = 8, \text{ 答：可以買 8 枝。}$$
 - (4) 用算式填充題來列式

$$(15 + 25) \div 5 = (\quad)$$
 - (5) 先列式，再用逐次減項記錄解題活動

$$(15 + 25) \div 5 = (\quad)$$

$$(15 + 25) \div 5$$

$$= 40 \div 5 = 8, \text{ 答：可以買 8 枝。}$$
3. 四年級兩步驟計算問題中，只會用到①括號先算、②先乘除後加減、③由左往右算，這三個約定其中的一個約定。

括號先算： $13-(2+5)=13-7=6$

$$7\times(5-2)=7\times3=21$$

先乘除後加減： $5+3\times4=5+12=17$

$$12-6\div2=12-3=9$$

$$5\times6+2=30+2=32$$

$$60\div2-9=30-9=21$$

由左往右算： $12+3-5=15-5=10$

$$12\div3\times2=4\times2=8$$

建議教師將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題。

第一類：有括號的兩步驟計算問題

括號的部份要先算，簡稱為括號先算。

第二類：沒有括號的兩步驟計算問題

(1)算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份。

簡稱為先乘除後加減

(2)算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。簡稱為由左往右算。

4.對四年級學生而言，「先乘除後加減」的四則混合計算問題最困難，建議教師透過比較下列左右兩個算式的運算次序，幫助學生發現兩個共同的特徵。

(1)這些算式中，「加、減」和「乘、除」這兩類運算符號都有。

(2)左邊的算式有括號，括號的部份要先算，右邊的算式中沒有括號，有乘或除運算的部份要先算。

再說明算式中「加、減」這一類和「乘、除」這一類的運算都有的時候，要先算「乘、除」的部份，稱這種運算次序的約定為「先乘除後加減」。

$(2\times3)+7=6+7$ $=13$	$2\times3+7=6+7$ $=13$
$(30\div3)-7=10-7$ $=3$	$30\div3-7=10-7$ $=3$
$20-(3\times4)=20-12$ $=8$	$20-3\times4=20-12$ $=8$
$8+(12\div3)=8+4$ $=12$	$8+12\div3=8+4$ $=12$

題號	試題代碼					答案	
11	110-M4-A1-11					1	
評量指標	4-n-06 能在具體情境中，對大數在指定位數取概數（含四捨五入法），並做加、減之估算。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	運動會選手有 5246 人，一人分一頂帽子。 帽子 100 頂裝一包，至少要準備幾包？也就是多少頂帽子？ ① 至少準備 53 包，也就是 5300 頂帽子 ② 至少準備 52 包，也就是 5200 頂帽子 ③ 至少準備 6 包，也就是 6000 頂帽子 ④ 至少準備 5 包，也就是 5000 頂帽子						
選答率	選項	1*	2	3	4	其他	通過率：74%
	全體	0.74	0.19	0.05	0.02	0.00	
	高分組	0.94	0.05	0.01	0.00	0.00	鑑別度：0.48
	低分組	0.46	0.35	0.12	0.07	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定四位數和取概數的單位，要求學生選出正確的概數，評量學生利用無條件進位法取概數的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.48，正確答案為選項①，通過率為 74%，顯示超過七成的學生已具備對大數在指定位數利用無條件進位法取概數的能力。
2. 有 19% 的學生選擇選項②(低分組有 35%)，這些學生可能未具備對大數在指定位數利用無條件進位法取概數的能力；也可能誤解題意或受到關鍵字「至少」的影響，將無條件進位取概數的問題解讀為無條件捨去取概數的問題。
3. 有 5% 的學生選擇選項③(低分組有 12%)，2% 的學生選擇選項④(低分組有 7%)，這些學生可能未具備對大數在指定位數利用無條件進位法取概數的能力。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-n-10 能做簡單的三位數加減估算。	4-n-06 能在具體情境中，對大數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減之估算。	6-n-07 能在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減、乘、除之估算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 利用無條件進位法或無條件捨去法取概數的教學重點是除法運算，不是針對給定的大數取概數。
本題透過除法算式「 $5246 \div 100 = 52 \dots 46$ 」，只要判斷剩下 46 人是否也要戴帽子，如果要戴帽子，就多買一包，如果不要戴帽子，買 52 包就夠了。
2. 「360002 個蘋果」以萬為單位，用四捨五入法取概數，合理的答案是「36 萬」個蘋果(以「萬」為單位)，不是「360000」個蘋果(以「1」為單位)。
3. 學生可能混淆「無條件進位法」和「無條件捨去法」解題的意義。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 估算與取概數都無法精確地描述個數，因而容忍少量的差異，只做大概的描述，但是它們最後描述的單位並不相同。
估算是計算的問題，例如「 $402 + 299$ 」中的 402 很接近 400，299 很接近 300， $400 + 300 = 700$ ，所以「 $402 + 299$ 」估算的答案是 700，估算的答案必須以「1」為單位來描述。
概算是先進行單位量轉換後再計算的問題，例如「 $402 + 299$ 」中的 402 很接近 4 個百，299 很接近 3 個百，4 個百加 3 個百是 7 個百，所以「 $402 + 299$ 」概算的答案是 7 個百，概算的答案不是以「1」為單位來描述。
二年級及三年級的教學重點是估算，四年級才引入取概數及加減概算的問題。
2. 教師應幫助學生在日常生活中自然產生的無條件進位法和無條件捨去法情境中取概數。
無條件進位法取概數的例子：
(1) 計程車 1 輛限搭 4 人，14 人搭計程車，最少要搭幾輛計程車？
(2) 全縣運動會選手有 5246 人，要為這些選手準備帽子(一人一頂)。如果帽子 10 頂(或 12 頂)裝成一包，最少要準備多少包帽子才夠？也就是多少頂帽子？
無條件捨去法取概數的例子：
(1) 300c.c. 的果汁裝 1 瓶，5000c.c. 的果汁最多能裝滿幾瓶？
(2) 玩具工廠今天生產 1249 件相同的玩具，要將這些玩具裝箱放進倉庫。
如果每 100 件(或 80 件)裝成一箱，最多能裝成多少箱？也就是多少件玩具？
3. 日常生活中常見利用無條件進位法或無條件捨去法取概數的問題，但是它們取概數時不一定都是以十、百、千或萬為單位。
不論是否以十、百、千或萬為單位，都可以透過除法算式來解決問題，建議教師透過除法算式，幫助學生理解利用無條件進位法或無條件捨去法取概數的意義。
(1) 不是以十為單位取概數的問題「14 人搭計程車，每輛計程車只能坐 4 人，至少要幾輛計程車才夠？」：教師可以透過除法算式「 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」，幫助學生理解只有 3 輛計程車時，還有 2 人沒車坐，必須要 4 輛計程車才夠。

(2)以百為單位取概數的問題「全市運動會路跑參賽選手有 5246 人，一人戴一頂帽子，要為這些選手準備帽子，如果帽子 100 頂裝成一包，至少要準備多少包帽子才夠？也就是多少頂帽子？」：教師也可以透過除法算式「 $5246 \div 100 = 52 \dots 46$ 」，幫助學生理解只準備 52 包時，還有 46 人沒分到帽子，必須要準備 53 包才夠，也就是 5300 頂帽子。

題號	試題代碼				答案		
12	110-M4-A1-12				4		
評量指標	4-n-10 能將簡單分數標記在數線上。						
知識向度	數與計算	認知向度		概念理解			
題目	<p>數線上 A、B 兩點位置標示的數字是 $2\frac{1}{5}$、$3\frac{4}{5}$。</p> <p>數線上 C、D 兩點位置標示的數字是 $12\frac{1}{5}$、$13\frac{4}{5}$。</p> <p>數線上 E、F 兩點位置標示的數字是 $102\frac{1}{5}$、$103\frac{4}{5}$。</p> <p>請問哪兩點的距離最長？</p> <p>① A 點和 B 點 ② C 點和 D 點 ③ E 點和 F 點 ④ 它們的距離一樣長</p>						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：69%
	全 體	0.06	0.06	0.19	0.69	0.00	
	高分組	0.02	0.01	0.06	0.92	0.00	鑑別度：0.53
	低分組	0.12	0.14	0.35	0.39	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定 3 組在數線上標示兩點分數坐標的情境，要求學生比較哪組兩點的距離最長，評量學生在分數數線上做加、減操作的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.53，正確答案為選項④，通過率為 69%，顯示近七成的學生已具備計算數線上給定坐標兩點距離的能力。
2. 有 6% 的學生選擇選項①(低分組有 12%)，這些學生可能尚未具備在數線上標記分數的能力，或不會在數線上求出兩分數間的距離。
3. 有 6% 的學生選擇選項②(低分組有 14%)，這些學生可能尚未具備計算分數數線上給定坐標兩點距離的能力。
4. 有 19% 的學生選擇選項③(低分組有 35%)，這些學生可能尚未具備計算分數數線上給定坐標兩點距離的能力，誤以為標示的數字愈大時兩點間的距離就愈大。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-n-09 能由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。	4-n-10 能將簡單分數標記在數線上。	5-n-13 能將分數、小數標記在數線上。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生無法進行數線上刻度和距離(長度)間的轉換，例如看到刻度 5，無法想到刻度 0 和刻度 5 的距離是 5 個單位。
2. 學生可能在刻度是整數的情境中，掌握數線上刻度和距離(長度)間轉換的關係，但無法將該關係類比至分數或帶分數的情境。
3. 學生不具備計算數線上兩點距離的能力。
4. 三年級第 14 題「數線上 A 、 B 兩點位置標示的數字是 12、18。數線上 C 、 D 兩點位置標示的數字是 312、318。數線上 E 、 F 兩點位置標示的數字是 7512、7518。請問哪兩點的距離最長？」；五年級第 4 題「數線上 A 、 B 兩點位置所標示的數字分別是 5.3、8.3。數線上 C 、 D 兩點位置所標示的數字分別是 85.3、88.3。數線上 E 、 F 兩點位置所標示的數字分別是 725.3、728.3。請問哪兩點的距離最長？」都是求兩點距離的題目，三年級給的數字是整數，四年級給的數字是同分母的分數，五年級給的數字是小數。

	三年級	四年級	五年級
通過率(%)	66	69	67
高分組(%)	93	92	94
低分組(%)	33	39	36

選擇數字大 \Rightarrow 距離長

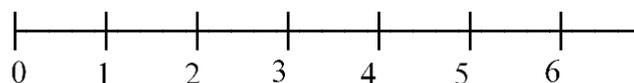
	三年級	四年級	五年級
通過率(%)	23	19	18
高分組(%)	06	06	04
低分組(%)	40	35	32

由上面的數據可以發現，三年級無法解決兩點距離的學生，到五年級還是無法解決。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 教師可以透過下列方法繪製分數數線，幫助學生認識分數數線：

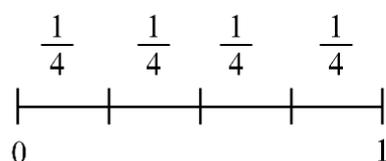
步驟一：先復習整數數線的意義，幫助學生標示出整數數線 0、1、2、...。



步驟二：先建立 0 和 1 間的分數數線。

0 和 1 兩點間的距離是 1，將 1 平分成 4 份，其中的 1 份長 $\frac{1}{4}$ ，在數線

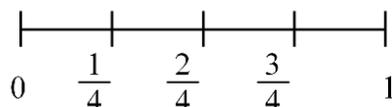
標示每一份的長是 $\frac{1}{4}$ 。



步驟三：透過和 0 的距離是多少的想法，標示出數線上的分數。

數線上的 $\frac{1}{4}$ 指的是 $\frac{1}{4}$ 和 0 的距離是 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{2}{4}$ 指的是 $\frac{2}{4}$ 和 0 的距離是 2 個

$\frac{1}{4}$ ，也就是 $\frac{2}{4}$ ， $\frac{3}{4}$ 指的是 $\frac{3}{4}$ 和 0 的距離是 3 個 $\frac{1}{4}$ ，也就是 $\frac{3}{4}$ 。



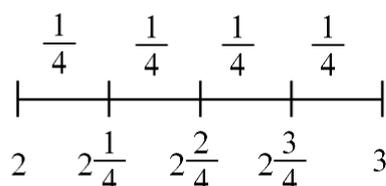
步驟四：仿前面建立 0 和 1 間分數數線的步驟，建立其它的分數數線。

下面以建立 2 和 3 之間的分數數線為例說明：

先標示整數數線 0、1、2、3、...。

數線上的 $2\frac{1}{4}$ 指的是 $2\frac{1}{4}$ 和 2 的距離是 $\frac{1}{4}$ ， $2\frac{2}{4}$ 指的是 $2\frac{2}{4}$ 和 2 的距離

是 $\frac{2}{4}$ ， $2\frac{3}{4}$ 指的是 $2\frac{3}{4}$ 和 2 的距離是 $\frac{3}{4}$ 。



步驟五：幫助學生建立其它的分數數線。

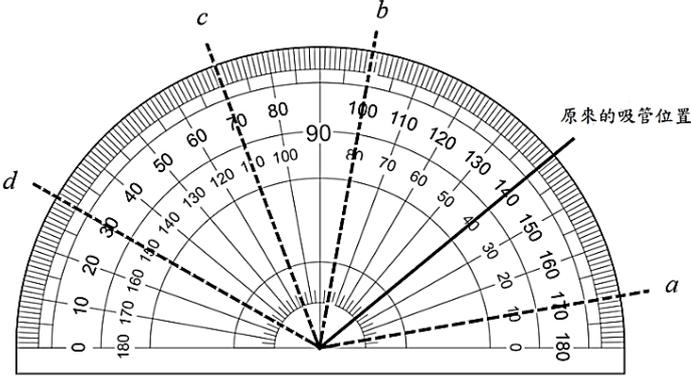
2. 可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的刻度 5 有下列兩種意義：

(1) 在數線上的位置(或坐標)是 5。

(2) 和原點 0 的距離是 5。

再以「數線上 A 、 B 兩點位置標示的數字是 12、18」為例，教師可以先說明 12 指的是 0 和 12 的距離是 12，18 指的是 0 和 18 的距離是 18，可以利用 $18 - 12 = 6$ 算出數線上 12 和 18 兩點的距離是 6。

相同的方式，可以算出 $2\frac{1}{5}$ 、 $3\frac{4}{5}$ 兩點的距離，以及 $12\frac{1}{5}$ 、 $13\frac{4}{5}$ 和 $102\frac{1}{5}$ 、 $103\frac{4}{5}$ 兩點的距離都相等。

題號	試題代碼		答案				
13	110-M4-C3-13		2				
評量指標	4-s-05 能理解旋轉角（包括平角和周角）的意義。						
知識向度	幾何	認知向度	解題思考				
題目	<p>如下圖，有一支吸管原本在 140 度的位置，如果先將它逆時針旋轉 70 度，再順時針旋轉 30 度，最後會停在圖中 a、b、c、d 的哪個位置？</p>  <p>① a ② b ③ c ④ d</p>						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：69%
	全 體	0.07	0.69	0.16	0.08	0.00	
	高分組	0.02	0.88	0.09	0.02	0.00	鑑別度：0.45
	低分組	0.15	0.43	0.24	0.17	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標說明							
<p>本題給定量角器上吸管指向的角度和分別依順、逆時針旋轉後指向的角度，要求學生找出吸管最後指向的角度，評量學生運用旋轉角解題的能力。</p>							
(二) 選項及學生表現說明							
<p>1. 本題鑑別度為 0.45，正確答案為選項②，通過率為 69%，顯示近七成的學生已具備運用旋轉角解題的能力。</p>							
<p>2. 有 7% 的學生選擇選項①(低分組有 15%)，這些學生可能未具備運用旋轉角解題的能力；也可能誤解題意，只算出順時針旋轉 30 度指向的角度。</p>							
<p>3. 有 16% 的學生選擇選項③(低分組有 24%)，這些學生可能未具備運用旋轉角解題的能力；也可能誤解題意，只算出逆時針旋轉 70 度指向的角度。</p>							
<p>4. 有 8% 的學生選擇選項④(低分組有 17%)，這些學生可能未具備運用旋轉角解題的能力。</p>							

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-s-04 能認識角，並比較角的大小。	4-s-05 能理解旋轉角(包括平角和周角)的意義。	5-s-03 能認識圓心角，並認識扇形。

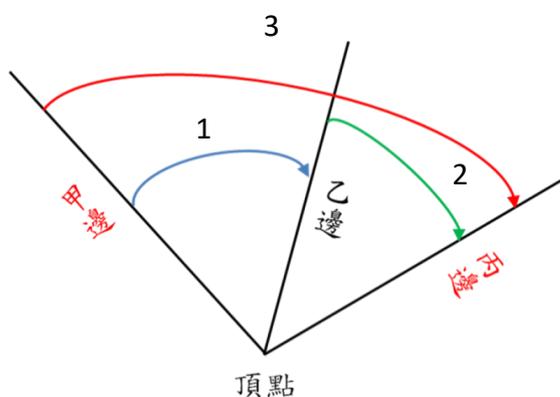
三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 因為旋轉角只有一邊在轉動，學生可能不理解旋轉角的意義，誤認為有兩邊的張開角才是角。
2. 學生可能混淆順時針方向旋轉和逆時針方向旋轉的意義。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 教師可以利用合成兩次旋轉及一次旋轉的比較活動，幫助學生理解可以用加法算式記錄角度合成結果，以及減法算式記錄角度分解結果的意義。
例如先進行兩次旋轉的活動，第一次由甲邊順時針方向旋轉至乙邊，用 $\angle 1$ 記錄旋轉的結果；第二次由乙邊順時針方向旋轉至丙邊，用 $\angle 2$ 記錄旋轉的結果，用 $\angle 1 + \angle 2$ 記錄這兩次旋轉活動合成的結果。
再進行一次旋轉的活動，由甲邊直接順時針旋轉至丙邊，用 $\angle 3$ 記錄旋轉的結果。
透過比較「 $\angle 1 + \angle 2$ 」和「 $\angle 3$ 」，幫助學生發現，它們的始邊、終邊、旋轉方向和旋轉大小都相同，是相等的旋轉角，可以記成 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3$ 。



2. 三年級討論的是「張開角」，教學重點是比較兩角張開程度的大小。
四年級討論的是「旋轉角」，旋轉角教學的重點是結合三年級張開角的概念及旋轉現象，不是將旋轉角當做新的名詞來定義。
「張開角」角度的範圍不能超過 180 度，「旋轉角」角度的範圍可以在 360 度以內。
3. 旋轉角是向量，應要求學生說明旋轉的方向及旋轉的度數，例如「順時針旋轉 30 度」或「逆時針旋轉 150 度」，但是不引入旋轉角的記法(例如 -30 度或 $+150$ 度)。

4. 可以將旋轉角應用在日常生活中，例如「向右轉」可以看成「順時針旋轉 90 度」，「向左轉」可以看成「逆時針旋轉 90 度」，「向後轉」可以看成「旋轉 180 度」，「轉一圈」可以看成「旋轉 360 度」。

題號	試題代碼					答案	
14	110-M4-A1-14					3	
評量指標	4-n-07 能理解分數之「整數相除」的意涵。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	<p>藥局將藥膏平分成 16 罐，每罐有 8 公克，剩下 3 公克。 如果將這些藥膏重新分裝，全部平分裝成 16 瓶，一瓶有多少公克？</p> <p>① $8\frac{1}{8}$ 公克</p> <p>② $8\frac{3}{8}$ 公克</p> <p>③ $8\frac{3}{16}$ 公克</p> <p>④ $8\frac{8}{16}$ 公克</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：61%
	全 體	0.10	0.16	0.61	0.12	0.01	
	高分組	0.06	0.14	0.72	0.08	0.00	鑑別度：0.23
	低分組	0.14	0.19	0.49	0.18	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定等分除情境的除數、商及餘數，要求學生改用分數表示兩數相除的結果，評量學生將「 $a \div b = q \dots r$ 」格式改記成「 $a \div b = \frac{a}{b}$ 」的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.23，正確答案為選項③，通過率為 61%，顯示超過六成的學生已具備將「 $a \div b = q \dots r$ 」格式改記成「 $a \div b = \frac{a}{b}$ 」的能力。
2. 有 10% 的學生選擇選項①(低分組有 14%)，這些學生可能不具備將「 $a \div b = q \dots r$ 」格式改記成「 $a \div b = \frac{a}{b}$ 」的能力。
3. 有 16% 的學生選擇選項②(低分組有 19%)，這些學生可能知道要將剩下的 3 公克改記成分數，但是混淆等分除和包含除的意義，並沒有將剩下的 3 公克再平分 16 罐，得到 1 罐再分到 $\frac{3}{16}$ 公克的結果，這些學生選擇將 1 罐 8 公克為全

體，將 3 公克改記成 $\frac{3}{8}$ 罐，他們也混淆罐和公克單位的意義，將 $\frac{3}{8}$ 罐解讀為 $\frac{3}{8}$

公克，得到一瓶重 $3\frac{3}{8}$ 公克的答案。

4. 有 12% 的學生選擇選項④(低分組有 18%)，這些學生可能不具備將「 $a\div b=q\dots r$ 」

格式改記成「 $a\div b=\frac{a}{b}$ 」的能力，沒有進行將餘數 3 公克改記的活動。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	<p>3-n-05 能理解除法的意義，運用\div、$=$做橫式紀錄(包括有餘數的情況)，並解決生活中的問題。</p> <p>3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。</p>	<p>4-n-07 能理解分數之「整數相除」的意涵。</p>	<p>5-n-09 能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生無法區分「 $a\div b=q\dots r$ 」及「 $a\div b=\frac{a}{b}$ 」兩種記法使用的時機。

2. 學生不具備將「 $a\div b=q\dots r$ 」格式改記成「 $a\div b=\frac{a}{b}$ 」的能力，不知道可以利用

$r\div b=\frac{r}{b}$ ，將「 $a\div b=q\dots r$ 」改記成「 $a\div b=q+\frac{r}{b}$ 」。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本題有兩種解題的方法：

方法一：先算出藥膏的重量，再平分成 16 罐(學生必須掌握整數情境的乘除互逆)

$$8 \times 16 + 3 = 131 (\text{公克})$$

$$131 \div 16 = \frac{131}{16} = 8\frac{3}{16} (\text{公克})$$

方法二：將剩下的 3 公克再平分成 16 罐

$$3 \div 16 = \frac{3}{16} (\text{公克})$$

$$8 + \frac{3}{16} = 8\frac{3}{16} (\text{公克})$$

教師可以幫助使用方法一解題的學生改用方法二來解題。

2. 「 $1 = \frac{n}{n}$ 」是帶分數及假分數互換的先備知識。

學生可以利用加法或乘法算式「 $1 = \frac{7}{7}$ ， $\frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{4}{7} = \frac{25}{7}$ 」或

「 $\frac{7}{7} \times 3 = \frac{21}{7}$ ， $\frac{21}{7} + \frac{4}{7} = \frac{25}{7}$ 」，將帶分數「 $3\frac{4}{7}$ 」換成假分數「 $\frac{25}{7}$ 」。

利用減法或乘法算式「 $\frac{7}{7} = 1$ ， $\frac{25}{7} - \frac{7}{7} - \frac{7}{7} - \frac{7}{7} = \frac{4}{7}$ 」或

「 $\frac{7}{7} \times 3 = \frac{21}{7}$ ， $\frac{25}{7} - \frac{21}{7} = \frac{4}{7}$ 」，將假分數「 $\frac{25}{7}$ 」換成帶分數「 $3\frac{4}{7}$ 」。

教師不宜限制學生，只能利用「 $25 \div 7 = 3 \dots 4$ 」的算法，得到「 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 」。

3. 以將假分數「 $\frac{25}{7}$ 」換成帶分數「 $3\frac{4}{7}$ 」為例，說明如何幫助學生利用

「 $25 \div 7 = 3 \dots 4$ 」的算法，得到「 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 」。

拿出 1 條黑色積木(長 7 公分)，將黑色積木平分成 7 份，其中的 1 份和 1 個白色積木一樣長，可以用 1 個白色積木代表 $\frac{1}{7}$ 條黑色積木。

$\frac{25}{7}$ 是 25 個 $\frac{1}{7}$ ，拿出 25 個白色積木代表 25 個 $\frac{1}{7}$ ，每 7 個白色積木換 1 條黑色積木，先幫助學生用減法算式「 $25 - 7 = 18$ ， $18 - 7 = 11$ ， $11 - 7 = 4$ 」，得到可以換 3 條黑色積木，還剩下 4 個白色積木，也就是「 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 」的答案，再幫助學生

用除法算式「 $25 \div 7 = 3 \dots 4$ 」，以較有效率的算法得到「 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 」的答案。

題號	試題代碼				答案		
15	110-M4-A2-15				1		
評量指標	4-n-02 能熟練整數加、減的直式計算。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	算算看，52 億 25 萬－26 億 55 萬 = ？ ① 2599700000 ② 259700000 ③ 99700000 ④ 25700000						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：42%
	全 體	0.42	0.21	0.06	0.31	0.00	
	高分組	0.64	0.16	0.01	0.18	0.00	鑑別度：0.43
	低分組	0.22	0.25	0.12	0.41	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題是「幾億幾萬－幾億幾萬」的計算題，要求學生算出差是多少，評量學生位值單位換算及大數減法直式計算的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.43，正確答案為選項①，通過率為 42%，顯示超過四成的學生已具備位值單位換算及大數減法直式計算的能力。
2. 有 21% 的學生選擇選項②(低分組有 25%)，這些學生可能未具備位值單位換算及大數減法直式計算的能力。計算「52 億 25 萬－26 億 55 萬」時，拿 1 個億換 1000 個萬， $1025 - 55 = 970$ ，得到 25 億 970 萬的答案，又誤將 25 億 970 萬記成 259700000。
3. 有 6% 的學生選擇選項③(低分組有 12%)，這些學生可能未具備位值單位換算及大數減法直式計算的能力。
4. 有 31% 的學生選擇選項④(低分組有 41%)，這些學生可能未具備位值單位換算及大數減法直式計算的能力。計算「52 億 25 萬－26 億 55 萬」時，拿 1 個億換 100 個萬， $125 - 55 = 70$ ，得到 25 億 70 萬的答案，又誤將 25 億 70 萬記成 25700000。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-n-02 能熟練加減直式計算 (四位數以內，和 < 10000，含多重退位)。	4-n-02 能熟練整數加、減的 直式計算。	7-n-06 能理解負數的特性並 熟練數(含小數、分數) 的四則混合運算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生無法進行大數「十進位結構」和「萬進位結構」間的轉換。
2. 學生不知道 1 億是 10000 個萬，誤將 1 億看成 1000 萬或 100 萬。
3. 有 31%(高分組 18%，低分組 41%)的學生拿 1 個億換 100 個萬。
有 21%(高分組 16%，低分組 25%)的學生拿 1 個億換 1000 個萬。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本題有兩種解題的方法：

方法一：先算出複名數「52 億 25 萬－26 億 55 萬」的答案，再改記成數字。

$$52 \text{ 億 } 25 \text{ 萬} - 26 \text{ 億 } 55 \text{ 萬} = 25 \text{ 億 } 9970 \text{ 萬}$$

25 億 9970 萬可以記成 2599700000。

方法二：先將「52 億 25 萬」及「26 億 55 萬」改記成數字，再算出答案。

$$52 \text{ 億 } 25 \text{ 萬} \text{ 可以記成 } 5200250000$$

$$26 \text{ 億 } 55 \text{ 萬} \text{ 可以記成 } 2600550000$$

$$5200250000 - 2600550000 = 2599700000$$

2. 進行「萬」及「億」單位教學時，必須進行 1 萬到 9999 萬與 1 億的命名。

以「萬」為單位的教學為例，十進位記數法逢十進一，只要學會 1 萬到 9 萬，10 個「萬」就換成 1 個「十萬」，「萬」的個數最多只有 9 個；而萬進位記數法逢萬進一，學生必須學會 1 萬到 9999 萬，10000 個「萬」才會換成 1「億」。

3. 日常生活中大數的讀法都是萬進位的讀法，以 23456789 的讀法為例，我們讀成二千三百四十五「萬」六千七百八十九，不會讀做二「千萬」三「百萬」四「十萬」五「萬」六千七百八十九。

教師應透過萬進位記數法的定位板或改記成四位一撇的方法，幫助學生熟悉大數的讀法。

4. 大數的命名包含十進位記數法及萬進位記數法：

十進位記數法將「634567891」這個大數字讀做：六「億」三「千萬」四「百萬」五「十萬」六「萬」七「千」八「百」九「十」一。

億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	個
6	3	4	5	6	7	8	9	1

萬進位記數法先將「634567891」這個大數字由右至左、四位一撇改記成 6,3456,7891 後，讀做：六「億」、三千四百五十六「萬」、七千八百九十一。

億	萬	一
6	3456	7891

教師應協助學生進行十進位記數法與萬進位記數法的互換。

題號	試題代碼					答案	
16	110-M4-A3-16					1	
評量指標	4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算。						
知識向度	數與計算		認知向度		解題思考		
題目	<p>將一堆蘋果平分給 36 人，每人分到 26 顆，還剩下 23 顆蘋果。 如果將這一堆蘋果全部平分給 18 人，每個人最多可以分到幾顆蘋果？ 剩下多少顆蘋果？</p> <p>①每人分到 53 顆蘋果，剩下 5 顆蘋果 ②每人分到 52 顆蘋果，剩下 23 顆蘋果 ③每人分到 13 顆蘋果，剩下 12 顆蘋果 ④每人分到 13 顆蘋果，剩下 11 顆蘋果</p>						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：53%
	全 體	0.53	0.21	0.15	0.10	0.01	
	高分組	0.80	0.12	0.04	0.03	0.00	鑑別度：0.54
	低分組	0.26	0.29	0.26	0.18	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定將一堆蘋果平分給 36 個人的結果，要求學生選出將這堆蘋果重新平分給 18 個人的結果，評量學生較大位數的乘除直式計算能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項①，通過率為 53%，顯示超過五成的學生已具備較大位數的乘除直式計算能力。
2. 有 21% 的學生選擇選項②(低分組有 29%)，這些學生可能具備較大位數的除法直式計算能力，知道平分的人數變成一半時，每人分到的蘋果顆數會變成 2 倍，但是這些學生沒有注意餘數必須小於除數的約定。
3. 有 15% 的學生選擇選項③(低分組有 26%)，10% 的學生選擇選項④(低分組有 18%)，這些學生可能不具備較大位數的除法直式計算能力，誤以為平分的人數變為一半時，每個人分到的顆數及剩下的顆數也變為一半。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-n-06 能熟練三位數除以一位數的直式計算。	4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算。	5-n-01 能熟練整數乘、除的直式計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能沒有察覺「餘數可以為 0，但是一定要小於除數」的約定。
2. 學生可能沒有察覺「被除數固定時，除數變大、商會變小，除數變小、商會變大」的現象，並延伸至「被除數固定時，除數變成 2 倍、商會變成一半」的現象。
3. 學生無法掌握有餘數問題情境乘除互逆的關係。
4. 有 21%(高分組 12%、低分組 29%)的學生知道除數(平分的人數)變為一半時，商(每人分到的顆數)會變成 2 倍，餘數(剩下的顆數)不變。但是沒有注意餘數必須小於除數的約定。
21%選擇選項③或④，這些學生認為除數(平分的人數)變為一半時，商(每人分到的顆數)也變為一半。它們可能認為餘數(剩下的顆數)也變為一半，但是 23 不能整除 2，因此選擇餘數是 12 或 11。
5. 三年級第 15 題「將一堆蘋果平分給 8 個人，每個人分到 26 顆，還剩下 6 顆。如果將這一堆蘋果全部平分給 4 個人，每個人最多可以分到幾顆蘋果？還剩下多少顆蘋果？」的通過率是 46%(高分組 76%、低分組 23%)，本題的通過率是 53%(高分組 80%、低分組 26%)，顯示四年級的學生解這類問題的能力略勝三年級的學生。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本題有兩種解題的方法

方法一：先算出這堆蘋果的顆數，再算出平分給 18 個人的結果

$36 \times 26 = 936$ ， $936 + 23 = 959$ ，透過乘除互逆，算出這堆蘋果有 959 顆
 $959 \div 18 = 53 \dots 5$ ，得到每人分到 53 顆蘋果，還剩下 5 顆蘋果的答案。

方法二：利用平分的人數變成一半時，每人分到的蘋果顆數會變成 2 倍的性質解題， $\square \div 36 = 26 \dots 23$ ，所以 $\square \div 18 = 52 \dots 23$ ，因為餘數必須小於除數，所以剩下的 23 顆蘋果還要再分給 18 個人，得到每人分到 53 顆蘋果，還剩下 5 顆蘋果的答案。

教師應幫助利用方法解題的學生改用方法二來解題。

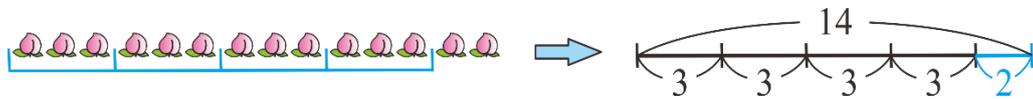
2. 教師應幫助學生理解除法算式的意義，理解除法算式的意義包含下列部份：

- (1) 知道「被除數」、「除數」、「商」、「餘數」的名稱及意義。
- (2) 理解商及餘數的意義，知道餘數可以為 0，而且一定要小於除數。
- (3) 理解商及餘數的意義，知道被除數減餘數後就能整除。

3. 餘數不是 0 情境的乘除互逆比較困難，教師可以布置「桌上有 14 顆桃子，一堆桃子有 3 顆，共有 4 堆，剩下 2 顆桃子」的情境，幫助學生理解該情境，同時可以解讀成「1 堆桃子有 3 顆，4 堆桃子有 12 顆，加上剩下的 2 顆桃子，共有 14 顆桃子，可以記成 $3 \times 4 + 2 = 14$ 」，「14 顆桃子，平分成 4 堆，一堆有 3 顆桃子，還剩下 2 顆桃子，可以記成 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」，「14 顆桃子，每 3 顆分一堆，能分成 4 堆，還剩下 2 顆桃子，可以記成 $14 \div 3 = 4 \dots 2$ 」，幫助學生認識餘數不是

0 情境的乘除互逆。

教師也可以將上述桃子的情境，改用下面的線段圖來表徵。在線段圖中也可以同時看到「 $3 \times 4 + 2 = 14$ 」、「 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」及「 $14 \div 3 = 4 \dots 2$ 」。



4. 下面以「26 顆桃子，平分成幾堆後，每堆有 3 顆，還剩下 2 顆？」為例，說明如何幫助學生利用乘除互逆的關係來解題。

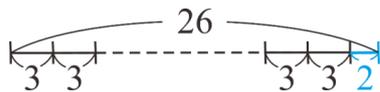
此處提供兩種幫助學生利用乘除互逆關係解題的方法：

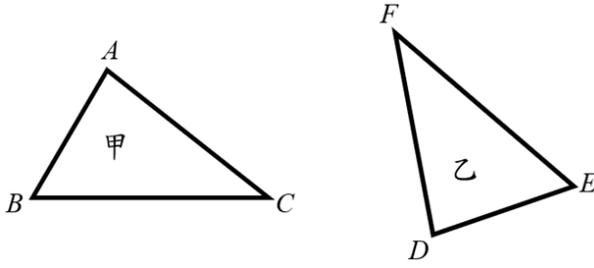
第一種：透過文字題的情境

「26 顆桃子，平分成幾堆後，每堆有 3 顆，還剩下 2 顆」和「26 個桃子，拿走 2 顆桃子後，每 3 顆桃子分成一堆，全部可以分成幾堆桃子」的意思相同，因此可以利用 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = 8$ ，算出平分成 8 堆。

第二種：透過線段圖

線段圖中可以知道 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = \square$ 和 $26 \div 3 = \square \dots 2$ 的意思相同，可以利用 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = 8$ 算出有 8 堆桃子。



題號	試題代碼					答案	
17	110-M4-C1-17					2	
評量指標	4-s-03 能認識平面圖形全等的意義。						
知識向度	幾何		認知向度		概念理解		
題目	<p>如圖，三角形甲和三角形乙是全等的三角形，邊 AB 和邊 DE 的長度相等，角 A 和角 D 的角度相等。下列敘述何者正確？</p>  <p>① 邊 AC 和邊 EF 的長度相等 ② 邊 BC 的對應邊是邊 EF ③ 角 B 和角 F 的角度相等 ④ 角 C 的對應角是角 E</p>						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：59%
	全 體	0.28	0.59	0.07	0.05	0.00	
	高分組	0.18	0.79	0.02	0.01	0.00	鑑別度：0.42
	低分組	0.36	0.37	0.14	0.11	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定 2 個全等的三角形及一組長度相等的邊和一組角度相等的角，要求學生選出正確描述對應邊和對應角的敘述，評量學生辨識全等圖形對應邊、對應角關係的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.42，正確答案為選項②，通過率為 59%，顯示近六成的學生已具備辨別全等圖形對應邊、對應角關係的能力。
2. 有 28% 的學生選擇選項①(低分組有 36%)，這些學生可能未具備辨別全等圖形對應邊、對應角關係的能力，直觀的選擇擺放位置相同且看起來等長的兩邊為答案。
3. 有 7% 的學生選擇選項③(低分組有 14%)，5% 的學生選擇選項④(低分組有 11%)，這些學生可能未具備辨別全等圖形對應邊、對應角關係的能力。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	1-s-04 能依給定圖示，將簡單形體作平面鋪設與立體堆疊。	4-s-03 能認識平面圖形全等的意義。	5-s-04 能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。

三、教學建議

（一）錯誤類型的可能原因

1. 本題給定 2 個全等的三角形及一組長度相等的邊和一組角度相等的角，學生無法透過旋轉和平移將它們疊合或擺放在相對應的位置，因而找不出其他 2 組對應邊和 2 組對應角。
2. 三角形兩邊的長度差異不大，直觀的選擇擺放位置相同且看起來等長的兩邊為對應邊。這些學生不知道應該透過邊 AB 和邊 DE 的長度相等，確定邊 AB 和邊 DE 互為對應邊，角 A 和角 D 的角度相等，確定角 A 和角 D 互為對應角後，才能判斷其他的兩邊是否為對應邊，其他的兩角是否為對應角。

（二）核心概念與本題的教學重點

1. 將一個圖形平移、旋轉或翻轉後，該圖形的形狀和大小不會改變，討論的是圖形形狀的保留概念；將一個圖形平移、旋轉或翻轉後，會和另一個圖形完全疊合，討論的是兩個圖形的全等關係。學生必須掌握圖形形狀的保留概念，才能透過疊合判斷兩圖形是否全等。

當學生掌握兩圖形全等的意義後，可以開始討論全等關係的對稱性及遞移性。

全等的對稱性：圖形甲和圖形乙全等，圖形乙也會和圖形甲全等。

全等的遞移性：若圖形甲和圖形乙全等，圖形乙和圖形丙全等，則圖形甲和圖形丙全等。

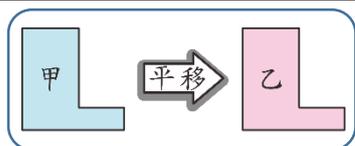
教師應透過平移、旋轉或翻轉圖形，幫助學生理解圖形的性質，在全等的操作下不會改變。例如將等腰三角形橫放、直放、斜放或翻轉，兩腰等長或兩底角相等的性質不會改變。

2. 甲圖形經過平移、旋轉或翻轉後，和乙圖形完全疊合，稱甲、乙兩個圖形全等。下面以圖一、圖二及圖三為例說明。

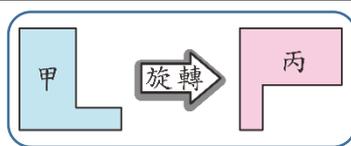
在圖一中，只要將左邊的圖形平移至右邊，就能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。

在圖二中，必須先將左邊的圖形平移至右邊，再將左邊的圖形順時針旋轉 90 度，或逆時針旋轉 270 度，才能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。

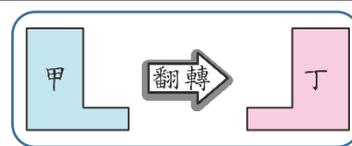
在圖三中，將左邊的圖形平移至右邊，不論如何旋轉，這兩個圖形都無法完全疊合，必須將左邊的圖形翻轉，才能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。



圖一



圖二



圖三

3. 四年級引入全等圖形、五年級引入線對稱圖形、六年級引入放大與縮小圖，這些教材討論的重點都是兩個圖形之間的關係。

全等是最容易溝通的關係，教師應透過操作，幫助學生認識兩圖形間構成要素的對應關係，例如三角形 ABC 和三角形 DEF 全等，將兩圖形疊合後，邊 AB 和邊 DE 重合，稱邊 AB 的對應邊為邊 DE，也稱邊 AB 和邊 DE 互為對應邊；

$\angle A$ 和 $\angle D$ 重合，稱 $\angle A$ 的對應角為 $\angle D$ ，也稱 $\angle A$ 和 $\angle D$ 互為對應角；A 點和 D 點重合，稱 A 點的對應點為 D 點，也稱 A 點和 D 點互為對應點，為五年級及六年級學習相關教材鋪路。

題號	試題代碼				答案		
18	110-M4-D1-18				1		
評量指標	4-a-02 能在四則混合計算中，運用數的運算性質。						
知識向度	代數	認知向度			概念理解		
題目	請問下列算式何者 <u>錯誤</u> ？ ① $10000 + 5024 - 2987 = 10000 - 5024 + 2987$ ② $10000 - 5024 + 2987 = 10000 + 2987 - 5024$ ③ $10000 + 5024 + 2987 = 5024 + 2987 + 10000$ ④ $10000 - 5024 - 2987 = 10000 - 2987 - 5024$						
選答率	選項	1*	2	3	4	其他	通過率：51%
	全體	0.51	0.17	0.19	0.13	0.01	
	高分組	0.80	0.09	0.06	0.05	0.00	鑑別度：0.55
	低分組	0.25	0.23	0.31	0.21	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定四組加減混合計算的算式，要求學生選出等號不成立的算式，評量學生利用數的加減混合運算性質解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項①，通過率為 51%，顯示超過五成的學生已具備利用數的加減混合運算性質解題的能力。
2. 有 17% 的學生選擇選項②(低分組有 23%)，這些學生可能不具備利用數的加減混合運算性質解題的能力，認為「 $a+b-c=a-c+b$ 」成立，但是「 $a-c+b=a+b-c$ 」不成立。
3. 有 19% 的學生選擇選項③(低分組有 31%)，這些學生可能不具備利用數的加減混合運算性質解題的能力，認為「 $a+b+c=a+c+b$ 」不成立。
4. 有 13% 的學生選擇選項④(低分組有 21%)，這些學生可能不具備利用數的加減混合運算性質解題的能力，認為「 $a-b-c=a-c-b$ 」不成立。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-a-02 能在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質。	4-a-02 能在四則混合計算中，運用數的運算性質。	5-a-03 能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生無法掌握數的加減混合運算性質：

(1) 三數相加時，加法順序改變並不影響其和

$$(2) a + b - c = a - c + b$$

$$(3) a - b - c = a - (b + c)$$

國小階段不處理 $a - b + c = a - (b - c)$

2. 學生沒有數感或估算的能力，例如將 5024 看成 5000，2987 看成 3000。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 數的加減混合運算性質：

(1) 三數相加時，加法順序改變並不影響其和

$$(2) a + b - c = a - c + b$$

$$(3) a - b - c = a - (b + c)$$

國小階段不處理 $a - b + c = a - (b - c)$

2. 以「甲有 80 元，給乙 10 元，給丙 20 元，還剩下多少元？」為例，說明如何幫助學生理解 $a - b - c = a - (b + c)$

步驟一：先提供兩種解題的方法，限制用併式來記錄解題過程

$$\text{方法一：} 80 - 10 - 20 = 50$$

$$\text{方法二：} 80 - (10 + 20) = 50$$

步驟二：幫助學生看到這兩個算式的答案相同

$$\text{可以記成 } 80 - (10 + 20) = 80 - 10 - 20$$

$$\text{或 } 80 - 10 - 20 = 80 - (10 + 20)$$

步驟三：幫助學生察覺這兩種方法都是合理的算法，因此不必算出答案也知道它們的答案一定相等。

題號	試題代碼				答案		
19	110-M4-C3-19				4		
評量指標	4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。						
知識向度	幾何	認知向度			解題思考		
題目	鈍角三角形 ABC 中角 A 的角度是 92 度， 下列何者 <u>不可能</u> 是角 B 的角度？ ① 1 度 ② 45 度 ③ 85 度 ④ 90 度						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：53%
	全 體	0.34	0.07	0.06	0.53	0.01	
	高分組	0.17	0.02	0.01	0.80	0.00	鑑別度：0.54
	低分組	0.46	0.14	0.13	0.27	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定鈍角三角形中鈍角的角度，要求學生選出不可能是其他角的角度，評量學生辨認鈍角三角形的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項④，通過率為 53%，顯示超過五成的學生已具備辨識鈍角三角形的能力。
2. 有 34% 的學生選擇選項①(低分組有 46%)，這些學生可能不具備辨識鈍角三角形的能力；也可能在日常生活中或課堂活動中很少看到角度是 1 度的角，這些學生可能認為三角形中不會存在角度是 1 度的角。
3. 有 7% 的學生選擇選項②(低分組有 14%)，6% 的學生選擇選項③(低分組有 13%)，這些學生可能不具備辨識鈍角三角形的能力。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-s-07 能由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。	4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。	4-s-02 能透過操作，認識基本三角形與四邊形的簡單性質。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 教師不宜透過「有一個角是鈍角的三角形」來定義鈍角三角形，教師應透過「有一個角是鈍角、其它二個角是銳角的三角形」來定義鈍角三角形。
因為五年級才引入「三角形三內角和為 180 度」的性質，四年級學生不知道有一個角是鈍角的三角形，其他兩個角一定是銳角。
2. 在日常生活中或課堂活動中學生很少看到角度是 1 度的角，因此認為三角形中不會存在角度是 1 度的角。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 分年細目 4-s-01 透過「角」與「邊」的特徵比對，辨認下列三角形，也就是給下列三角形下定義。

等腰三角形：兩邊等長或三邊都等長的三角形。

直角三角形：有一個角是直角，另兩個角是銳角的三角形。

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

鈍角三角形：有一個角是鈍角，另兩個角是銳角的三角形。

等腰直角三角形：有一個角是直角的等腰三角形。

正三角形：三邊都等長的三角形。

2. 有三種定義直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形的方法：

第一種方法：直角三角形：有一個角是直角、其它二個角是銳角的三角形。

鈍角三角形：有一個角是鈍角、其它二個角是銳角的三角形。

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

第二種方法：直角三角形：有一個角是直角的三角形。

鈍角三角形：有一個角是鈍角的三角形。

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

第三種方法：直角三角形：最大角是直角的三角形。

鈍角三角形：最大角是鈍角的三角形。

銳角三角形：最大角是銳角的三角形。

因為五年級才引入三角形內角和為 180 度的性質，學生不知道一個角是直角或鈍角時，其它兩個角一定是銳角，因此限制使用第一種方法定義直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形。

題號	試題代碼					答案	
20	110-M4-A3-20					3	
評量指標	4-n-07 能理解分數之「整數相除」的意涵。						
知識向度	數與計算		認知向度		解題思考		
題目	<p>一條緞帶長 8 公尺，<u>芳芳</u>把 1 條緞帶平分成 5 段，用其中的 1 段布置教室，請問<u>芳芳</u>用了多少緞帶？</p> <p>甲說：用了 $\frac{1}{5}$ 條緞帶</p> <p>乙說：用了 $\frac{8}{5}$ 公尺緞帶</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲 ② 只有乙 ③ 甲和乙都正確 ④ 甲和乙都不正確</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：13%
	全 體	0.55	0.17	0.13	0.15	0.00	
	高分組	0.66	0.12	0.11	0.11	0.00	鑑別度：-0.06
	低分組	0.39	0.24	0.18	0.19	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定一條緞帶及其長度幾公尺，要求學生選出正確描述平分成 5 段後其中一段的分數，評量學生是否理解分數之「整數相除」的意涵。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為-0.06，正確答案為選項③，通過率為 13%，顯示超過一成的學生已能理解分數是「整數相除」的意涵。
2. 有 55%的學生選擇選項①(低分組有 39%)，這些學生可能已掌握連續量情境分數的命名活動，知道「將 1 條繩子平分成 5 段，其中的 1 段是 $\frac{1}{5}$ 條繩子」是正確的敘述，但是忽略題目使用「1 條」和「8 公尺」兩個單位描述繩子，這些學生可能不理解分數是「整數相除」的意涵，不知道「將 8 公尺平分成 5 段，其

中的 1 段是 $\frac{8}{5}$ 公尺」也是正確的敘述；也可能認為分數必須比 1 小，認為 $\frac{8}{5}$ 公尺不是合理的答案。

3. 有 17% 的學生選擇選項②(低分組有 24%)，這些學生可能理解分數是「整數相除」的意涵，知道「將 8 公尺平分成 5 段，其中的 1 段是 $\frac{8}{5}$ 公尺」是正確的敘述，但是忽略題目使用「1 條」和「8 公尺」兩個單位描述繩子，沒有注意「將 1 條繩子平分成 5 段，其中的 1 段是 $\frac{1}{5}$ 條繩子」也是正確的敘述。
4. 有 15% 的學生選擇選項④(低分組有 19%)，這些學生可能不理解分數是「整數相除」的意涵，也無法進行連續量情境分數的命名活動。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。	4-n-07 能理解分數之「整數相除」的意涵。	5-n-09 能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生沒有注意題目使用「1 條」和「8 公尺」兩個單位描述繩子，「將 1 條繩子平分成 5 段，其中的 1 段是 $\frac{1}{5}$ 條繩子」和「將 8 公尺平分成 5 段，其中的 1 段是 $\frac{8}{5}$ 公尺」都是正確的敘述。
2. 只要題目中有兩個或兩個以上的單位，教師教學或評量時應強調處理或運算的是甚麼單位，養成學生注意單位的習慣。
3. 學生常有分數必須比 1 小的迷思概念，認為 $\frac{8}{5}$ 公尺不是合理的答案。
4. 有 55% 的學生選擇選項①(高分組 66%、低分組 39%)，這些學生人為「1 條繩子平分成 5 段，其中 1 段是 $\frac{1}{5}$ 條」正確，而「8 公尺平分成 5 段，其中 1 段是 $\frac{8}{5}$ 公尺

尺」錯誤。

有 17% 選擇選項②(高分組 12%、低分組 24%)，這些學生人為「1 條繩子平分成 5 段，其中 1 段是 $\frac{1}{5}$ 條」錯誤，而「8 公尺平分成 5 段，其中 1 段是 $\frac{8}{5}$ 公尺」正確。顯示多數學生不熟悉密度問題(用條和公尺兩種單位描述緞帶)情境。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 「整數除以整數，商數是分數，且沒有餘數問題」的題型包含等分除情境、包含除情境和測量情境三類問題。

等分除情境：3 個(或 13 個)蘋果平分給 5 個人，全部分完，每人分到幾個蘋果？

包含除情境：一盒蘋果有 5 個，3 個(或 13 個)蘋果相當於幾盒？

測量情境：一條繩子長 5 公分，3 公分(或 13 公分)相當於幾條？

本題是等分除情境的問題。

2. 以等分除問題「5 公升果汁，平分裝成 3 瓶，全部裝完，每瓶裝幾公升？」為例，可以有兩種解題的策略，第一種是回到整數除以整數，商數是整數，餘數是 0 的舊經驗；第二種是回到分數命名的舊經驗(每次拿 1 公升來分)，建議教師必須引入第二種解題策略，幫助學生擴展分數的意義。

下面分別說明這兩種解題策略。

第一種：回到整數除以整數，商數是整數，餘數是 0 的舊經驗

$$5 \text{ 公升} = \frac{15}{3} \text{ 公升} (15 \text{ 個 } \frac{1}{3} \text{ 公升}), 15 \div 3 = 5 (5 \text{ 個 } \frac{1}{3} \text{ 公升}),$$

答：每瓶裝 $\frac{5}{3}$ 公升。

第二種：回到分數命名的舊經驗(每次拿 1 公升來分)

$$1 \div 3 = \frac{1}{3} (1 \text{ 公升果汁平分成 3 份，其中的 1 份是 } \frac{1}{3} \text{ 公升})$$

$$5 \text{ 公升是 5 個 1 公升} \Rightarrow \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3} (\text{公升}), \text{ 答：每瓶裝 } \frac{5}{3} \text{ 公升}$$

當學生有一些解題成功的經驗後，應要求學生用沒有餘數的除法算式「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」

把問題和答案記下來，並說明以後再遇到這個問題時，可以直接利用整數除以

整數的算式「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」算出答案。

題號	試題代碼					答案	
21	110-M4-D1-21					4	
評量指標	4-a-01 能在具體情境中，理解乘法結合律。						
知識向度	代數		認知向度		概念理解		
題目	<p>「快樂國小有 25 個班級，每班有 4 位模範生，校長要送每位模範生 9 個口罩，請問總共需要幾個口罩？」</p> <p>下列哪些算式能算出正確的答案？</p> <p>甲：$(9 \times 4) \times 25$</p> <p>乙：$9 \times (4 \times 25)$</p> <p>丙：$(4 \times 25) \times 9$</p> <p>丁：$4 \times (9 \times 25)$</p> <p>① 只有甲和乙</p> <p>② 只有乙和丙</p> <p>③ 只有甲、乙和丙</p> <p>④ 甲、乙、丙和丁</p>						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：29%
	全 體	0.16	0.37	0.18	0.29	0.00	
	高分組	0.07	0.31	0.17	0.45	0.00	鑑別度：0.29
	低分組	0.26	0.38	0.20	0.16	0.00	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定連乘兩步驟問題情境，要求學生選出正確的列式，評量學生利用乘法結合律及交換律解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.29，正確答案為選項④，通過率為 29%，顯示近三成的學生已具備利用乘法結合律及交換律解題的能力。
2. 有 16% 的學生選擇選項①(低分組有 26%)，這些學生可能未具備利用乘法結合律及交換律解題的能力；也可能已具備利用乘法結合律及交換律解題的能力，但是被要求「答案問的是幾個口罩」，9 個口罩必須記在算式的最前面，因此選擇只有甲和乙兩個算式正確。
3. 有 37% 的學生選擇選項②(低分組有 38%)，這些學生可能未具備利用乘法結合律及交換律解題的能力；也可能已具備利用乘法結合律及交換律解題的能力，但是被要求要列出能簡化計算的算式，因此選擇只有乙和丙兩個算式正確。
4. 有 18% 的學生選擇選項③(低分組有 20%)，這些學生可能未具備利用乘法結合律及交換律解題的能力。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-a-02 能在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質。	4-a-01 能在具體情境中，理解乘法結合律。	5-a-03 能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。

三、教學建議

（一）錯誤類型的可能原因

1. 學生被要求「答案問的是幾個口罩」，9 個口罩必須記在算式的最前面，因此選擇只有甲和乙兩個算式正確。
二、三年級為了強調乘法算式的意義，教師常要求學生被乘數和乘數位置不可互換，但是到四年級學完乘法交換律和乘法結合律以後，教師應放寬要求，接受所有合理的記法，為國中階段引入代數記法鋪路。
2. 學生混淆「合理的算式」和「有效率的算式」，教師應鼓勵學生利用乘法交換律和乘法結合律來簡化計算，但應說明沒有簡化計算效果的算式也是合理的算式，例如本題的甲和丙也是能算出答案的合理算式。

（二）核心概念與本題的教學重點

1. 建議教師在具體情境中，幫助學生理解乘法結合律。
以「一盒蘋果裝 25 顆，12 盒蘋果裝一箱。爸爸進口 20 箱蘋果，請問進口幾顆蘋果？」為例，幫助學生認識先算 1 箱有 25×12 顆蘋果，再算 20 箱有幾顆蘋果，記成 $(25 \times 12) \times 20 = 6000$ ；和先算 20 箱有 12×20 盒蘋果，再算 12×20 盒有幾顆蘋果，記成 $25 \times (12 \times 20) = 6000$ ，因為答案相同，所以 $(25 \times 12) \times 20 = 25 \times (12 \times 20)$ 。
2. 教師應幫助學生從「觀察現象」的層次發展至「預期」的層次，以「一盒蘋果裝 25 顆，12 盒蘋果裝一箱。爸爸進口 20 箱蘋果，請問進口幾顆蘋果？」為例，有兩個認識乘法結合律性質的層次：
層次一：學生必須算出答案，才相信「 $(25 \times 12) \times 20$ 」和「 $25 \times (12 \times 20)$ 」的答案相同。
層次二：學生不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同。
教師應幫助層次一的學生提升至層次二。
3. 利用結合律來簡化計算時，計算過程中常同時利用到乘法交換律及乘法結合律。
例如計算 $(25 \times 11) \times 4 = 25 \times (11 \times 4) = 25 \times (4 \times 11) = (25 \times 4) \times 11 = 100 \times 11 = 1100$ 。教師教學時不必詳細說明上述計算過程，只要透過情境幫助學生認識乘法順序改變並不影響其積的性質。

題號	試題代碼					答案	
22	110-M4-A1-22					4	
評量指標	4-n-05 能做整數四則混合計算（兩步驟）。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	甲： $48 \div 3 \times 2 = 48 \div 6 = 8$ 乙： $348 - 56 + 156 = 348 - 100 = 248$ 丙： $34 + 16 \times 7 = 50 \times 7 = 350$ 請問上面哪些算式的算法和答案都正確？ ① 只有甲 ② 只有甲和乙 ③ 三個都正確 ④ 三個都不正確						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：35%
	全 體	0.24	0.18	0.22	0.35	0.01	
	高分組	0.20	0.08	0.15	0.57	0.01	鑑別度：0.40
	低分組	0.25	0.30	0.27	0.17	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定三個用逐次減項記法紀錄的四則混合計算算式，要求學生選出算法和答案都正確的算式，評量學生整數四則混合計算的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.4，正確答案為選項④，通過率為 35%，顯示三成五的學生已具備四則混合計算的能力。
2. 有 24% 的學生選擇選項①(低分組有 25%)，這些學生可能不具備四則混合計算的能力；也可能誤解「先乘除後加減」運算次序的約定，不知道「先乘除後加減」指的是「算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份」，誤將「先乘除後加減」解讀為「乘法和除法算式在一起時，要先算乘法的部分」；也可能不知道「由左往右算」運算次序的約定是「算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算」，「 $48 \div 3 \times 2$ 」滿足「由左往右算」的約定，正確的算法是 $48 \div 3 \times 2 = 16 \times 2 = 32$ 。
3. 有 18% 的學生選擇選項②(低分組有 30%)，這些學生除了上面選擇選項①的迷思外，也可能不知道「 $a - c + b = a + b - c$ 」，誤認為「 $a - c + b = a - (b - c)$ 」。
4. 有 22% 的學生選擇選項③(低分組有 27%)，這些學生除了上面選擇選項①及選項②的迷思外，可能沒有括號的混和計算都是由左往右依次運算，這些學生不知道「先乘除後加減」指的是「算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份」，「 $34 + 16 \times 7$ 」滿足「先乘除後加減」的約定，正確的算法是 $34 + 16 \times 7 = 34 + 112 = 146$ 。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。	4-n-05 能做整數四則混合計算(兩步驟)。	5-n-03 能熟練整數四則混合計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生誤解「先乘除後加減」運算次序的約定，不知道「先乘除後加減」指的是「算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份」，誤將「先乘除後加減」解讀為「乘法和除法算式在一起時，要先算乘法的部分」。
2. 學生計算沒有括號的四則混和計算都是由左往右依次運算，這些學生不知道先乘除後加減指的是「算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份」。
3. 學生不知道「 $a-c+b=a+b-c$ 」成立。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. $2 \times 3 + 7 = 6 + 7 = 13$ 是利用「先乘除後加減」運算次序的約定，不是利用「由左往右算」運算次序的約定。
2. 「 $12 \div 3 \times 2 = 12 \div 6 = 2$ 」是學生常出現的迷思概念，這些學生混淆「先乘除後加減」運算次序的約定，誤認為乘的運算次序比除優先。教師應說明這些算式都是「乘、除」，要使用「由左往右算」運算次序的約定。
3. 以 $7 + 2 + 2 + 2 + 2$ 為例，學生可以利用加法來解題，如果學生將算式改記成 $7 + 2 \times 4$ ，就表示要先算「 $2 + 2 + 2 + 2 = 2 \times 4$ 」的部份，所以數學上約定乘的部份要先算。
4. 四年級兩步驟計算問題中，只會用到①括號先算、②先乘除後加減、③由左往右算，這三個約定其中的一個約定。

括號先算： $13 - (2 + 5) = 13 - 7 = 6$

$$7 \times (5 - 2) = 7 \times 3 = 21$$

先乘除後加減： $5 + 3 \times 4 = 5 + 12 = 17$

$$12 - 6 \div 2 = 12 - 3 = 9$$

$$5 \times 6 + 2 = 30 + 2 = 32$$

$$60 \div 2 - 9 = 30 - 9 = 21$$

由左往右算： $12 + 3 - 5 = 15 - 5 = 10$

$$12 \div 3 \times 2 = 4 \times 2 = 8$$

建議教師將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題。

第一類：有括號的兩步驟計算問題

括號的部份要先算，簡稱為括號先算。

第二類：沒有括號的兩步驟計算問題

算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份。

簡稱為先乘除後加減。

算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。簡稱為由左往右算。

5.對四年級學生而言，「先乘除後加減」的四則混合計算問題最困難，建議教師透過比較下列左右兩個算式的運算次序，幫助學生發現兩個共同的特徵。

這些算式中，「加、減」和「乘、除」這兩類運算符號都有。

左邊的算式有括號，括號的部份要先算，右邊的算式中沒有括號，有乘或除運算的部份要先算。

再說明算式中「加、減」這一類和「乘、除」這一類的運算都有的時候，要先算「乘、除」的部份，稱這種運算次序的約定為「先乘除後加減」。

$(2 \times 3) + 7 = 6 + 7$ $= 13$	$2 \times 3 + 7 = 6 + 7$ $= 13$
$(30 \div 3) - 7 = 10 - 7$ $= 3$	$30 \div 3 - 7 = 10 - 7$ $= 3$
$20 - (3 \times 4) = 20 - 12$ $= 8$	$20 - 3 \times 4 = 20 - 12$ $= 8$
$8 + (12 \div 3) = 8 + 4$ $= 12$	$8 + 12 \div 3 = 8 + 4$ $= 12$

題號	試題代碼					答案	
23	110-M4-B3-23					2	
評量指標	4-n-14 能以複名數解決量（長度、容量、重量）的計算問題。						
知識向度	量與實測		認知向度		解題思考		
題目	2 公尺 30 公分 + 7100 公分 = 甲公尺乙公分 2 公里 30 公尺 + 7100 公尺 = 丙公里丁公尺 請問下列敘述何者正確？ (1 公里=1000 公尺，1 公尺=100 公分。) ① 甲=73，乙=30，丙=73，丁=30 ② 甲=73，乙=30，丙=9，丁=130 ③ 甲=9，乙=130，丙=73，丁=30 ④ 甲=9，乙=130，丙=9，丁=130						
選答率	選項	1	2*	3	4	其他	通過率：35%
	全體	0.18	0.35	0.18	0.28	0.01	
	高分組	0.13	0.52	0.08	0.25	0.01	鑑別度：0.30
	低分組	0.22	0.23	0.27	0.26	0.02	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定「幾公尺幾公分+幾公分=甲公尺乙公分」、「幾公里幾公尺+幾公尺=丙公里丁公尺」及「1 公里=1000 公尺，1 公尺=100 公分」，要求學生算出甲、乙、丙和丁的答案，評量學生長度複名數的換算與加減計算的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.3，正確答案為選項②，通過率為 35%，顯示三成五的學生已具備長度複名數(公尺與公分、公里與公尺)間的換算與加減計算的能力。
2. 有 18%的學生選擇選項①(低分組有 22%)，這些學生可能未具備長度複名數(公尺與公分、公里與公尺)間的換算與加減計算的能力；也可能知道 1 公尺=100 公分，但誤認為 1 公里=100 公尺。
3. 有 18%的學生選擇選項③(低分組有 27%)，這些學生可能未具備長度複名數(公尺與公分、公里與公尺)間的換算與加減計算的能力；也可能誤認為 1 公里=100 公尺，1 公尺=1000 公分。
4. 有 28%的學生選擇選項④(低分組有 26%)，這些學生可能未具備長度複名數(公尺與公分、公里與公尺)間的換算與加減計算的能力；也可能知道 1 公里=1000 公尺，但誤認為 1 公尺=1000 公分。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-n-14 能認識長度單位「毫米」，及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並作相關的實測、估測與計算。	4-n-14 能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。 4-n-15 能認識長度單位「公里」，及「公里」與其他長度單位的關係，並作相關計算。	5-n-16 能認識重量單位「公噸」及「公噸」、「公斤」間的關係，並做相關計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

學生沒有熟記 1 公里 = 1000 公尺，1 公尺 = 100 公分的單位換算關係。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本評量指標內容強調「公尺、公分」、「公里、公尺」進退位的加減及整數倍乘法計算，這些單位都是 100:1 或 1000:1 的關係。
四年級長度單位引入「公里、公尺、公分及毫米」；開始處理跨單位及雙向化聚的問題。雙向化聚問題評量時以「公里、公尺」及「公尺、公分」為宜。
2. 二位數加減二位數的加減問題，與相鄰二階單位的時間、長度、重量、容量等加減問題，它們的運算方式都相同，例如「 $38+25$ 」、「3 小時 40 分鐘 + 2 小時 50 分鐘」、「3 公尺 60 公分 + 5 公尺 80 公分」、「3 公斤 460 公克 + 5 公斤 860 公克」、「13 公升 780 毫公升 + 23 公升 380 毫公升」等加法運算都相同，只是二位數的加法是逢十進一(10 個①聚成 1 個⑩)。例子中時間的加法是逢六十進一(60 個 1 分鐘聚成 1 小時)，長度的加法是逢一百進一(100 個 1 公分聚成 1 公尺)，重量及容量的加法都是逢一千進一(1000 個 1 公克或毫公升聚成 1 公斤或 1 公升)。教師可以幫助學生發現它們之間運算相同的關係，將長度、容量、重量的複名數加減視為相同的解題方式。
3. 下面以「 $35+58$ 」和「3 公尺 50 公分 + 5 公尺 80 公分」為例，建議教師幫助學生理解這兩個運算相同，二位數的加法是逢十進一(10 個①聚成 1 個⑩)，長度的加法是逢一百進一(100 個 1 公分聚成 1 公尺)。

	Ⓣ	①	
	3	5	
+	5	8	
		13	⇒ 5 個①加 8 個①是 13 個①
	8		⇒ 3 個Ⓣ加 5 個Ⓣ是 8 個Ⓣ
	1	3	⇒ 13 個①是 1 個Ⓣ3 個①
+	8		
	9	3	⇒ 合起來是 9 個Ⓣ3 個①

	公尺	公分	
	3	50	
+	5	80	
		130	⇒ 50 公分加 80 公分是 130 公分
	8		⇒ 3 公尺加 5 公尺是 8 公尺
	1	30	⇒ 130 公分是 1 公尺 30 公分
+	8		
	9	30	⇒ 合起來是 9 公尺 30 公分

題號	試題代碼				答案		
24	110-M4-A3-24				4		
評量指標	4-n-11 能認識二位小數與百分位的位名，並做比較。						
知識向度	數與計算	認知向度		解題思考			
題目	0.20、0.30 都是二位小數。請問比 0 大、比 1 小的二位小數共有幾個？ ① 9 個 ② 10 個 ③ 90 個 ④ 99 個						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：35%
	全 體	0.37	0.19	0.08	0.35	0.01	
	高分組	0.29	0.07	0.05	0.58	0.01	鑑別度：0.43
	低分組	0.38	0.31	0.14	0.15	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題先說明 0.20、0.30 都是二位小數，要求學生找出比 0 大、比 1 小的二位小數個數，評量學生是否認識二位小數。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.43，正確答案為選項④，通過率為 35%，顯示三成五的學生已具備認識二位小數的能力。
2. 有 37% 的學生選擇選項①(低分組有 38%)，這些學生可能已認識二位小數，但是誤解題意，只算出 0.10 到 0.20 間的 9 個二位小數(0.11、0.12、...、0.18、0.19)；也可能誤解題意，只算出百分位數字為 0 的 9 個二位小數(0.10、0.20...、0.90)。
3. 有 19% 的學生選擇選項②(低分組有 31%)，這些學生可能未具備二位小數的辨識能力，以示例中 2 個小數的小數位數字相減： $30-20=10$ ，故找出比 0 大、比 1 小的二位小數有 10 個。
4. 有 8% 的學生選擇選項③(低分組有 14%)，這些學生可能未具備二位小數的辨識能力；也可能在課堂活動時認為 0.20、0.30 這些百分位為 0 的小數必須改記成 0.2 或 0.3，因此它們不是二位小數，這些學生不理會题目的提示「0.20、0.30 都是二位小數」，算出 0.01~0.09，0.11~0.09，...，0.91~0.99 等共有 90 個二位小數。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-n-12 能認識一位小數，並作比較與加減計算。	4-n-11 能認識二位小數與百分位的位名，並做比較。	5-n-10 能認識多位小數，並做比較與加、減與整數倍的計算，以及解決生活中的問題。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生認為 0.20、0.30 這些百分位為 0 的小數必須改記成 0.2 或 0.3，因此它們不是二位小數。
2. 0.20、0.30 等都是二位小數的記法，因為 0.20 和 0.2 一樣大(和等值分數的意義相同)，習慣上我們將 0.20、0.30 改記成 0.2 或 0.3。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 小數是整數十進位系統的延伸，在引入一位小數時，十分位的值必須是個位的 $\frac{1}{10}$ 倍，因此規定「 $0.1 = \frac{1}{10}$ 」。在引入二位小數時，百分位的值必須是個位的 $\frac{1}{100}$ 倍，因此規定「 $0.01 = \frac{1}{100}$ 」。百分位位名的由來是「 $\frac{1}{100} = 0.01$ 」的關係。
2. 教師常要求學生將計算後的結果 3.0 改記成 3，2.30 改記成 2.3，可以這樣記的原因是 3.0 和 3 等值，2.30 和 2.3 等值，而 3 和 2.3 是最簡小數的概念。
六年級引入最簡分數後，我們會要求分數問題最後的答案要用最簡分數來表示，相同的理由，我們也希望小數問題最後的答案要用最簡小數來表示。
四年級學生將計算後的結果記成 3.0 或 2.30，教師應先接受，再幫助學生改記成 3 或 2.3。
3. 最小的 2 位小數為 0.01，最大的 2 位小數為 0.99。
教師可以以 0.01 為單位由累加 0.01 開始累加，0.01、0.02...0.09、0.10、0.11...0.19、0.20、...0.89、0.90...0.99，點數出共有 99 個二位小數。

題號	試題代碼				答案		
25	110-M4-C3-25				4		
評量指標	4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。						
知識向度	幾何	認知向度			解題思考		
題目	下列是甲、乙和丙三人對等腰直角三角形的說法？ 甲說：只有兩條邊一樣長 乙說：只有兩個角一樣大 丙說：最大的角是直角 請問哪些人的說法正確？ ① 只有甲和乙 ② 只有甲和丙 ③ 只有乙和丙 ④ 甲、乙、丙都正確						
選答率	選項	1	2	3	4*	其他	通過率：38%
	全體	0.31	0.16	0.13	0.38	0.02	
	高分組	0.25	0.10	0.07	0.57	0.01	鑑別度：0.33
	低分組	0.33	0.22	0.19	0.24	0.02	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定關於等腰直角三角形的三種說法，要求學生選出正確的說法，評量學生能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認等腰直角三角形的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.33，正確答案為選項④，通過率為 38%，顯示近四成的學生已具備運用「角」與「邊」等構成要素，辨認等腰直角三角形的能力。
2. 有 31% 的學生選擇選項①(低分組有 33%)，這些學生可能知道等腰直角三角形指兩條邊一樣長，只有兩個角一樣大，也可能知道等腰直角三角形有一個角是直角，但是不知道直角是最大的角。
3. 有 16% 的學生選擇選項②(低分組有 22%)，這些學生可能會辨認等腰直角三角形，知道等腰直角三角形有兩條邊一樣長，有一個角是直角，而且是最大角，但是無法掌握等腰直角三角形兩底角相等的性質。
4. 有 13% 的學生選擇選項③(低分組有 19%)，這些學生可能不具備辨認等腰直角三角形的能力，不知道等腰直角三角形有兩邊一樣長。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-s-04 能認識角，並比較角的大小。(同 3-n-17)	4-s-01 能運用「角」與「邊」	5-s-01 能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。

		等構成要素，辨認簡單平面圖形。	
--	--	-----------------	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生不易同時掌握「有兩邊等長」及「有一個角為直角」這兩個性質，不理解「有 2 條邊一樣長且有一個角是直角的三角形為等腰直角三角形」的說法，誤以為只要其中一個條件成立的三角形，就是等腰直角三角形。
2. 學生沒有比較三角形三個角大小的解題經驗，不知道「最大的角」的意義。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 以等腰直角三角形 ABC， $\angle A$ 是直角為例，教師可以說明等腰直角三角形 ABC 中有 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 三個角，其中 $\angle A$ 是直角， $\angle A$ 比 $\angle B$ 大， $\angle A$ 也比 $\angle C$ 大，我們說 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 這三個角中， $\angle A$ 最大。
2. 教師不宜直接宣告有 2 條邊一樣長且有一個角是直角的三角形為等腰直角三角形，學生不易同時掌握「有兩邊等長」及「有一個角為直角」這兩個性質。建議教師透過下列兩種方式幫助學生理解等腰直角三角形的意義。

第一種：由等腰三角形中找出直角三角形

教師可以利用扣條等教具先做出等長的兩條邊，也就是先滿足等腰三角形的條件，再旋轉扣條讓兩邊的夾角是直角，最後圍成一個三角形，稱這個做出來的三角形為等腰直角三角形。

第二種：由直角三角形中找出等腰三角形

教師可以先利用三角板畫出直角，也就是先滿足直角三角形的條件，再利用圓規畫出等長的兩邊，最後再連成一個三角形，稱這個畫出來的三角形為等腰直角三角形。當學生有這兩種方法的學習經驗後，較能夠掌握等腰直角三角形同時具備「有兩邊等長」及「有一個角為直角」這兩個性質的意義。

3. 教師可以畫出數個等腰直角三角形，幫助學生察覺這些等腰直角三角形，邊和角都具備下列性質：

(1) 邊的性質：三條邊中，都有兩條邊一樣長，另一條不一樣長的邊，比等長的這兩條邊長。

(2) 角的性質：都有一個角是直角，另外的兩個角一樣大，但是都比直角小。

如果教師行有餘力，可以幫助學生察覺邊和角都具備下列關係：

(1) 直角是最大角，對應的邊是最長邊。

(2) 兩個一樣大的角，對應的邊都一樣長；兩個一樣長的邊，對應的角都一樣大。

(3) 直角比另一個角大，直角對應的邊比另一個角對應的邊長。

最長的邊對應的角是直角，比另一邊對應的角大。

伍、整體學力表現分析

一、不同背景變項學生整體學力表現分析

本計畫同時採用古典測驗理論(classical test theory, CTT)與試題反應理論(item response theory, IRT)三參數模式作為試題分析理論基礎，並以三參數模式進行學生能力估計。三參數模式有 a、b、c 三種參數，分別代表鑑別度、難度以及猜測度。學生能力估計值則參考 PISA 與 TIMSS 等國際大型測驗的作法，將估計出來的能力轉換至平均分數 500，標準差 100 的量尺上，再以轉換所得量尺分數進行不同背景變項學生表現分析。本年度數學四年級整體學生學力表現分布狀況，如圖 5-1 所示。

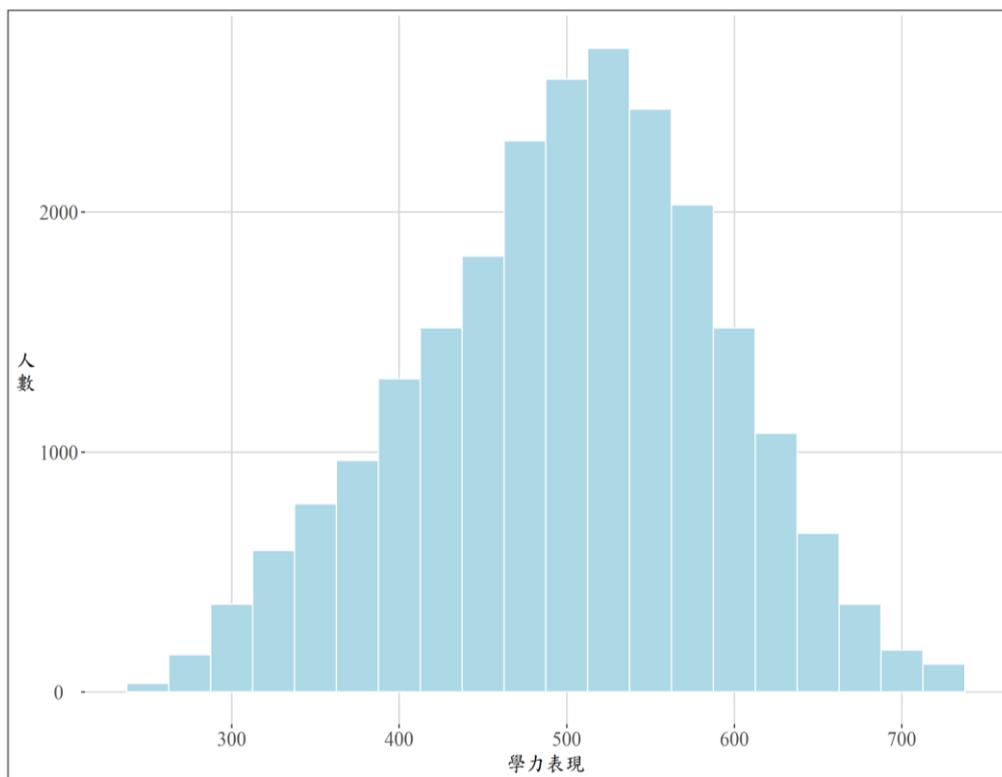


圖 5-1 數學四年級整體學生學力表現分布圖

如圖 5-2，以性別為背景變項進行分析，男生的平均量尺分數為 501（標準差 94）、女生平均量尺分數則為 499（標準差 86）；再以不同都市化程度進行背景變項分析，發現「都會核心」及「工商市區」之四年級學生其數學學力檢測表現高於整體平均，「傳統產業市鎮」及「低度發展鄉鎮」與整體平均差異不大，「新興市鎮」、「高齡化鄉鎮」及「偏遠鄉鎮」學生之表現低於整體平均。按照不同都市化程度學力表現由高至低依序為「都會核心」、「工商市區」、「傳統產業市鎮」、「低度發展鄉鎮」、「新興市鎮」、「高齡化鄉鎮」、「偏遠鄉鎮」，與都市化程度排列大致相同，其中「偏遠鄉鎮」平均量尺分數為 482（標準差 93）與整體平均差異最為明顯，各鄉鎮市區類型參與之學生人數、學力表現平均數及標準差如表 5-1 所示。本年度參與人數 23,443 人，排除資料缺漏者 148 人，總計背景變項分析有效樣本為 23,295 人。

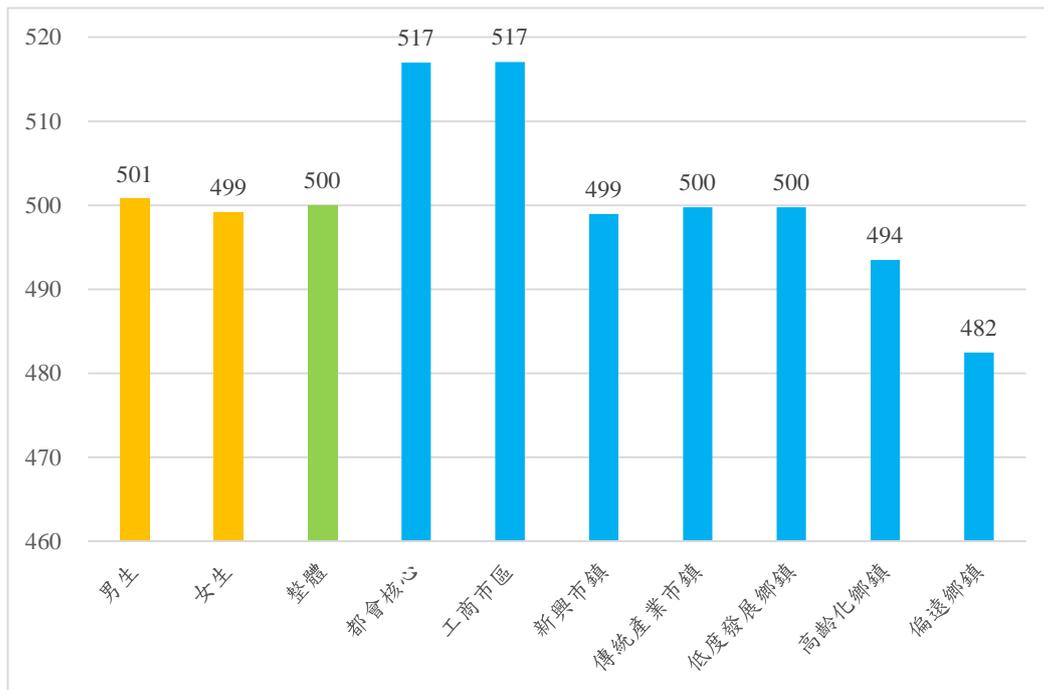


圖 5-2 數學四年級學生不同背景變項學力表現

表 5-1 各鄉鎮市區類型參與之學生人數、學力表現平均數及標準差

整體	人數	23295
	平均數	500
	標準差	91
都會核心	人數	2288
	平均數	517
	標準差	87
工商市區	人數	1176
	平均數	517
	標準差	94
新興市鎮	人數	5233
	平均數	499
	標準差	91
傳統產業市鎮	人數	3680
	平均數	500
	標準差	89
低度發展鄉鎮	人數	5003
	平均數	500
	標準差	90
高齡化鄉鎮	人數	4712
	平均數	494
	標準差	91
偏遠鄉鎮	人數	1203
	平均數	482
	標準差	93

二、國民小學四年級學生於不同能力指標之答對率

藉由將「國民小學數學四年級學生學習能力檢測」題號、對應之九年一貫能力指標和答對率進行交叉對照，可更明確檢視學生表現較優異和有待加強之處，相關整理如下表 5-2 所示：

表 5-2 不同能力指標與其答對率之交叉對照表

答對率	數與計算		
	題號	能力指標	
91~100	1	4-n-03	能熟練較大位數的乘除直式計算。
81~90			
71~80	4	4-n-01	能透過位值概念，延伸整數的認識到大數（含「億」、「兆」之位名），並做位值單位的換算。
	11	4-n-06	能在具體情境中，對大數在指定位數取概數（含四捨五入法），並做加、減之估算。
61~70	7	4-n-01	能透過位值概念，延伸整數的認識到大數（含「億」、「兆」之位名），並做位值單位的換算。
	12	4-n-10	能將簡單分數標記在數線上。
	14	4-n-07	能理解分數之「整數相除」的意涵。
51~60	16	4-n-03	能熟練較大位數的乘除直式計算。
41~50	10	4-n-04	能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。
	15	4-n-02	能熟練整數加、減的直式計算。
31~40	22	4-n-05	能做整數四則混合計算（兩步驟）。
	24	4-n-11	能認識二位小數與百分位的位名，並做比較。
21~30			
11~20	20	4-n-07	能理解分數之「整數相除」的意涵。
0~10			

答對率	量與實測		
	題號	能力指標	
91~100			
81~90	2	4-n-16	能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角。 (同 4-s-04)
71~80	6	4-n-14	能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。
61~70			
51~60			
41~50			
31~40	23	4-n-14	能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。
21~30			
11~20			
0~10			

答對率	幾何		
	題號	能力指標	
91~100			
81~90	3	4-s-06	能理解平面上直角、垂直與平行的意義。
71~80			
61~70	13	4-s-05	能理解旋轉角(包括平角和周角)的意義。
51~60	17	4-s-03	能認識平面圖形全等的意義。
	19	4-s-01	能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。
41~50	8	4-s-07	能認識平行四邊形和梯形。
31~40	25	4-s-01	能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。
21~30			
11~20			
0~10			

答對率	代數		
	題號	能力指標	
91~100			
81~90			
71~80			
61~70			
51~60	18	4-a-02	能在四則混合計算中，運用數的運算性質。
41~50			
31~40			
21~30	21	4-a-01	能在具體情境中，理解乘法結合律。
11~20			
0~10			

答對率	統計與機率		
	題號	能力指標	
91~100			
81~90	5	4-d-01	能報讀生活中常用的長條圖。
71~80	9	4-d-02	能報讀生活中常用的折線圖。
61~70			
51~60			
41~50			
31~40			
21~30			
11~20			
0~10			

陸、整體教學建議

一、學生整體表現

由表 6-1 觀之，本次測驗全體學生的平均通過率是 58%。從學生在各評量指標-知識向度與認知向度的解題表現來看，其中，在知識向度方面，學生在統計與機率向度的平均通過率最高(80%)，其次是量與實測向度(65%)、幾何向度(58%)、數與計算向度(55%)，而在代數向度的平均通過率最低(40%)；在認知向度方面，學生在程序執行向度的平均通過率最高(75%)，在解題思考向度平均通過率最低(43%)。進一步分析資料，學生在統計與機率*程序執行向度的平均通過率最佳（全：80%，高分組：96%，低分組：56%）；學生在量與實測*解題思考向度的平均通過率（全：35%，高分組：52%，低分組：23%）最低。

此結果顯示針對四年級學生的數學課室教學，教師對於建立學生量感，以及解題思考能力，除重視基本概念之講解說明與程序運算的練習之外，亦要多提供促進學生思考與討論的應用性問題，提升學生更高階段的學習成效。

表 6-1 數學領域四年級正式題本試題數據-雙向細目表

四	概念理解			程序執行			解題思考			小計				
	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率		分組	通過率		
數與計算	11、12、 14、22	全	0.60	1、4、 7、15	全	0.70	10、 16、 20、24	全	0.37	共 12 題	全	0.55		
		高	0.79		高	0.87		高	0.56		高	0.74		
		低	0.38		低	0.49		低	0.19		低	0.35		
量與實測				2、6	全	0.79	23	全	0.35	共 3 題	全	0.65		
					高	0.97		高	0.52		高	0.82		
					低	0.53		低	0.23		低	0.43		
幾何	3、8、17	全	0.62				13、 19、25	全	0.53	共 6 題	全	0.58		
		高	0.78					高	0.75		高	0.77		
		低	0.43					低	0.31		低	0.37		
代數	18、21	全	0.40							共 2 題	全	0.40		
		高	0.62								高	0.62	高	0.62
		低	0.20								低	0.20	低	0.20
統計與機率				5、9	全	0.80				共 2 題	全	0.80		
					高	0.96					高	0.96		
					低	0.56					低	0.56		

四	概念理解			程序執行			解題思考			小計		
	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率		分組	通過率
小計	共 9 題	全	0.56	共 8 題	全	0.75	共 8 題	全	0.43	共 25 題	全	0.58
		高	0.75		高	0.92		高	0.63		高	0.76
		低	0.36		低	0.52		低	0.24		低	0.37

二、對學習待加強學生的觀察

本次測驗對象是國小四年級的學生，測驗的內容是以九年一貫課程綱要-數學領域中所羅列之四年級學生應學習的分年細目作為命題依據。因此，高、低分組學生在這些題目的答對率上應相距不遠；但是，由上表 6-1 呈現的數據發現，有些題目高分組學生與低分組學生的通過率落差很大。因此，我們特別針對鑑別度較高的試題(第 7、10、12、16、18、19 題) 再做進一步的分析與討論，提供老師作為教學上的參考。

(一) 大單位位值單位換算

1. 評量目標

第 7 題(試題如下)對應的分年細目是「4-n-01 能透過位值概念，延伸整數的認識到大數(含「億」、「兆」之位名)，並做位值單位的換算。」，本題給定一個八位數及改變百萬位和萬位數字後得到的新八位數，要求學生算出這兩個八位數的差，評量學生大單位位值單位換算及大數加減直式計算的能力。

將 12345678 的百萬位數字 2 加 2，萬位數字 4 減 2，其他位的數字不變，得到一個新的甲數，請問甲數和 12345678 相差多少？

- ① 2020000
- ② 1980000
- ③ 1080000
- ④ 1008000

2. 試題分析

本題鑑別度為 0.5，正確答案為選項②，通過率為 69%。其中高分組通過率為 91%，顯示超過九成的高分組學生已具備大單位位值單位換算或大數加減直式計算的能力；低分組的通過率為 41%，其他三個誘答選項的選項率分別是 20%、23%、15%，顯示約六成低分組學生不具備大單位位值單位換算或大數加減直

式計算的能力。

(1)有 12%的學生選擇選項①(高分組有 5%、低分組有 20%)，這些學生可能誤解題意，他們將百萬位數字 2 加 2，但是把萬數字 4 減 2 解讀成 4 加 2， $14365678 - 12345678 = 2020000$ ；也可能誤解題意，把百萬位數字 2 加 2 解讀成 2 減 2，萬位數字 4 減 2， $12345678 - 10325678 = 2020000$ 。

(2)有 11%的學生選擇選項③(高分組有 2%、低分組有 23%)，有 8%的學生選擇選項④(高分組有 1%、低分組有 15%)，這些學生可能不具備位值單位換算的能力；也可能已具備位值單位換算的能力，但在減法計算時發生錯誤。

3.教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1)學生可能有兩種解題的方法：

方法一：改記成八位數字後再計算

百萬位數字 2 加 2，萬位數字 4 減 2，將數字 12345678 改記成 14325678。

$$14325678 - 12345678 = 1980000$$

方法二：利用位值直接計算

百萬位數字 2 加 2，數值多了 2000000

萬位數字 4 減 2，數值少了 20000

$$2000000 - 20000 = 1980000$$

教師應幫助使方法一解題的學生，嘗試改用方法二來解題。

(2)百萬位數字 2 有兩種意義：

第一種：描述百萬單位的個數，也就是 2 個 1000000。

第二種：換成以一為單位的值是 2000000，也就是代表的值是 2000000。

教師應檢查學生是否混淆這兩種意義。

(3)三年級試題第 9 題「將 5678 的千位數字 5 減 2，十位數字 7 加 2，百位數字和個位數字不變，得到一個新的甲數，請問甲數和 5678 相差多少？」的通過率是 65%(高分組 87%、低分組 38%)，本題的通過率是 69%(高分組 91%、低分組 41%)，顯示四年級學生對多單位的認識比三年級學生好一點。

(4)大數的命名包含十進位記數法及萬進位記數法：

十進位記數法將「145240607143825」

這個大數字讀做：一「百兆」四「十兆」五「兆」二「千億」四「百億」零「十億」六「億」零「千萬」七「百萬」一「十萬」四「萬」三「千」八「百」二「十」五(見下圖)。

百兆	十兆	兆	千億	百億	十億	億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	一
1	4	5	2	4	0	6	0	7	1	4	3	8	2	5

萬進位記數法先將「145240607143825」這個大數字由右自左、四位一撇改記成 145,2406,0714,3825 後，讀做：一百四十五「兆」、二千四百零六「億」、七百一十四「萬」、三千八百二十五(見下圖)。

兆	億	萬	一
145	2406	0714	3825

英、美等西方國家及我國的金融界都習慣使用千進位記數法，千進位記數法以「個、十、百」這組數詞為基礎，利用 1 千以內的數量來描述有多少個「一(one)」、多少個「千(thousand)」、多少個「百萬(million)」、多少個「十億(billion)」...等，所以遇到大數字時，經常每三位一撇做一個記號，例如先將 10234567891 這個大數字改記成 10,234,567,891 後，讀做 ten 「billion」,two hundred and thirty-four 「million」,five hundred and sixty-seven 「thousand」,eight hundred and ninety one。

(5)進行「萬」、「億」及「兆」單位教學時，必須進行 1 萬到 9999 萬、1 億到 9999 億、以及 1 兆到 9999 兆的命名。

以「萬」單位的教學為例，十進位記數法逢十進一，學生只要學會 1 萬到 9 萬，10 個「萬」就換成 1 個「十萬」，「萬」的個數最多只有 9 個；而萬進位記數法逢萬進一，學生必須學會 1 萬到 9999 萬，10000 個「萬」才會換成 1 億。

(6)「5 百萬」、「500 萬」和「5000000」都一樣大，而且讀法相同，但是三者所表示單位的意義不同，「5 百萬」是以「百萬」為單位，指的是 5 個「百萬」；「500 萬」是以「萬」為單位，指的是 500 個「萬」；5000000 是以「一」為單位，指的是 5000000 個「一」。

(二) 兩步驟問題的列式

1. 評量目標

第 10 題(試題如下)對應的分年細目是「4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。」，本題是先乘後減的兩步驟文字題，要求學生選出能算出正確答案的算式，評量學生兩步驟問題列式的能力。

「媽媽烘了 78 塊餅乾，不小心烘壞了一些，把烘好的餅乾每 12 塊裝成一包，剛好裝成 6 包，媽媽烘壞了幾塊餅乾？」

下列哪個算式可以算出正確答案？

- ① $78 - 12 \div 6$
- ② $(78 - 12) \div 6$
- ③ $78 - 12 \times 6$
- ④ $(78 - 12) \times 6$

2. 試題分析

本題鑑別度為 0.58，正確答案為選項③，通過率為 45%。其中高分組通過率為 76%，顯示近八成的高分組學生已具備先乘後減兩步驟問題列式的能力；而低分組的通過率為 18%，另有 45%的低分組學生選擇選項②，顯示低分組學生不具備先乘後減兩步驟問題列式的能力，且理解題意的能力明顯不足，常受到關鍵字或單位的影響。

(1)有 31%的學生選擇選項②(高分組有 14%、低分組有 45%)，有 15%的學生選擇選項①(高分組有 8%、低分組有 22%)，這些學生可能不理解題意，依題目數字出現的先後順序列式，題目先出現「78 塊和 12 塊」的單位都是塊，因此先相減，後出現「剛好裝成 6 包」是分裝的語意，因此除以 6。其中選擇選項②的學生可能知道「括號先算及先乘除後加減」運算次序的

約定，列出算式 $(78-12)\div 6$ ；而選擇選項①的學生不知道「括號先算及先乘除後加減」運算次序的約定，直接列出算式 $78-12\div 6$ 。

(2)有 8%的學生選擇選項④(高分組有 2%、低分組有 15%)，這些學生可能不理解題意，將先乘後減的兩步驟問題解讀為先減後乘的兩步驟問題。

3.教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1)低分組學生解兩步驟問題時，最常遇到的困難是不知道以算式「 $12\times 6=72$ 」算出「6包有 72 塊」後，所得到的「72 塊」還可以繼續運算，誤以為「72 塊」就是答案。教師可透過分段布題的方式幫助學生解題，並用兩個算式記錄解題活動。

(2)如果學生不理解題意，建議教師透過操作具體物的方式來說明題意，並要求學生再操作一次具體物，檢查學生是否理解題意。

教師請注意，學生不理解題意是溝通的問題，不是主要的數學教學問題，主要的數學教學問題是學生理解題意後，如何解題。

(3)能在具體情境中，解決兩步驟問題的教學順序如下：

二年級：在具體情境中，解決「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題。

三年級：在具體情境中，解決「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題。

四年級：在具體情境中，解決「乘、除」及「連除」兩步驟問題。

六年級：分數兩步驟問題及小數兩步驟問題。

(4)下面以「媽媽烘了 78 塊餅乾，不小心烘壞了一些，把烘好的餅乾每 12 塊裝成一包，剛好裝成 6 包，媽媽烘壞了幾塊餅乾？」為例，說明兩步驟問題的教學流程。

步驟一：用兩個算式記錄解題活動

$$12\times 6=72, 78-72=6, \text{答：烘壞了 6 塊。}$$

步驟二：將兩個算式改記成併式的記法

$$\text{將「}12\times 6=72, 78-72=6\text{」改記成「}78-(12\times 6)=6\text{」}$$

步驟三：用併式記錄解題活動

$$78-(12\times 6)=6, \text{答：烘壞了 6 塊。}$$

步驟四：用算式填充題來列式

$$78 - (12 \times 6) = (\quad)$$

步驟五：先列式，再用逐次減項記錄解題活動

$$78 - (12 \times 6) = (\quad)$$

$$78 - (12 \times 6)$$

$$= 78 - 72$$

$$= 6, \text{ 答：烘壞了 } 6 \text{ 塊。}$$

(5) 四年級兩步驟計算問題中，只會用到①括號先算、②先乘除後加減、③由左往右算，這三個約定其中的一個約定。

括號先算： $13 - (2 + 5) = 13 - 7 = 6$

$$7 \times (5 - 2) = 7 \times 3 = 21$$

先乘除後加減： $5 + 3 \times 4 = 5 + 12 = 17$

$$12 - 6 \div 2 = 12 - 3 = 9$$

$$5 \times 6 + 2 = 30 + 2 = 32$$

$$60 \div 2 - 9 = 30 - 9 = 21$$

由左往右算： $12 + 3 - 5 = 15 - 5 = 10$

$$12 \div 3 \times 2 = 4 \times 2 = 8$$

建議教師將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題。

第一類：有括號的兩步驟計算問題

括號的部份要先算，簡稱為括號先算。

第二類：沒有括號的兩步驟計算問題

①算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份。

簡稱為先乘除後加減

②算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。簡稱為由左往右算。

(6) 對四年級學生而言，「先乘除後加減」的四則混合計算問題最困難，建議教師透過比較下列左右兩個算式的運算次序，幫助學生發現兩個共同的特徵。

①這些算式中，「加、減」和「乘、除」這兩類運算符號都有。

②左邊的算式有括號，括號的部份要先算，右邊的算式中沒有括號，有乘或除運算的部份要先算。

再說明算式中「加、減」這一類和「乘、除」這一類的運算都有的時候，要先算「乘、除」的部份，稱這種運算次序的約定為「先乘除後加減」。

$(2 \times 3) + 7 = 6 + 7$ $= 13$	$2 \times 3 + 7 = 6 + 7$ $= 13$
$(30 \div 3) - 7 = 10 - 7$ $= 3$	$30 \div 3 - 7 = 10 - 7$ $= 3$
$20 - (3 \times 4) = 20 - 12$ $= 8$	$20 - 3 \times 4 = 20 - 12$ $= 8$
$8 + (12 \div 3) = 8 + 4$ $= 12$	$8 + 12 \div 3 = 8 + 4$ $= 12$

(三) 數線上兩點的距離

1. 評量目標

第 12 題(試題如下)對應的分年細目是「4-n-10 能將簡單分數標記在數線上。」本題給定 3 組在數線上標示兩點分數坐標的情境，要求學生比較哪組兩點的距離最長，評量學生在分數數線上做加、減操作的能力。

數線上 A、B 兩點位置標示的數字是 $2\frac{1}{5}$ 、 $3\frac{4}{5}$ 。

數線上 C、D 兩點位置標示的數字是 $12\frac{1}{5}$ 、 $13\frac{4}{5}$ 。

數線上 E、F 兩點位置標示的數字是 $102\frac{1}{5}$ 、 $103\frac{4}{5}$ 。

請問哪兩點的距離最長？

① A 點和 B 點
 ② C 點和 D 點
 ③ E 點和 F 點
 ④ 它們的距離一樣長

2. 試題分析

本題鑑別度為 0.53，正確答案為選項④，通過率為 69%。其中高分組通過率為 92%，顯示超過九成的高分組學生已能進行數線上刻度與長度的轉換，並能利用減法算式算出給定刻度兩點的距離；低分組通過率為 39%，另有 35%選

擇選項③，他們無法利用減法算式算出給定刻度兩點的距離，且受到數字大小的影響，認為數字較大兩點的距離比較長。

(1)有 19%的學生選擇選項③(高分組有 6%、低分組有 35%)，這些學生可能無法進行數線上刻度與長度的轉換，不具備利用減法算式計算分數數線上給定坐標兩點距離的能力，誤以為標示的數字愈大時兩點間的距離就愈大。

(2)有 6%的學生選擇選項①(高分組有 2%、低分組有 12%)，有 6%的學生選擇選項②(高分組有 1%、低分組有 14%)，這些學生可能不理解題意，或尚未具備計算分數數線上給定坐標兩點距離的能力。

3.教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1)學生無法進行數線上刻度和距離(長度)間的轉換，例如看到刻度 5，無法想到刻度 0 和刻度 5 的距離是 5 個單位。教師可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的刻度 5 有下列兩種意義：

第一種：在數線上的位置(或坐標)是 5。

第二種：和原點 0 的距離是 5。

(2)教師應幫助學生察覺下面五類問題間滿足同構的關係

第一：順序數(序數)和集合數(基數)的互換

例如甲排第 7 個，可以得到第 1 個到甲，共有 7 個人。

第二：直尺上刻度與距離的互換

例如看到刻度 7，可以得到刻度 0 到刻度 7 的距離是 7 公分。

第三：數線上刻度(坐標)與距離(長度)的互換

例如看到坐標 7，可以得到坐標 0 到坐標 7 的距離是 7 個單位。

第四：量角器上刻度與旋轉角度的互換

例如看到刻度 20 度，可以得到刻度 0 度到刻度 20 度間旋轉了 20 度。

第五：時間數線上時刻與時間的互換

例如看到時刻 3 時 20 分，可以得到 0 時 0 分到 3 時 20 分中間經過 3 小時 20 分鐘。

(3)三年級第 14 題「數線上 A 、 B 兩點位置標示的數字是 12、18。數線上 C 、 D 兩點位置標示的數字是 312、318。數線上 E 、 F 兩點位置標示的數字是 7512、7518。請問哪兩點的距離最長？」；五年級第 4 題「數線上 A 、 B 兩點位置所標示的數字分別是 5.3、8.3。數線上 C 、 D 兩點位置所標示的數字分別是 85.3、88.3。數線上 E 、 F 兩點位置所標示的數字分別是 725.3、728.3。請問哪兩點的距離最長？」都是求兩點距離的題目，三年級給的數字是整數，四年級給的數字是同分母的分數，五年級給的數字是小數。

	三年級	四年級	五年級
通過率(%)	66	69	67
高分組(%)	93	92	94
低分組(%)	33	39	36

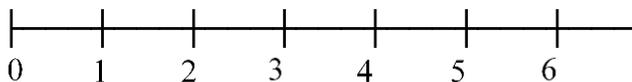
選擇數字大 \Rightarrow 距離長

	三年級	四年級	五年級
通過率(%)	23	19	18
高分組(%)	06	06	04
低分組(%)	40	35	32

由上面的數據可以發現，三年級無法解決兩點距離的學生，到五年級還是無法解決。

(4)教師可以透過下列方法繪製分數數線，幫助學生認識分數數線：

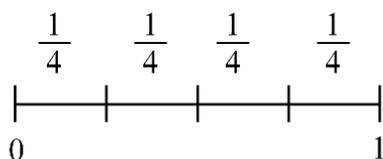
步驟一：先復習整數數線的意義，幫助學生標示出整數數線 0、1、2、...



步驟二：先建立 0 和 1 間的分數數線。

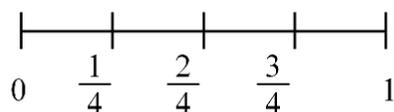
0 和 1 兩點間的距離是 1，將 1 平分成 4 份，其中的 1 份長 $\frac{1}{4}$ ，

在數線標示每一份的長是 $\frac{1}{4}$ 。



步驟三：透過和 0 的距離是多少的想法，標示出數線上的分數。

數線上的 $\frac{1}{4}$ 指的是 $\frac{1}{4}$ 和 0 的距離是 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{2}{4}$ 指的是 $\frac{2}{4}$ 和 0 的距離是 2 個 $\frac{1}{4}$ ，也就是 $\frac{2}{4}$ ， $\frac{3}{4}$ 指的是 $\frac{3}{4}$ 和 0 的距離是 3 個 $\frac{1}{4}$ ，也就是 $\frac{3}{4}$ 。

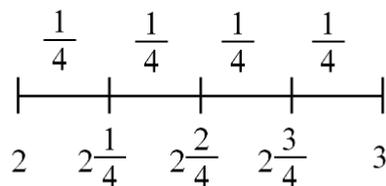


步驟四：仿前面建立 0 和 1 間分數數線的步驟，建立其它的分數數線。

下面以建立 2 和 3 之間的分數數線為例說明：

先標示整數數線 0、1、2、3、...

數線上的 $2\frac{1}{4}$ 指的是 $2\frac{1}{4}$ 和 2 的距離是 $\frac{1}{4}$ ， $2\frac{2}{4}$ 指的是 $2\frac{2}{4}$ 和 2 的距離是 $\frac{2}{4}$ ， $2\frac{3}{4}$ 指的是 $2\frac{3}{4}$ 和 2 的距離是 $\frac{3}{4}$ 。



步驟五：幫助學生建立其它的分數數線。

(四) 除數變成一半時商和餘數的關係

1. 評量目標

第 16 題(試題如下)對應的分年細目是「4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算。」，本題給定將一堆蘋果平分給 36 個人的結果($\square \div 36 = 26 \dots 23$)，要求學生選出將這堆蘋果重新平分給 18 個人的結果($\square \div 18 = () \dots ()$)，評量學生較大位數的除法直式計算能力。

將一堆蘋果平分給 36 人，每人分到 26 顆，還剩下 23 顆蘋果。
如果將這一堆蘋果全部平分給 18 人，每個人最多可以分到幾顆蘋果？
剩下多少顆蘋果？

- ①每人分到 53 顆蘋果，剩下 5 顆蘋果
- ②每人分到 52 顆蘋果，剩下 23 顆蘋果
- ③每人分到 13 顆蘋果，剩下 12 顆蘋果
- ④每人分到 13 顆蘋果，剩下 11 顆蘋果

2. 試題分析

本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項①，通過率為 53%。其中高分組通過率為 80%，顯示八成的高分組學生已能利用「 $\square \div 36 = 26 \dots 23$ 」的已知條件，算出「 $\square \div 18$ 」的商及餘數；低分組通過率為 26%，其他三個誘答選項的選項率分別是 29%、26%、18%，顯示低分組學生可能不具備較大位數的除法直式計算能力。

(1)有 21%(高分組有 12%、低分組有 29%)的學生選擇選項②，他們知道除數(平分的人數)變為一半時，商(每人分到的顆數)會變成 2 倍，餘數(剩下的顆數)不變。但是沒有注意餘數必須小於除數的約定。

(2)有 15%的學生選擇選項③(高分組有 4%、低分組有 26%)，有 10%的學生選擇選項④(高分組有 3%、低分組有 18%)，這些學生可能不具備較大位數的除法直式計算能力，誤以為平分的人數變為一半時，每個人分到的顆數及剩下的顆數也變為一半。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1)三年級第 15 題「將一堆蘋果平分給 8 個人，每個人分到 26 顆，還剩下 6 顆。如果將這一堆蘋果全部平分給 4 個人，每個人最多可以分到幾顆蘋果？還剩下多少顆蘋果？」的通過率是 46%(高分組有 76%、低分組有 23%)，本題的通過率是 53%(高分組有 80%、低分組有 26%)，顯示四年級的學生因為有比較多整數除法解題的經驗，解這類問題的能力略勝三年級的學生。

(2)本題有兩種解題的方法

方法一：先算出這堆蘋果的顆數，再算出平分給 18 個人的結果

$$36 \times 26 = 936, 936 + 23 = 959, \text{ 透過乘除互逆,}$$

算出這堆蘋果有 959 顆。

$$959 \div 18 = 53 \dots 5, \text{ 得到每人分到 53 顆蘋果, 還剩下 5 顆蘋果的答}$$

案。

方法二：利用平分的人數變成一半時，每人分到的蘋果顆數會變成 2 倍的性質解題

$$\square \div 36 = 26 \dots 23, \text{ 所以 } \square \div 18 = 52 \dots 23, \text{ 因為餘數必須小於除數,}$$

所以剩下的 23 顆蘋果還要再分給 18 個人，得到每人分到 53 顆蘋果，還剩下 5 顆蘋果的答案。

教師應幫助利用方法一解題的學生改用方法二來解題。

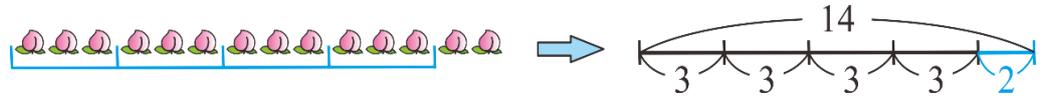
(3)學生可能沒有察覺「被除數固定時，除數變大、商會變小，除數變小、商會變大」的現象，並延伸至「被除數固定時，除數變成 2 倍、商會變成一半」的現象。教師應幫助學生理解除法算式的意義，理解除法算式的意義包含下列部份：

- ①知道「被除數」、「除數」、「商」、「餘數」的名稱及意義。
- ②理解商及餘數的意義，知道餘數可以為 0，而且一定要小於除數。
- ③理解商及餘數的意義，知道被除數減餘數後就能整除。

(4)學生無法掌握有餘數問題情境乘除互逆的關係。

餘數不是 0 情境的乘除互逆比較困難，教師可以布置「桌上有 14 顆桃子，一堆桃子有 3 顆，共有 4 堆，剩下 2 顆桃子」的情境，幫助學生理解該情境，同時可以解讀成「1 堆桃子有 3 顆，4 堆桃子有 12 顆，加上剩下的 2 顆桃子，共有 14 顆桃子，可以記成 $3 \times 4 + 2 = 14$ 」，「14 顆桃子，平分成 4 堆，一堆有 3 顆桃子，還剩下 2 顆桃子，可以記成 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」，「14 顆桃子，每 3 顆分一堆，能分成 4 堆，還剩下 2 顆桃子，可以記成 $14 \div 3 = 4 \dots 2$ 」，幫助學生認識餘數不是 0 情境的乘除互逆。

教師也可以將上述桃子的情境，改用下面的線段圖來表徵。在線段圖中也可以同時看到「 $3 \times 4 + 2 = 14$ 」、「 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」及「 $14 \div 3 = 4 \dots 2$ 」。



(5)下面以「26 顆桃子，平分成幾堆後，每堆有 3 顆，還剩下 2 顆？」為例，說明如何幫助學生利用乘除互逆的關係來解題。

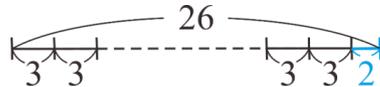
提供兩種幫助學生利用乘除互逆關係解題的方法：

第一種：透過文字題的情境

「26 顆桃子，平分成幾堆後，每堆有 3 顆，還剩下 2 顆」和「26 個桃子，拿走 2 顆桃子後，每 3 顆桃子分成一堆，全部可以分成幾堆桃子」的意思相同，因此可以利用 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = 8$ ，算出平分成 8 堆。

第二種：透過線段圖

線段圖中可以知道 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = \square$ 和 $26 \div 3 = \square \dots 2$ 的意思相同，可以利用 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = 8$ 算出有 8 堆桃子。



(五) 整數的加減運算性質

1. 評量目標

第 18 題(試題如下)對應的分年細目是「4-a-02 能在四則混合計算中，運用數的運算性質。」，評量學生利用數的加減混合運算性質「 $a + b - c = a - c + b$ 」、「 $a + b + c = a + c + b$ 」、「 $a - b - c = a - c - b$ 」解題的能力。

請問下列算式何者錯誤？

- ① $10000 + 5024 - 2987 = 10000 - 5024 + 2987$
- ② $10000 - 5024 + 2987 = 10000 + 2987 - 5024$
- ③ $10000 + 5024 + 2987 = 5024 + 2987 + 10000$
- ④ $10000 - 5024 - 2987 = 10000 - 2987 - 5024$

2. 試題分析

本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項①，通過率為 51%。其中高分組通過率為 80%，顯示八成的高分組學生已具備利用數的加減混合運算性質

「 $a+b-c=a-c+b$ 」、「 $a+b+c=a+c+b$ 」、「 $a-b-c=a-c-b$ 」解題的能力；低分組通過率為 25%，其他三個誘答選項的選項率分別是 23%、31%、21%，顯示低分組學生可能不具備利用數的加減混合運算性質解題的能力。

(1)有 19%的學生選擇選項③(高分組有 6%、低分組有 31%)，這些學生可能不具備利用數的加減混合運算性質解題的能力，認為「 $a+b+c=a+c+b$ 」不成立。

(2)有 17%的學生選擇選項②(高分組有 9%、低分組有 23%)，這些學生可能不具備利用數的加減混合運算性質解題的能力，認為「 $a+b-c=a-c+b$ 」成立，但是「 $a-c+b=a+b-c$ 」不成立。

(3)有 13%的學生選擇選項④(高分組有 5%、低分組有 21%)，這些學生可能不具備利用數的加減混合運算性質解題的能力，認為「 $a-b-c=a-c-b$ 」不成立。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1)數的加減混合運算性質：

①三數相加時，加法順序改變並不影響其和

② $a+b-c=a-c+b$

③ $a-b-c=a-(b+c)$

國小階段不處理 $a-b+c=a-(b-c)$

(2)學生沒有數感或估算的能力，建議教師應隨時提醒學生，四則運算的問題可以利用估算來判斷答案的合理性。

以本題為例，如將 5024 看成 5000，2987 看成 3000，應該很容易判斷正確及錯誤的選項。

(3)以「甲有 80 元，給乙 10 元，給丙 20 元，還剩下多少元？」為例，說明如何幫助學生理解 $a-b-c=a-(b+c)$

步驟一：先提供兩種解題的方法，限制用併式來記錄解題過程

$$\text{方法一：} 80-10-20=50$$

$$\text{方法二：} 80-(10+20)=50$$

步驟二：幫助學生看到這兩個算式的答案相同

$$\text{可以記成 } 80-(10+20)=80-10-20$$

$$\text{或 } 80-10-20=80-(10+20)$$

步驟三：幫助學生察覺這兩種方法都是合理的算法，因此不必算出答案也知道它們的答案一定相等。

(六) 辨認鈍角三角形

1. 評量目標

第 19 題(試題如下)對應的分年細目是「4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。」，本題給定鈍角三角形中鈍角的角度，要求學生選出不可能是其他角的角度，評量學生辨認鈍角三角形的能力。

鈍角三角形 ABC 中角 A 的角度是 92 度，下列何者不可能是角 B 的角度？

- ① 1 度
- ② 45 度
- ③ 85 度
- ④ 90 度

2. 試題分析

本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項④，通過率為 53%。其中高分組通過率為 80%，顯示八成的高分組學生已具備辨認鈍角三角形的能力；低分組通過率為 27%，另有 46%的低分組學生選擇選項①，顯示低分組學生可能不具備辨認鈍角三角形的能力，選擇日常生活及課堂活動中較少出現的 1 度角為答案。(1)有 34%的學生選擇選項①(高分組有 17%、低分組有 46%)，這些學生可能不具備辨識鈍角三角形的能力；也可能在日常生活中或課堂活動中很少看到角度是 1 度的角，這些學生可能認為三角形中不會存在角度是 1 度的角。

(2)有 7%的學生選擇選項②(低分組有 14%)，有 6%的學生選擇選項③(低分組有 13%)，這些學生可能不具備辨識鈍角三角形的能力。

3.教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1)教師不宜透過「有一個角是鈍角的三角形」來定義鈍角三角形，教師應透過「有一個角是鈍角、其它二個角是銳角的三角形」來定義鈍角三角形。

因為五年級才引入「三角形三內角和為 180 度」的性質，四年級學生不知道有一個角是鈍角的三角形，其他兩個角一定是銳角。

(2)在日常生活中或課堂活動中學生很少看到角度是 1 度的角，因此學生認為三角形中不會存在角度是 1 度的角。教師應說明雖然很少見到 1 度的角，但是還是可以做出或量出 1 度的角。

(3)分年細目 4-s-01 透過「角」與「邊」的特徵比對，辨認下列三角形，也就是給下列三角形下定義。

等腰三角形：兩邊等長或三邊都等長的三角形。

直角三角形：有一個角是直角，另兩個角是銳角的三角形。

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

鈍角三角形：有一個角是鈍角，另兩個角是銳角的三角形。

等腰直角三角形：有一個角是直角的等腰三角形。

正三角形：三邊都等長的三角形。

(4)有三種定義直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形的方法：

第一種：直角三角形：有一個角是直角、其它二個角是銳角的三角形。

鈍角三角形：有一個角是鈍角、其它二個角是銳角的三角形。

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

第二種：直角三角形：有一個角是直角的三角形。

鈍角三角形：有一個角是鈍角的三角形。

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

第三種：直角三角形：最大角是直角的三角形。

 鈍角三角形：最大角是鈍角的三角形。

 銳角三角形：最大角是銳角的三角形。

因為五年級才引入三角形內角和為 180 度的性質，學生不知道一個角是直角或鈍角時，其它兩個角一定是銳角，因此四年級限制使用第一種方法定義直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形。

110 年學力檢測題本 數學四年級

作答注意事項：

各位同學：

你們好。

這是一份數學的試題，總共 25 題。

測驗時間為 40 分鐘。

每一題請選出一個最合適的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡畫記，不可超出格線外，如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，再重新畫記。

畫記說明：

當你想選擇的答案為④時，正確畫記為① ② ③ ●

其他事項：

★ 每一題都要回答。

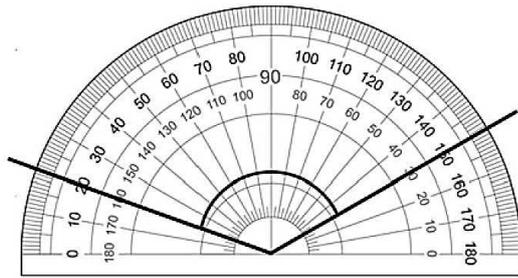
★ 試題如有錯誤，請立即告知老師。

學 校	
班 級	
姓 名	
座 號	

1. 曉華的爸爸買了一臺冷氣機，用分期付款的方式付費，每期要付 802 元，總共要付 12 期，請問 12 期一共付了多少元？

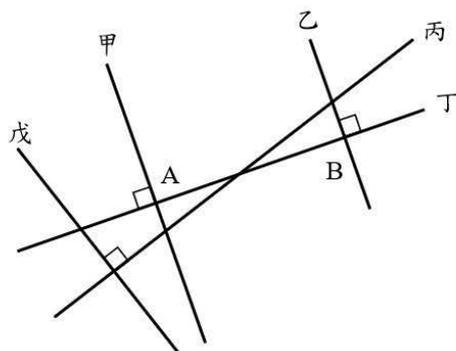
- ① 9624 元
- ② 8184 元
- ③ 2424 元
- ④ 984 元

2. 小明用量角器測量圖中的角，請問這個角的角度是多少度？



- ① 20 度
- ② 30 度
- ③ 130 度
- ④ 150 度

3. 下圖中甲、乙、丙、丁、戊為五條線， A 點為甲線跟丁線的交點， B 點為乙線跟丁線的交點。請問下列敘述何者錯誤？



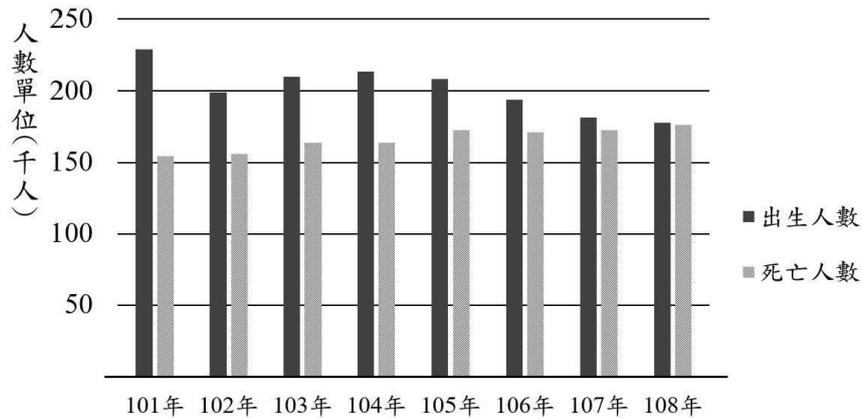
- ① 甲、乙兩線平行
 - ② 甲、戊兩線平行
 - ③ 乙、丁兩線垂直
 - ④ 丙、戊兩線垂直
4. 將「六千五百萬」記成數字，數字 5 的後面需要再寫幾個 0 ？

- ① 2 個
- ② 5 個
- ③ 6 個
- ④ 8 個

2

請繼續作答！

5. 下圖為民國 101 年至 108 年的出生人數與死亡人數統計圖。
請問 105 年到 108 年出生人數與死亡人數的變化為何？



民國101年至108年出生人數與死亡人數統計圖

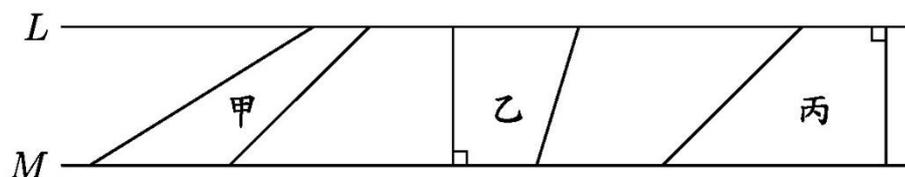
- ① 出生人數越來越多
 ② 出生人數與死亡人數差距越來越小
 ③ 出生人數與死亡人數差距一直不變
 ④ 出生人數一直都在 20 萬人以下
6. 媽媽到菜市場買豬肉，連籃子一起秤是 3 公斤 1 公克。
已知籃子淨重 502 公克，請問豬肉重多少公斤多少公克？

- ① 2 公斤 499 公克
 ② 2 公斤 508 公克
 ③ 2 公斤 602 公克
 ④ 3 公斤 503 公克

7. 將 12345678 的百萬位數字 2 加 2，萬位數字 4 減 2，其他位的數字不變，得到一個新的甲數，請問甲數和 12345678 相差多少？

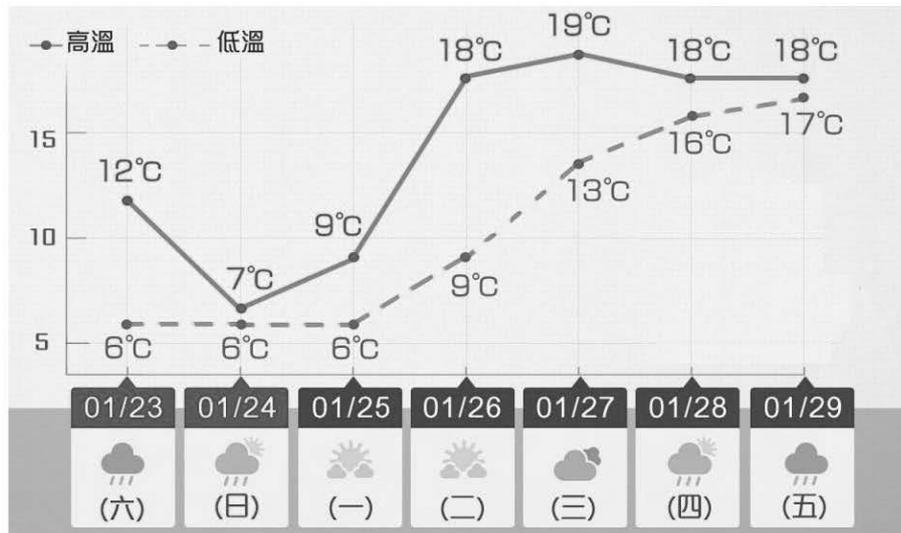
- ① 2020000
- ② 1980000
- ③ 1080000
- ④ 1008000

8. L 和 M 是互相平行的兩條直線，下列關於梯形的敘述何者正確？



- ① 只有甲和丙是梯形
- ② 只有乙和丙是梯形
- ③ 三個圖形都是梯形
- ④ 三個圖形都不是梯形

9. 下圖為 1 月 23 日至 1 月 29 日的氣溫預報圖，
請問有關圖中溫度的敘述，下列何者正確？



1 月 23 日至 1 月 29 日的氣溫預報圖

- ① 1 月 23 日高溫跟低溫的差距最小
 ② 1 月 27 日高溫跟低溫的差距最大
 ③ 最低溫度出現在 1 月 26 日
 ④ 最高溫度出現在 1 月 27 日
10. 「媽媽烘了 78 塊餅乾，不小心烘壞了一些，把烘好的餅乾每 12 塊裝成一包，剛好裝成 6 包，媽媽烘壞了幾塊餅乾？」
下列哪個算式可以算出正確答案？

- ① $78 - 12 \div 6$
 ② $(78 - 12) \div 6$
 ③ $78 - 12 \times 6$
 ④ $(78 - 12) \times 6$

11. 運動會選手有 5246 人，一人分一頂帽子。

帽子 100 頂裝一包，至少要準備幾包？也就是多少頂帽子？

- ① 至少準備 53 包，也就是 5300 頂帽子
- ② 至少準備 52 包，也就是 5200 頂帽子
- ③ 至少準備 6 包，也就是 6000 頂帽子
- ④ 至少準備 5 包，也就是 5000 頂帽子

12. 數線上 A 、 B 兩點位置標示的數字是 $2\frac{1}{5}$ 、 $3\frac{4}{5}$ 。

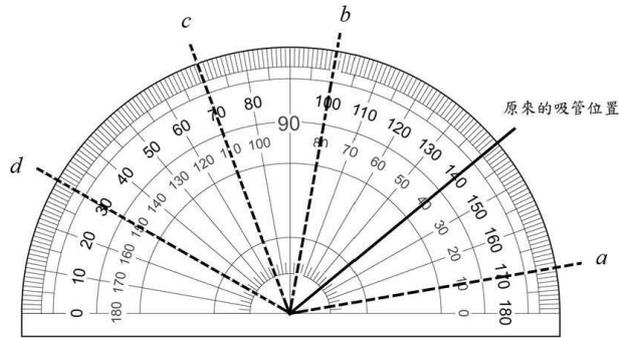
數線上 C 、 D 兩點位置標示的數字是 $12\frac{1}{5}$ 、 $13\frac{4}{5}$ 。

數線上 E 、 F 兩點位置標示的數字是 $102\frac{1}{5}$ 、 $103\frac{4}{5}$ 。

請問哪兩點的距離最長？

- ① A 點和 B 點
- ② C 點和 D 點
- ③ E 點和 F 點
- ④ 它們的距離一樣長

13. 如下圖，有一支吸管原本在 140 度的位置，如果先將它逆時針旋轉 70 度，再順時針旋轉 30 度，最後會停在圖中 *a*、*b*、*c*、*d* 的哪個位置？



- ① *a*
 ② *b*
 ③ *c*
 ④ *d*
14. 藥局將藥膏平分成 16 罐，每罐有 8 公克，剩下 3 公克。
 如果將這些藥膏重新分裝，全部平分裝成 16 瓶，一瓶有多少公克？

- ① $8\frac{1}{8}$ 公克
 ② $8\frac{3}{8}$ 公克
 ③ $8\frac{3}{16}$ 公克
 ④ $8\frac{8}{16}$ 公克

15. 算算看，52 億 25 萬 - 26 億 55 萬 = ？

① 2599700000

② 259700000

③ 99700000

④ 25700000

16. 將一堆蘋果平分給 36 人，每人分到 26 顆，還剩下 23 顆蘋果。
如果將這一堆蘋果全部平分給 18 人，每個人最多可以分到幾顆蘋果？
剩下多少顆蘋果？

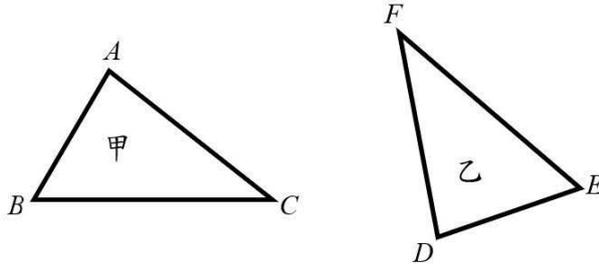
① 每人分到 53 顆蘋果，剩下 5 顆蘋果

② 每人分到 52 顆蘋果，剩下 23 顆蘋果

③ 每人分到 13 顆蘋果，剩下 12 顆蘋果

④ 每人分到 13 顆蘋果，剩下 11 顆蘋果

17. 如圖，三角形甲和三角形乙是全等的三角形，邊 AB 和邊 DE 的長度相等，角 A 和角 D 的角度相等。下列敘述何者正確？



- ① 邊 AC 和邊 EF 的長度相等
 - ② 邊 BC 的對應邊是邊 EF
 - ③ 角 B 和角 F 的角度相等
 - ④ 角 C 的對應角是角 E
18. 請問下列算式何者錯誤？
- ① $10000 + 5024 - 2987 = 10000 - 5024 + 2987$
 - ② $10000 - 5024 + 2987 = 10000 + 2987 - 5024$
 - ③ $10000 + 5024 + 2987 = 5024 + 2987 + 10000$
 - ④ $10000 - 5024 - 2987 = 10000 - 2987 - 5024$

19. 鈍角三角形 ABC 中角 A 的角度是 92 度，
下列何者不可能是角 B 的角度？

- ① 1 度
- ② 45 度
- ③ 85 度
- ④ 90 度

20. 一條緞帶長 8 公尺，芳芳把 1 條緞帶平分成 5 段，用其中的 1 段布置教室，請問芳芳用了多少緞帶？

甲說：用了 $\frac{1}{5}$ 條緞帶

乙說：用了 $\frac{8}{5}$ 公尺緞帶

請問哪些人的說法正確？

- ① 只有甲
- ② 只有乙
- ③ 甲和乙都正確
- ④ 甲和乙都不正確

21. 「快樂國小有 25 個班級，每班有 4 位模範生，校長要送每位模範生 9 個口罩，請問總共需要幾個口罩？」

下列哪些算式能算出正確的答案？

甲： $(9 \times 4) \times 25$

乙： $9 \times (4 \times 25)$

丙： $(4 \times 25) \times 9$

丁： $4 \times (9 \times 25)$

- ① 只有甲和乙
- ② 只有乙和丙
- ③ 只有甲、乙和丙
- ④ 甲、乙、丙和丁

22. 甲： $48 \div 3 \times 2 = 48 \div 6 = 8$

乙： $348 - 56 + 156 = 348 - 100 = 248$

丙： $34 + 16 \times 7 = 50 \times 7 = 350$

請問上面哪些算式的算法和答案都正確？

- ① 只有甲
- ② 只有甲和乙
- ③ 三個都正確
- ④ 三個都不正確

23. $2 \text{ 公尺 } 30 \text{ 公分} + 7100 \text{ 公分} = \text{甲公尺乙公分}$
 $2 \text{ 公里 } 30 \text{ 公尺} + 7100 \text{ 公尺} = \text{丙公里丁公尺}$
請問下列敘述何者正確？
(1 公里 = 1000 公尺，1 公尺 = 100 公分。)

- ① 甲 = 73 ，乙 = 30 ，丙 = 73 ，丁 = 30
- ② 甲 = 73 ，乙 = 30 ，丙 = 9 ，丁 = 130
- ③ 甲 = 9 ，乙 = 130 ，丙 = 73 ，丁 = 30
- ④ 甲 = 9 ，乙 = 130 ，丙 = 9 ，丁 = 130

24. 0.20 、0.30 都是二位小數。請問比 0 大、比 1 小的二位小數共有幾個？

- ① 9 個
- ② 10 個
- ③ 90 個
- ④ 99 個

25. 下列是甲、乙和丙三人對等腰直角三角形的說法？

甲說：只有兩條邊一樣長
乙說：只有兩個角一樣大
丙說：最大的角是直角

請問哪些人的說法正確？

- ① 只有甲和乙
- ② 只有甲和丙
- ③ 只有乙和丙
- ④ 甲、乙、丙都正確