

110 年度縣市學生學習能力檢測

數學五年級施測結果報告

國立臺中教育大學

測驗統計與適性學習研究中心

中華民國 111 年 02 月

目錄

壹、背景與目的	1
一、背景	1
二、目的	1
貳、參與縣市與檢測規模	2
參、檢測對象與檢測工具	3
一、檢測對象	3
二、檢測工具	4
肆、試題分析與教學建議	6
伍、整體學力表現分析	76
一、不同背景變項學生整體學力表現分析	76
二、國民小學五年級學生於不同能力指標之答對率	79
陸、整體教學建議	82
一、學生整體表現	82
二、對學習待加強學生的觀察	83
柒、附錄	100

壹、背景與目的

一、背景

測驗與評量是教育歷程中十分重要的一環，透過學力檢測可協助師生瞭解學生之學習成效與升學進路，及早發現待加強學生並啟動積極性教學介入，教育當局亦能評估施行的相關政策，透過調節教育資源來強化發展教學成效。107 年開始，桃園市等五縣市以委託形式，由國立臺中教育大學測驗統計與適性學習研究中心協助辦理縣市學生學習能力檢測試題研發暨資料分析工作，108 年起，改以中心自辦學力檢測研發，各縣市依需求參與形式運作，110 年度有基隆市、新北市、桃園市、新竹縣、新竹市、雲林縣、嘉義縣、嘉義市、臺南市、屏東縣、花蓮縣、澎湖縣以及金門縣等十三縣市共同參與，檢測對象為國民中小學一年級至八年級學生，檢測科目包含國語文、數學、英語文和自然。此份報告係根據檢測分析結果撰寫，現場教師可據以瞭解學生於各評量向度之表現情形，進而對學生進行適性適才之教學；教育決策者亦可更精準的將相關資源挹注於需求性相對較高的教育現場，讓教育和教學有效的朝「把每一個孩子帶上來」的方向前進。

二、目的

- (一) 測驗專責單位統一研發試題，降低各縣市命題壓力和研發成本。
- (二) 國民小學及國民中學學生學習能力檢測分析結果，協助教師瞭解學生學習概況以及科目內有待加強之內容向度。
- (三) 不同背景變項國民小學及國民中學學生學習能力表現之差異分析，可做為學校輔導或教育政策研擬之參考。

貳、參與縣市與檢測規模

本年度縣市學生學習能力檢測於 110 年 9 月 14 日進行，數學五年級施測人數為 71,025。各縣市在數學五年級之詳細參與情形如下表 2-1 所示：

表 2-1 110 年度國民小學學生學習能力檢測數學五年級縣市參與情形

參與縣市	報名學生人數	到考人數
基隆市	2,411	2,355
新北市	29,150	28,386
新竹縣	5,524	5,409
新竹市	4,411	4,103
雲林縣	4,776	4,670
嘉義市	2,314	2,270
嘉義縣	2,845	2,783
臺南市	12,722	12,470
屏東縣	5,268	5,171
花蓮縣	2,348	2,307
澎湖縣	534	522
金門縣	584	579
總計	72,887	71,025

參、檢測對象與檢測工具

一、檢測對象

110 年參與國立臺中教育大學所承辦「國民小學數學五年級學習能力檢測」者為基隆市、新北市、新竹縣、新竹市、雲林縣、嘉義縣、嘉義市、臺南市、屏東縣、花蓮縣、澎湖縣及金門縣等十二縣市之國民小學五年級學生(未排除資源班及特殊生)，應考名冊羅列 72,887 人、實際施測人數 71,025 人，其中男生 36,960 人、女生 33,861 人、未填寫性別 204 人，整體缺考率約為 2.6%。

根據教育部統計處資料顯示，109 學年我國國民小學校數為 2,631 校，參與本次學力檢測計 1,207 校，約佔全國國民小學總校數之 45.9%。參照傅仰止、蘇國賢、吳齊殷、廖培珊、謝淑惠(2018)對臺灣鄉鎮市區類型研究之分類，由於該計畫未包含金門縣和連江縣，本中心參考傅仰止等人(2018)研究的因子及縣市地區的人口結構，將金門縣鄉鎮市區類型分類。本次參與數學五年級學力檢測學校之 1,207 校中隸屬都會核心者(人口密度、專科以上教育、青壯年人口及服務業百分比最高)23 校、工商市區(僅次於都會核心之商業高度發展地區)131 校、新興市鎮(同時具有活絡的工業生產活動以及商業服務和相關工作能力)160 校、傳統產業市鎮(就業人口供給較低、老年居民較多，僅能固守既有的傳統產業)149 校、低度發展鄉鎮(就業人口及教育程度低，老年人口偏多，無明顯工商業活動與發展)250 校、高齡化鄉鎮(工商服務相關屬性最低，較低人口密度與教育程度)374 校、偏遠鄉鎮(低度工商業發展，存有最低層教育程度及人數稀少的居民)120 校。

二、檢測工具

「國民小學數學五年級學習能力檢測」(以下簡稱學力檢測)是由國立臺南大學教育系教授邀集臺南市現職國民小學教師組成命題團隊,一同編製、檢視而成。本次學力檢測試題包括「評量指標-知識向度」與「評量指標-認知向度」等兩個向度。其中,評量指標-知識向度包含數與計算、量與實測、幾何以及代數等四個向度;評量指標-認知向度包含概念理解、程序執行與解題思考等三個向度。學力檢測施測之正式題本總題數為 25 題,試題評量架構與試題各面向之題數分布如下表 3-1 所示。

表 3-1 數學領域五年級正式題本評量指標架構與試題之題數分布

知識向度 \ 認知向度	概念理解	程序執行	解題思考
數與計算	5	6	3
量與實測	0	2	1
幾何	3	0	2
代數	1	0	2

(一) 評量架構

命題團隊為顧及試題分布之均衡性,依概念理解、程序執行與解題思考等三個評量指標-認知向度;數與計算、量與實測以及幾何等三個評量指標-知識向度,二個面向進行測驗試題之設計。「**數與計算**」包括在具體情境中的整數的四則與混合計算、因數與倍數(含公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數)、分數的擴分、約分以及四則運算、數線上的分數與小數、運用小數的加、減與乘法解決生活中的問題;「**量與實測**」包括體積單位「立方公尺」、「立方公分」以及「立方公尺」的換算與解決日常生活的問題;「**幾何**」包括三角形的性質(內角和、邊長關係)、扇形與圓心角、平面圖形的面積公式、長方體和正方體的體積公式、長方體和正方體的表面積;「**代數**」包括能在具體情境中,理解乘法對加法的分配律與其他乘除混合計算之性質,並運用於簡化計算。詳細試題內容於各評量指標之分布題數如下表 3-2 所示:

表 3-2 數學領域五年級施測正式題本於評量指標之題數分析

向度		能力指標	題數	題號
數與計算	概念理解	5-n-05、5-n-08、5-n-11、 5-n-13	5	1、2、4、12、24
	程序執行	5-n-01、5-n-03、5-n-06、 5-n-07、5-n-08、5-n-13	6	3、7、10、13、 15、16
	解題思考	5-n-02、5-n-09、5-n-12	3	5、11、21
量與實測	程序執行	5-n-15	2	9、23
	解題思考	5-n-18	1	8
幾何	概念理解	5-s-01、5-s-03、5-s-04	3	6、19、25
	解題思考	5-s-01、5-s-02	2	14、20
代數	概念理解	5-a-01	1	18
	解題思考	5-a-01、5-a-03	2	17、22

(二) 預試

國民小學數學五年級學習能力檢測於 110 年 3 月 2 日至 110 年 3 月 19 日間進行預試，預試樣本為基隆市、新北市、雲林縣、嘉義縣、屏東縣及金門縣之國民小學六年級學生共 1,147 人。預試資料回收後先進行初步資料整理，後進行選答率、鑑別度以及通過率分析。分析後召開試題修審會議，符合(1)正確選項之選答率低於錯誤選項之選答率；(2)鑑別度低於 0.15；(3)錯誤選項之選答率過低三標準任一項的試題，由命審題委員提出討論並視需要進行修正。

肆、試題分析與教學建議

報告先分析「110年國民小學數學五年級學生學習能力檢測」結果，再針對各試題提供相關建議。

整份試卷未作答、連續五題或五題以上未作答和答對率低於0.25，且作答反應中有疑似亂答者為無效樣本，予以刪除，最終納入分析之有效樣本數為70,548人，其中各科試題分析結果呈現時所涉及的名詞分別定義如下表4-1：

表 4-1 試題分析名詞解釋

高分組	參與測驗有效樣本總分排名前 27%之學生。
低分組	參與測驗有效樣本總分排名後 27%之學生。
選答率	參與測驗有效樣本於此試題選答各選項之比率。
通過率	參與測驗有效樣本之試題答對率。
鑑別度	高分組試題答對率與低分組試題答對率之差。

試題代碼：本次學力檢測試題分析報告中，每道數學題幹均配有一組試題代碼「110-Mn₁-□n₂-n₃」。其中，M表示「數學科」；n₁表示「n₁年級」；□表示「知識向度」（A：數與計算；B：量與實測；C：幾何；D：代數）；n₂表示「認知向度」（1：概念理解；2：程序執行；3：解題思考）；n₃表示「題號」（01表示第1題）。

題號	試題代碼		答案				
1	110-M5-A1-01		2				
評量指標	5-n-05 能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。						
知識向度	數與計算	認知向度		概念理解			
題目	<p>已知「1、2、3、4、6、8、12、24」是24所有的因數。 請問下列何者是24和42的最大公因數？</p> <p>① 3 ② 6 ③ 8 ④ 12</p>						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：77%
	全 體	0.04	0.77	0.05	0.14	0.00	
	高分組	0.01	0.92	0.03	0.05	0.00	鑑別度：0.35
	低分組	0.08	0.57	0.09	0.26	0.00	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定24的所有因數，要求學生找出24和42的最大公因數，評量學生找出兩數最大因數的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.35，正確答案為選項②，通過率為77%，顯示近八成的學生已具備找出兩數最大因數的能力。
2. 有4%的學生選擇選項①(低分組有8%)，5%的學生選擇選項③(低分組有9%)，14%的學生選擇選項④(低分組有26%)，這些學生可能不具備找出兩數最大公因數的能力；也可能已具備找出兩數最大公因數的能力，但是在判斷該數是否為42因數時計算發生錯誤；也可能先找出42所有的因數後，再找出兩數的公因數，但是在找出42所有因數時計算發生錯誤。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	2-n-08 能理解九九乘法。	5-n-05 能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。	6-n-02 能用短除法求兩數的最大公因數、最小公倍數。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能無法掌握公因數的意義，先找出42所有的因數後，再找出兩數的公因數，因為找42所有的因數計算繁雜，可能在計算發生錯誤。
2. 學生可能不知道公因數是兩數共同的因數，只要逐一判斷給定24的因數是否

也是 42 的因數，即可找出 24 和 42 的公因數及最大公因數。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容限制五年級透過列出兩數所有因數的方式，尋找兩數的公因數及最大公因數；透過列出兩數部份倍數的方式，尋找兩數的公倍數及最小公倍數。
2. 國小五年級引入因數問題時，給定的數字多在九九乘法的範圍，因此部份教師喜歡透過乘法算式幫助學生認識因數。建議教師必須提供學生利用除法判斷因數的解題經驗，因為當數字變大時，無法直接利用乘法算式找出因數，以「23 是否為 12581 的因數」為例，學生不易透過乘法算式「 $23 \times () = 12581$ 」來判斷，必須透過除法算式「 $12581 \div 23$ 」來判斷。
3. 以「求 18 和 24 的所有公因數」為例，有兩種解題的方法。
方法一：分別求出 18 和 24 的所有因數，再找出共同的因數 1、2、3、6，共同的因數為 18 和 24 的公因數。
方法二：先求出 18 所有的因數 1、2、3、6、9、18，再判斷這些數是否為 24 的因數。
1、2、3、6 是 18 的因數，也是 24 的因數，所以 1、2、3、6 是 18 和 24 的公因數。
教師應引入方法二，幫助學生簡化求公因數的解題過程。
4. 當學生求出 1、2、3、6 是 18 和 24 的公因數，6 是 18 和 24 的最大公因數後，教師應幫助學生認識公因數 1、2、3、6 是最大公因數 6 的因數，為六年級利用短除法解公因數的文字題鋪路。六年級利用短除法解題時，只能求出最大公因數，無法求出所有的公因數。

題號	試題代碼					答案	
2	110-M5-A1-02					2	
評量指標	5-n-11 能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	已知「 $1.325 \times 98.8 = 130.91$ 」，請問 $1325 \times 988 = ?$ ① 13091000 ② 1309100 ③ 130910 ④ 13091						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：69%
	全 體	0.08	0.69	0.08	0.16	0.00	
	高分組	0.03	0.88	0.02	0.06	0.00	鑑別度：0.41
	低分組	0.12	0.48	0.14	0.26	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定三位小數乘以一位小數的算式，要求學生算出相同數字整數相乘的積，評量學生利用小數乘法直式計算解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.41，正確答案為選項②，通過率為 69%，顯示近七成的學生已具備利用小數乘法直式計算解題的能力。
2. 有 16% 的學生選擇選項④(低分組有 26%)，這些學生可能尚未具備利用小數乘法直式計算解題的能力；這些學生可能知道 m 位小數乘以 n 位小數時，算出相同數字整數的乘積後，小數點要移 $(m+n)$ 位，但是記錯小數點移位的方向， 1.325 小數點左邊只有一個數字，看成一 位小數， 98.8 小數點左邊有二個數字，看成二位小數，因此將 130.91 的小數點往左移三位，得到 13091 的答案；也可能認為 $1.325 \times 98.8 = 130.91$ ，將它轉換成整數乘法 1325×988 時，只要把三位小數乘以一位小數的積變成整數即可，得到 13091 的答案。
3. 有 8% 的學生選擇選項③(低分組有 14%)，這些學生可能尚未具備利用小數乘法直式計算解題的能力；也可能只注意被乘數是三位小數，因此將積 130.91 的小數點往右移三位，得到 130910 的答案。
4. 有 8% 的學生選擇選項①(低分組有 12%)，這些學生可能尚未具備利用小數乘法直式計算解題的能力；也可能已具備利用小數乘法直式計算解題的能力，但在移位時點數發生錯誤。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-n-12 能用直式處理二位小數加、減與整數倍的計算，並解決生活中的問題。	5-n-11 能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。	6-n-08 能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。

三、教學建議

（一）錯誤類型的可能原因

1. 以「 1.325×98.8 」為例，學生算出「 $1325 \times 988 = 1309100$ 」後，因為整數乘積 1309100 中沒有小數點，學生可能混淆小數點移位的關係，不知道該由最右邊的數字 0 往左移 4 位，或由最左邊的數字 1 往右移 4 位。
2. 小數乘法中，積的小數位數 = 被乘數的小數位數 + 乘數的小數位數。
部分學生可能尚未察覺「 m 位小數乘以 n 位小數，小數點向左移 $(m+n)$ 位」的關係。
3. 學生無法應用「 m 位小數乘以 n 位小數，小數點向左移 $(m+n)$ 位」的概念，解決反向問題。
以「 $1.325 \times 98.8 = 130.91$ 」為例，1.325 是三位小數，98.8 是一位小數，三位小數乘以一位小數，是「 1325×988 」乘積的小數點向左移 $(3+1)$ 位，也就是移 4 位。反之，「 1325×988 」是「 1.325×98.8 」乘積的小數點向右移 $(3+1)$ 位，也就是移 4 位。
4. 本題也可以利用估算的方式來解題， 1325×988 的積很接近 1325×1000 ， $1325 \times 1000 = 1325000$ ，選項㉔的答案最接近 1325000。

（二）核心概念與本題的教學重點

1. 下面以「 $245 \times 381 = 93345$ ， $2.45 \times 3.81 = (\quad)$ 」為例，說明如何進行小數乘法的教學。

建議教師先幫助學生理解三位整數乘以三位整數乘法直式算則的意義以及能正確算出「 $245 \times 380 = 93100$ 」後，再依照下面步驟幫助學生解題：

步驟一：幫助學生看到整數除以 10、100、1000、10000 等數，商的小數點位置移位的關係。

$$24689 \div 1 = 24689.$$

$$24689 \div 10 = 2468.9$$

$$24689 \div 100 = 246.89$$

$$24689 \div 1000 = 24.689$$

$$24689 \div 10000 = 2.4689$$

步驟二：透過比對小數乘以小數乘法直式算式和改記成分數乘以分數逐次減項的算式，幫助學生理解小數乘以小數乘法直式算則解題的意義。

$$\begin{aligned}
2.45 \times 3.81 &= \frac{245}{100} \times \frac{381}{100} \\
&= \frac{245 \times 381}{100 \times 100} \quad (\text{先算出 } 245 \times 381 = 93345) \\
&= \frac{93345}{10000} \\
&= 93345 \div 10000 \\
&= 9.3345
\end{aligned}$$

步驟三：將步驟二的解題活動改記成直式。

列出直式	245×381 的乘積	小數點往左移 4 位
$ \begin{array}{r} 2.45 \\ \times 3.81 \\ \hline \end{array} $	$ \begin{array}{r} 2.45 \\ \times 3.81 \\ \hline 245 \\ 1960 \\ 735 \\ \hline 93345 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 2.45 \\ \times 3.81 \\ \hline 245 \\ 1960 \\ 735 \\ \hline 9.3345 \end{array} $

步驟四：幫助學生察覺「m 位小數乘以 n 位小數，小數點向左移(m+n)位」的關係。小數乘法中，積的小數位數＝被乘數的小數位數＋乘數的小數位數。以 2.45×3.81 為例，2.45 是二位小數，3.81 也是二位小數，二位小數乘以二位小數，是 735×245 乘積的小數點向左移(2+2)位，也就是移 4 位。

步驟五：當學生累積相當多「m 位小數乘以 n 位小數，小數點向左移(m+n)位」的解題經驗後，教師重新布題—給定三位整數乘以三位整數及積的算式，要求學生將它們改記成相同數字的二位小數乘以二位小數的積。例如：「245×381＝93345，2.45×3.81＝()」。此部分教學重點在於幫助學生察覺「2.45×3.81」和「245×381＝93345」乘積間的小數點移位的關係。

2. 當學生掌握小數乘以小數乘法直式算則解題的意義後，教師應幫助學生理解小數乘法中，積的小數位數＝被乘數的小數位數＋乘數的小數位數。

以「4.3×1.5＝？」為例，「4.3」是一位小數，「1.5」也是一位小數，在計算一位小數乘以一位小數時，先算出「43×15＝645.」，再將乘積的小數點向左移(1+1)位，也就是移 2 位，就能得到「4.3×1.5＝6.45」。

再以「2.38×1.6＝？」為例，「2.38」是二位小數，「1.6」是一位小數，計算二位小數乘以一位小數時，先算出「238×16＝3808.」，再將乘積的小數點向左移(2+1)位，也就是移 3 位，就能得到「2.38×1.6＝3.808」。

題號	試題代碼				答案		
3	110-M5-A2-03				4		
評量指標	5-n-01 能熟練整數乘、除的直式計算。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	工廠生產 43000 個花片，每 400 個花片裝成一箱，最多可以裝成幾箱？ 剩下幾個花片？ ① 裝成 17 箱，剩下 2 個花片 ② 裝成 17 箱，剩下 200 個花片 ③ 裝成 107 箱，剩下 2 個花片 ④ 裝成 107 箱，剩下 200 個花片						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：68%
	全 體	0.04	0.14	0.14	0.68	0.00	
	高分組	0.01	0.05	0.09	0.85	0.00	鑑別度：0.40
	低分組	0.10	0.25	0.20	0.45	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題是被除數及除數數字後面有多個 0 的包含除問題，要求學生算出商及餘數，評量學生利用整數除法直式計算解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.4，正確答案為選項④，通過率為 68%，顯示近七成的學生已具備利用整數除法直式計算解題的能力。
2. 有 4% 的學生選擇選項①(低分組有 10%)，這些學生可能不具備利用整數除法直式計算解題的能力，將 $43000 \div 400$ 轉換成 $430 \div 4$ 後，計算 $430 \div 4$ 時商忘了補 0，得到商是 17，且直接以 $430 \div 4$ 的餘數 2 為餘數。
3. 有 14% 的學生選擇選項②(低分組有 25%)，這些學生可能不具備利用整數除法直式計算解題的能力，將 $43000 \div 400$ 轉換成 $430 \div 4$ 後，計算 $430 \div 4$ 時商忘了補 0，得到商是 17，但是他們有將 $430 \div 4$ 的餘數 2 轉換成 200。
4. 有 14% 的學生選擇選項③(低分組有 20%)，這些學生可能不具備利用整數除法直式計算解題的能力，將 $43000 \div 400$ 轉換成 $430 \div 4$ 後，正確算出 $430 \div 4$ 的商 107 和餘數 2，但直接以 $430 \div 4$ 的餘數 2 為餘數。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算。	5-n-01 能熟練整數乘、除的直式計算。	6-n-06 能用直式處理小數除法的計算，並解決生活中的問題。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生在做多位數除法問題時，常常會在不夠除時，商忘了補 0，而繼續往下算。
2. 學生不理解被除數和除數同時換單位的解題方法，不知道將 $43000 \div 400$ 轉換成 $430 \div 4$ ，指的是將被除數 43000 和除數 400 同時轉換成以 100 為單位，因此 $430 \div 4$ 的餘數 2 指的是 2 個 100，也就是 200。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 此評量指標為 4-n-03 之後續學習概念，故學生應該已經熟練二位數乘以二位數的直式計算，也熟練四位數乘以一位數、二位數乘以三位數、三位數乘以二位數的直式計算；應該也已經熟練四位數除以一位數、三位數除以二位數的直式計算。而指標 5-n-01 為整數乘、除直式計算的總結。評量時不宜出現太多位數的大數，學生只要熟悉「四位數乘以三位數以內」；「四位數除以三位數以內」的計算即可。
2. 以「 $6000 \div 700 = () \dots ()$ 」為例，說明如何幫助學生解題。
 - (1) 先布問題「60 張百元鈔票，每人分 7 張，最多可以分給多少人？還剩下幾張百元鈔票？也就是多少元？」。
學生可以利用「 $60 \div 7 = 8 \dots 4$ 」，得到可以分給 8 人，還剩下 4 張百元鈔票也就是 400 元的答案。
 - (2) 再布問題「6000 元，每人分 700 元，最多可以分給多少人？還剩下多少元？」，限制學生必須將 6000 元和 700 元都換成 100 元鈔票後再計算，學生將 6000 元換成 60 張 100 元，將 700 元換成 7 張 100 元，透過「 $60 \div 7 = 8 \dots 4$ 」，算出可以分給 8 人，還剩下 4 張百元鈔票，也就是 400 元。教師可以說明此方法是將被除數和除數同時換成以 100 為單位的算法。
3. 教師可引導學生利用被除數和除數同時換單位的算法來檢驗較大數字除法計算的合理性。以檢驗「 $63300 \div 422 = 15$ 」答案的合理性為例，因為 $63300 \div 422$ 的商大約等於 $60000 \div 400 = 600 \div 4 = 150$ ，所以「 $63300 \div 422 = 15$ 」答案不合理。

題號	試題代碼					答案	
4	110-M5-A1-04					4	
評量指標	5-n-13 能將分數、小數標記在數線上。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	數線上 A、B 兩點位置所標示的數字分別是 5.3、8.3。 數線上 C、D 兩點位置所標示的數字分別是 85.3、88.3。 數線上 E、F 兩點位置所標示的數字分別是 725.3、728.3。 請問哪兩點的距離最長？ ① A 點和 B 點 ② C 點和 D 點 ③ E 點和 F 點 ④ 它們的距離一樣長						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：67%
	全 體	0.09	0.06	0.18	0.67	0.00	
	高分組	0.02	0.01	0.04	0.94	0.00	鑑別度：0.58
	低分組	0.19	0.13	0.32	0.36	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定 3 組在數線上標示兩點小數坐標的情境，要求學生比較哪組兩點的距離最長，評量學生在小數數線上做加、減操作的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.58，正確答案為選項④，通過率為 67%，顯示近七成的學生已具備計算小數數線上給定坐標兩點距離的能力。
2. 有 18% 的學生選擇選項③(低分組有 32%)，這些學生可能尚未具備計算小數數線上給定坐標兩點距離的能力，誤以為標示的數字愈大時兩點間的距離就愈大。
3. 有 9% 的學生選擇選項①(低分組有 19%)、有 6% 的學生選擇選項②(低分組有 13%)，這些學生可能尚未具備計算小數數線上給定坐標兩點距離的能力。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-n-10 能將簡單分數標記在數線上。	5-n-13 能將分數、小數標記在數線上。	7-n-08 能理解數線，數線上兩點的距離公式，及能藉數線上數的位置驗證數的大小關係

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生無法進行數線上的刻度和長度間的轉換關係，例如看到刻度 5.67 時，無法將刻度 5.67 轉換成刻度 0 和刻度 5.67 的距離是 5.67 的關係。
2. 學生可能利用兩點數字的大小來判斷兩點的距離，誤認為標示的數字愈大時兩點間的距離就愈大。
3. 三年級第 14 題「數線上 A、B 兩點位置標示的數字是 12、18。數線上 C、D 兩點位置標示的數字是 312、318。數線上 E、F 兩點位置標示的數字是 7512、7518。請問哪兩點的距離最長？」；四年級第 12 題「數線上 A、B 兩點位置標示的數字是 $2\frac{1}{5}$ 、 $3\frac{4}{5}$ 。數線上 C、D 兩點位置標示的數字是 $12\frac{1}{5}$ 、 $13\frac{4}{5}$ 。

數線上 E、F 兩點位置標示的數字是 $102\frac{1}{5}$ 、 $103\frac{4}{5}$ 。請問哪兩點的距離最長？」

都是求兩點距離的題目，三年級給的數字是整數，四年級給的數字是同分母的分數，五年級給的數字是小數。

	三年級	四年級	五年級
通過率(%)	66	69	67
高分組(%)	93	92	94
低分組(%)	33	39	36

選擇數字大 ⇨ 距離長

	三年級	四年級	五年級
通過率(%)	23	19	18
高分組(%)	06	06	04
低分組(%)	40	35	32

由上面的數據可以發現，三年級無法解決兩點距離的學生，到五年級還是無法解決。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 刻度和距離

可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的刻度 5 有下列兩種意義：

- (1) 在數線上的位置(或坐標)是 5。
- (2) 和原點 0 的距離是 5。

再以「數線上 A、B 兩點位置標示的數字是 12、18」為例，教師可以先說明 12 指的是 0 和 12 的距離是 12，18 指的是 0 和 18 的距離是 18，可以利用 $18 - 12 = 6$ 算出數線上 12 和 18 兩點的距離是 6。

相同的方式，可以算出 5.3、8.3 兩點的距離，以及 85.3、88.3 和 725.3、728.3 兩點的距離都相等。

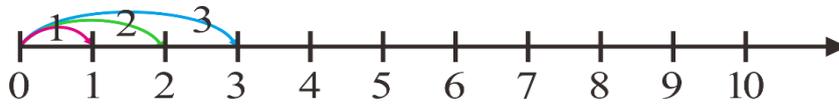
2. 整數數線

教師可以透過下列方法繪製數線，幫助學生理解整數數線的意義。

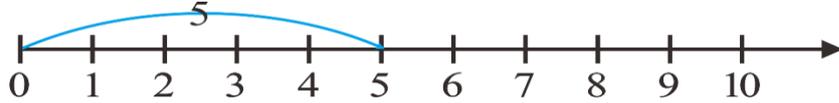
步驟一：先利用直尺上的公分刻度繪製有刻度的數線，並標示相鄰兩刻度間的距離都是 1(單位)。



步驟二：再幫助學生將最左邊的刻度上標示 0，在和 0 距離 1 的刻度上標示 1，在和 0 距離 2 的刻度上標示 2，在和 0 距離 3 的刻度上標示 3，以此類推。



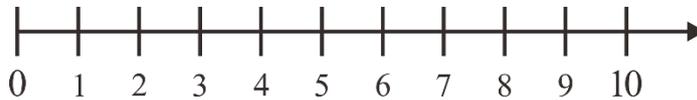
步驟三：說明相鄰兩刻度的距離都是 1(單位)，刻度 5 和 0 的距離是 5(單位)。



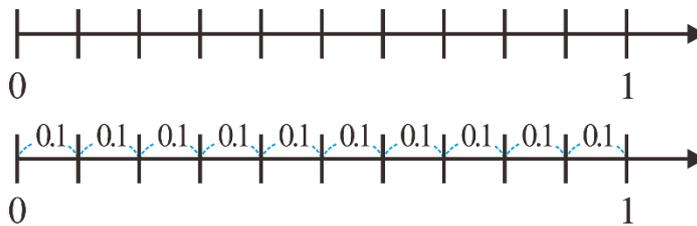
3. 小數數線

教師可以透過下列方法幫助學生理解小數數線：

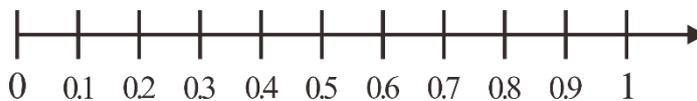
步驟一：以 1 公分為單位，利用直尺上的公分刻度繪製整數數線，並說明刻度 1 指的是 0 和 1 的距離是 1，刻度 2 指的是 0 和 2 的距離是 2，……。幫助學生理解整數數線的意義。



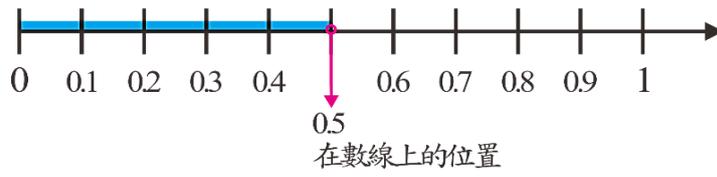
步驟二：以 10 公分為 1 單位，1 公分為 0.1 單位，利用直尺上的公分刻度，幫助學生理解小數數線的意義。如下所示：



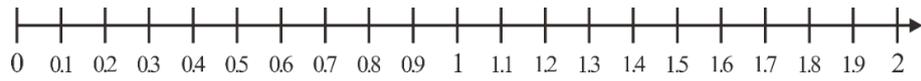
步驟三：將一位純小數標示在小數數線上，並理解刻度 0.1 和刻度 0 的距離是 0.1 單位，刻度 0.5 和刻度 0 的距離是 5 個 0.1 單位，也就是 0.5 單位，……。如下所示：



刻度0.5和原點0
在數線上的距離是0.5個單位



步驟四：將小數數線擴充至1以上。



題號	試題代碼			答案			
5	110-M5-A1-05			4			
評量指標	5-n-02 能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	<p>「媽媽把 1200 毫升的紅茶和 900 毫升的牛奶混合成奶茶後，平分裝成 6 杯。哥哥喝了 2 杯，請問他喝了多少毫升的奶茶？」</p> <p>下列哪個算式可以算出正確答案？</p> <p>① $1200 \div 6 + 900 \div 6$</p> <p>② $1200 + 900 \div 6 \times 2$</p> <p>③ $(1200 + 900) \div 6 \div 2$</p> <p>④ $(1200 + 900) \div 6 \times 2$</p>						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：62%
	全 體	0.03	0.07	0.28	0.62	0.00	
	高分組	0.00	0.02	0.07	0.90	0.00	鑑別度：0.59
	低分組	0.07	0.14	0.47	0.31	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題是先加後除再乘的三步驟問題，要求學生選出解題的算式，評量學生三步驟問題列式的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項④，通過率為 62%，顯示超過六成的學生已具備三步驟問題列式的能力。
2. 有 3% 的學生選擇選項①(低分組有 7%)，這些學生可能不具備三步驟問題列式的能力。
3. 有 7% 的學生選擇選項②(低分組有 14%)，這些學生可能已具備三步驟問題列式的能力，但是沒有注意「括號先算」運算次序的約定，沒有將先加的兩數加上括號。
4. 有 28% 的學生選擇選項③(低分組有 47%)，這些學生可能誤解題意，將先加後除再乘的三步驟問題解讀為先加後除再除的三步驟問題。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。	5-n-02 能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。	6-n-05 能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。 6-n-08 能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能可以使用多個算式紀錄解題活動，但是無法將這些算式改記成併式，導致無法列式。
2. 學生可能已具備列式的能力，但在列式時，不理會「括號先算」、「先乘除後加減」及「由左往右算」運算次序的約定。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本指標首次引入三步驟問題，三步驟問題的教學順序如下：
 - (1) 能在具體情境中，解決三步驟問題。
 - (2) 能用一個併式，記錄三步驟問題的解題活動，並認識「括號先算」、「先乘除後加減」及「由左往右算」運算次序的約定。
 - (3) 能先列式，再用逐次減項的記法記錄三步驟問題的解題過程。
2. 下面以「小洋原本有 100 元，買了 2 個 25 元的麵包後，爸爸又給他 48 元，請問小洋現在有多少元？」為例，說明三步驟問題的教學流程。
 - (1) 用一個併式及一個算式記錄解題活動
 $100 - 25 \times 2 = 50$ ， $50 + 48 = 98$ ，答：現在有 98 元。
 - (2) 將一個併式及一個算式改記成併式的記法
將「 $100 - 25 \times 2 = 50$ ， $50 + 48 = 98$ 」改記成「 $100 - 25 \times 2 + 48 = 98$ 」
 - (3) 用併式記錄解題活動
 $100 - 25 \times 2 + 48 = 98$ ，答：現在有 98 元。
 - (4) 用算式填充題來列式
 $100 - 25 \times 2 + 48 = ()$
 - (5) 先列式，再用逐次減項的記法記錄解題活動
 $100 - 25 \times 2 + 48 = ()$
 $100 - 25 \times 2 + 48$
 $= 100 - 50 + 48$
 $= 50 + 48$
 $= 98$ ，答：現在有 98 元。
3. 以逐次減項的記法「 $5 \times (12 + 8) - 10 = 5 \times 20 - 10 = 100 - 10 = 90$ 」為例，逐次減項是以下解題過程的摘要記法：
 $5 \times (12 + 8) - 10 = 5 \times 20 - 10$ ，
 $5 \times 20 - 10 = 100 - 10$ ，
 $100 - 10 = 90$
因為等號滿足遞移性($A = B$ ， $B = C$ ， $C = D$ ，所以 $A = D$)，
所以 $5 \times (12 + 8) - 10 = 90$
逐次減項記法中除了把重複出現的算式「 $5 \times 20 - 10$ 」和「 $100 - 10$ 」只記一次之外，還把解題過程最重要的部份「因為等號滿足遞移性，所以 $5 \times (12 + 8) - 10 = 90$ 」也省略了。教師可以透過詢問為什麼「 $5 \times (12 + 8) - 10$ 」的答案是 90，檢查

學生是否掌握利用等號遞移性記錄的意義。

4. 學生面對沒有見過的多步驟問題時，只能用多個算式來記錄解題活動，學生解題成功後，教師應要求學生將多個算式改記成併式。以後再遇到相同的問題時，應要求學生先用併式來列式，再利用逐次減項的記法記錄解題活動。儘量要求學生以併式的方法思考與演算，這是代數列式的前置經驗。

題號	試題代碼					答案	
6	110-M5-C1-06					1	
評量指標	5-s-01 能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。						
知識向度	幾何		認知向度		概念理解		
題目	三角形 ABC 中角 A 的角度是 92 度，下列何者 <u>不可能</u> 是角 B 的角度？ ① 88 度 ② 85 度 ③ 45 度 ④ 1 度						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：51%
	全 體	0.51	0.04	0.05	0.40	0.00	
	高分組	0.79	0.01	0.01	0.19	0.00	鑑別度：0.55
	低分組	0.24	0.09	0.10	0.56	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定三角形一個鈍角的角度，要求學生選出不可能是三角形其他角的角度，評量學生利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項①，通過率為 51%，顯示超過五成的學生已具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力。
2. 有 40% 的學生選擇選項④(低分組有 56%)，這些學生可能尚未具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力；也可能在日常生活中或課堂活動中很少看到角度是 1 度的角，這些學生可能認為三角形中不會存在角度是 1 度的角。
3. 有 5% 的學生選擇選項③(低分組有 10%)、有 4% 的學生選擇選項②(低分組有 9%)，這些學生可能尚未具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-s-04 能認識角，並比較角的大小。	5-s-01 能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。	8-s-10 能理解三角形的基本性質。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 在日常生活中或課堂活動中學生很少看到角度是 1 度的角，因此認為三角形中不會存在角度是 1 度的角。
2. 四年級教師不宜透過「有一個角是鈍角的三角形」來定義鈍角三角形，四年級教師應透過「有一個角是鈍角、其它二個角是銳角的三角形」來定義鈍角三角

形。因為五年級才引入「三角形三內角和為 180 度」的性質，四年級學生不知道有一個角是鈍角的三角形，其他兩個角一定是銳角。

五年級教師應先複習四年級的定義，並說明因為已經學過三角形內角和為 180 度，因此有一個角是鈍角時，另外兩個角一定是銳角，所以可以將四年級的定義簡化為「有一個角是鈍角的三角形稱為鈍角三角形」。

3. 四年級第 19 題「鈍角三角形 ABC 中角 A 的角度是 92 度，下列何者不可能是角 B 的角度？」和本題類似，差別是四年級說明三角形是鈍角三角形，五年級只說明是三角形。

	四年級	五年級	
通過率	53	51	⇒ 減少 2%
高分組	80	79	⇒ 減少 1%
低分組	27	24	⇒ 減少 3%

選擇 1 度的學生

	四年級	五年級	
通過率	34	40	⇒ 增加 6%
高分組	17	19	⇒ 增加 2%
低分組	46	56	⇒ 增加 10%

由上面的數據可以發現，五年級學生學過三角形內角和為 180 度的性質後，對鈍角三角形定義的掌握並沒有增加，更令人憂心的是，選擇 1 度的學生增加了 6%，其中含 2% 的高分組學生及 10% 的低分組學生。

建議五年級教師應先複習四年級的定義，並說明因為已經學過三角形內角和為 180 度，因此有一個角是鈍角時，另外兩個角一定是銳角，所以可以將四年級的定義簡化為「有一個角是鈍角的三角形稱為鈍角三角形」。

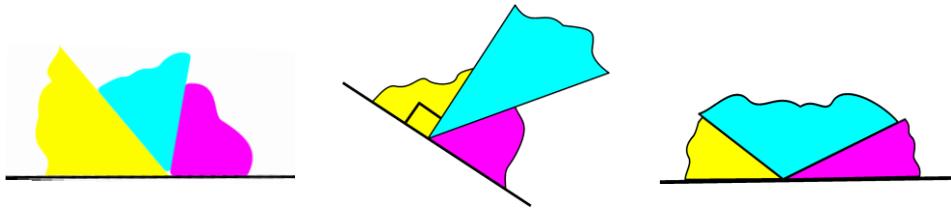
(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 下面提供三種幫助學生理解三角形的內角和是 180 度的方法：

方法一：拿出或畫出很多不同的三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生測量出這些三角形的所有角，再分別算出這些三角形三個角的和。幫助學生察覺所有三角形三個角的角度和大約都是 180 度。

方法二：拿出一些三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生剪下三角形的 3 個角，再將同一個三角形的 3 個角拼湊在一起，幫助學生察覺所有三角形的三個角都可以拼成一個平角，這些三角形 3 個角的角度和大約都是 180 度。

方法三：教師也可以只剪下兩個角，再和沒有剪下的那個角拼湊在一起，也能夠拼出一個平角，得到三角形 3 個角的角度和大約都是 180 度。



2.本分年細目教學重點是所有三角形的內角和都是 180 度，教師不宜只求出某一個三角形的內角和是 180 度，就說明所有三角形的內角和都是 180 度。教師應幫助學生認識，直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形的內角和都是 180 度。

題號	試題代碼					答案	
7	110-M5-A2-07					4	
評量指標	5-n-08 能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	<p>一桶水有 4 公升，請問 $\frac{3}{5}$ 桶水有多少公升？</p> <p>① $\frac{3}{5}$</p> <p>② $\frac{12}{20}$</p> <p>③ $\frac{3}{20}$</p> <p>④ $\frac{12}{5}$</p>						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：43%
	全 體	0.08	0.35	0.14	0.43	0.00	
	高分組	0.03	0.18	0.07	0.71	0.00	鑑別度：0.50
	低分組	0.13	0.45	0.20	0.22	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題是整數乘以分數的文字題，要求學生算出答案，評量學生利用乘數是分數乘法解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.5，正確答案為選項④，通過率為 43%，顯示超過四成的學生已具備利用乘數是分數乘法解題的能力。
2. 有 8% 的學生選擇選項①(低分組有 13%)，這些學生可能不具備利用乘數是分數乘法解題的能力；也可能誤解或不理解題意，將兩個單位不同的數字相加算出答案。
3. 有 35% 的學生選擇選項②(低分組有 45%)，這些學生可能不具備利用乘數是分數乘法解題的能力；也可能知道要用乘法來解題，但在解題時混淆分數乘法和擴分的意義，透過擴分算出答案。
4. 有 14% 的學生選擇選項③(低分組有 20%)，這些學生可能不具備利用乘數是分數乘法解題的能力；也可能知道要用乘法來解題，但是在解題時誤將被乘數 4 乘在乘數分母的部分。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-n-08 能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。	5-n-08 能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。	6-n-05 能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。

三、教學建議

（一）錯誤類型的可能原因

1. 以「1 桶水有 4 公升，3 桶水有多少公升？」為例，學生知道可以透過連加（ $4+4+4=12$ ）來解題，並將連加的算式改記成 $4\times 3=12$ 。但是學生面對「1 桶水有 4 公升， $\frac{3}{5}$ 桶水有多少公升？」時，無法透過連加 $\frac{3}{5}$ 次來解題，也就是說，學生無法類比整數乘法來解乘數是分數的問題。
2. 學生四年級有分數整數倍問題的解題經驗，學生可以透過連加的想法利用乘法來解題，五年級學習了約分與擴分後，學生可能混淆「約分、擴分」與「整數乘以分數」解法的意義，透過將乘數的分子與分母同乘被乘數的方法來解題。

（二）核心概念與本題的教學重點

1. 本學習指標為 4-n-08 之後續學習概念，故學生應該已經能進行分數整數倍的計算。本學習指標學習內容則是將乘數的範圍由整數擴充至分數。
2. 本學習指標建議教師盡量能從適合的生活情境問題入手，首次引入乘數是分數的乘法問題，建議教師布題時依下列順序引入：
 - (1) 整數乘以分數，積是整數的乘法問題。
 - (2) 整數乘以分數，積是分數的乘法問題。
 - (3) 真分數乘以真分數的乘法問題。
 - (4) 假分數乘以假分數的乘法問題。
 - (5) 帶分數乘以帶分數的乘法問題。
3. 下面透過三個問題，說明乘數是分數和整數問題的差異，以及如何幫助學生解乘數為分數的乘法問題。

問題 1：一桶果汁 12 公升，3 桶有多少公升？

問題 2：一桶果汁 $\frac{2}{7}$ 公升，3 桶有多少公升？

問題 3：一桶果汁 12 公升， $\frac{3}{4}$ 桶有多少公升？

【問題 1】是整數乘以整數的乘法問題，學生可以利用連加的算式

「 $12+12+12=36$ 」來解題，並將連加的算式改記成乘法算式「 $12\times 3=36$ 」。

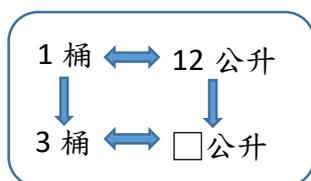
【問題 2】是分數乘以整數的乘法問題，學生也可以利用連加的算式

$$\left[\frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7} \right] \text{ 來解題，並將連加的算式改記成乘法算式}$$

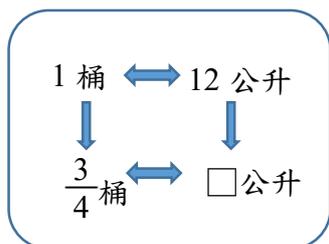
$$\left[\frac{2}{7} \times 3 = \frac{6}{7} \right]。$$

【問題 3】是整數乘以分數的乘法問題，因為 12 無法加 $\frac{3}{4}$ 次，因此無法利用連加的算式算出答案。

建議教師利用比的想法，透過下列的關係式，先幫助學生解決問題 1，再類比問題 1 的解題方式，幫助學生解決問題 3。



1 桶有 12 公升，3 桶是 3 個 1 桶，也就是 3 個 12 公升，可以利用加法 $12 + 12 + 12 = 36$ 或乘法 $12 \times 3 = 36$ ，算出 3 桶有 36 公升。



1 桶有 12 公升， $\frac{3}{4}$ 桶是把 1 桶平分成 4 份，再取出其中的 3 份，可以利用除法 $12 \div 4 = 3$ 和乘法 $3 \times 3 = 9$ ，算出 $\frac{3}{4}$ 桶有 9 公升。

4. 區分「 $20 \div 4$ 」和「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」的意義。

問題 1：一盒蘋果有 20 個，全部平分給 4 個人，每個人分到幾個蘋果？

問題 2：一盒蘋果有 20 個，甲分到 $\frac{1}{4}$ 盒，甲分到幾個蘋果？

問題 3：一盒蘋果有 20 個，乙分到 $\frac{3}{4}$ 盒，乙分到幾個蘋果？

上面三個問題中，【問題 2】和【問題 3】的語意類似，解【問題 3】時，必須先將 20 個蘋果平分成 4 份，再取出其中的 3 份，透過算式「 $20 \div 4 = 5$ ， $5 \times 3 = 15$ 」，可以算出乙分到 15 個蘋果。

因此解【問題 2】時，也必須先將 20 個蘋果平分成 4 份，再拿出其中的 1 份給甲，透過算式「 $20 \div 4 = 5$ ， $5 \times 1 = 5$ 」，才能算出甲分到 5 個蘋果。

但是解【問題 1】時，只要將 20 個蘋果平分成 4 份即可，透過算式「 $20 \div 4 = 5$ 」，可以算出每人分到 5 個蘋果。

由上面的說明可以知道，「 $20 \div 4$ 」和「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」的答案雖然相同，但是「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」

指的是「 $(20 \div 4) \times 1$ 」，所以「 $20 \div 4$ 」只是「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」解題活動中的一部份。

5.問題 1：將 5 公升果汁，平分成 4 份，1 份是多少公升？

問題 2：一桶果汁 5 公升， $\frac{3}{4}$ 桶有多少公升？

【問題 1】是【問題 2】的先備知識，學生必須先解決【問題 1】，才能解決【問題 2】。

1 桶果汁有 5 公升， $\frac{3}{4}$ 桶果汁是把 1 桶果汁平分成 4 份，再取出其中的 3 份，

學生必須先解決把 5 公升平分成 4 份的問題，並用除法算式 $5 \div 4 = \frac{5}{4}$ 記錄解題

過程，才能利用乘法 $\frac{5}{4} \times 3 = \frac{15}{4}$ ，算出 3 份，也就是 $\frac{3}{4}$ 桶有 $\frac{15}{4}$ 公升。

首次引入【問題 2】時，教師不宜直接要求學生利用「 $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ 」來解題，因為學生不易掌握解題的意義。

當學生有一些解題成功的經驗後，教師可以要求學生用算式「 $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後遇到這類問題時，可以直接利用整數乘以分數的

算式「 $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ 」算出答案。

題號	試題代碼					答案	
8	110-M5-B3-08					3	
評量指標	5-n-18 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。 (同 5-s-05)						
知識向度	量與實測		認知向度		解題思考		
題目	<p>有甲、乙、丙 3 個銳角三角形，底都是 18 公分，其中一邊長都是 16 公分。三角形甲的另一邊長是 12 公分，三角形乙的另一邊長是 13 公分，三角形丙的另一邊長是 14 公分。請問哪個三角形的面積最大？</p> <p>① 三角形甲 ② 三角形乙 ③ 三角形丙 ④ 一樣大</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：69%
	全 體	0.08	0.07	0.69	0.15	0.01	
	高分組	0.02	0.01	0.84	0.12	0.00	鑑別度：.036
	低分組	0.16	0.15	0.48	0.20	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定底邊及一邊長都相等，但另一邊長都不相等的三個銳角三角形，要求學生選出面積最大的三角形，評量學生利用三角形面積公式解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.36，正確答案為選項③，通過率為 69%，顯示近七成的學生已具備利用三角形面積公式解題的能力。
2. 有 15% 的學生選擇選項④(低分組有 20%)，這些學生可能不具備利用三角形面積公式解題的能力；也可能已具備利用三角形面積公式解題的能力，但是認為底邊和一邊等長的三個三角形，高也會一樣長。
3. 有 8% 的學生選擇選項①(低分組有 16%)、有 7% 的學生選擇選項②(低分組有 15%)，這些學生可能不具備利用三角形面積公式解題的能力；也可能已具備利用三角形面積公式解題的能力，但是找不到三角形的高。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-n-18 能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。	5-s-05 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-n-18)	6-s-01 能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 題目只給定三角形的底，沒有提供三角形的高，學生無法利用三角形面積公式算出答案。
2. 當三角形的底邊及另一邊的長度固定時，學生無法由第三邊長度的變化察覺三角形高的變化。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 三角形面積公式

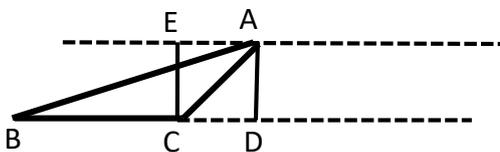
透過將兩個全等的三角形拼成平行四邊形的方式，導出三角形面積公式，其中三角形的底就是拼成平行四邊形的底，三角形的高就是拼成平行四邊形的高。三角形面積 = 平行四邊形面積 $\div 2 = (\text{底} \times \text{高}) \div 2$ 。



學生並不知道兩個全等三角形拼成的四邊形一定是平行四邊形，教師應要求學生檢查拼成的四邊形是平行四邊形；也要強調平行四邊形的底和高互相垂直，所以三角形的底和高也互相垂直，為以後找不同形狀三角形給定底邊求對應高的問題鋪路。

2. 找三角形的高

以「下圖是三角形 ABC，畫出以 BC 為底邊的高」為例，說明如何幫助學生畫高。四年級已有給定一直線 L 及線外一點 P，要求學生畫出過 P 且平行 L 直線的解題經驗，也認識兩平行線間的距離處處相等。教師可以透過上述性質，先將三角形底邊延長，再過頂點 A 畫出和底邊 BC 平行的直線，幫助學生理解兩平行線間的距離相等，所以 EC 和 AD 都是三角形 ABC 的高。



題號	試題代碼					答案	
9	110-M5-B2-09					1	
評量指標	5-n-15 能解決時間的乘除計算問題。						
知識向度	量與實測		認知向度		程序執行		
題目	使用 3D 列印機製作一個鑰匙圈，要花 14 分鐘 31 秒鐘。 連續製作 8 個相同的鑰匙圈，需花幾小時幾分鐘幾秒鐘？ ① 1 小時 56 分鐘 8 秒鐘 ② 1 小時 54 分鐘 48 秒鐘 ③ 1 小時 16 分鐘 8 秒鐘 ④ 1 小時 14 分鐘 48 秒鐘						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：65%
	全 體	0.65	0.14	0.12	0.09	0.00	
	高分組	0.89	0.05	0.04	0.02	0.00	鑑別度：0.54
	低分組	0.35	0.24	0.21	0.19	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題是複名數時間量的乘法問題，要求學生算出答案，評量學生利用複名數時間量乘法計算解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項①，通過率為 65%，顯示六成五的學生已具備利用複名數時間量乘法計算解題的能力。
2. 有 14% 的學生選擇選項②(低分組有 24%)，這些學生可能已具備利用複名數時間量乘法計算解題的能力，但是在秒鐘聚成分鐘的計算出現錯誤，誤認為 1 分鐘=100 秒鐘，學生算出 31 秒的 8 倍是 248 秒後，誤認為 248 秒是 2 分鐘 48 秒，但是這些學生在處理分鐘聚成小時的計算過程是正確的。
3. 有 12% 的學生選擇選項③(低分組有 21%)，這些學生可能已具備利用複名數時間量乘法計算解題的能力，但是在分鐘聚成小時的計算出現錯誤，學生算出 31 秒的 8 倍是 248 秒後，正確的算出 248 秒是 4 分鐘 8 秒，但是在處理 116 分鐘是幾小時的時候，誤認為 1 小時=100 分鐘，算出 116 分鐘是 1 小時 16 分鐘。
4. 有 9% 的學生選擇選項④(低分組有 19%)，這些學生可能已具備利用複名數時間量乘法計算解題的能力，但是在秒鐘聚成分鐘，以及分鐘聚成小時的時候都發生錯誤，誤認為 1 分鐘=100 秒鐘，1 小時=100 分鐘。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-n-13 能解決複名數的時間量的計算問題。	5-n-15 能解決時間的乘除計算問題。	6-n-12 能認識速度的意義及其常用單位。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不知道分鐘、秒鐘時間量複名數的乘法和二位乘以一位的乘法運算方式相同，滿足同構的關係。
2. 低分組學生混淆「1 分鐘=60 秒鐘」、「1 小時=60 分鐘」和十進位或百進位間的關係。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習指標為 4-n-13 之後續學習概念，故學生應該已經能解決複名數時間量的加、減計算及複名數時間量整數倍的乘法計算(不進退位)。本學習指標開始引入可進退位時間量整數倍的乘法計算，以及等分除和包含除情境時間量的除法計算。
2. 以「小明每天長跑時間是 1 小時 30 分鐘，連續 7 天，共跑多少小時多少分鐘？」為例，說明如何幫助學生解題。
步驟一：先複習時間單位的化聚關係，1 小時=60 分鐘，60 分鐘=1 小時。
步驟二：溝通利用時間複名數乘法直式算則解題時，最後答案的分鐘數字不能比 60 大。
步驟三：利用直式算出答案 10 小時 30 分鐘。

小時	分鐘	
1	30	
×	7	
7	210	→ 分鐘的數字不能比60大
+	3 30	→ 210分鐘聚成3小時30分鐘
10	30	→ 答案是10小時30分鐘

題號	試題代碼					答案	
10	110-M5-A2-10					3	
評量指標	5-n-07 能用通分做簡單異分母分數的比較與加減。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	$\text{甲} = \frac{13}{18}, \text{乙} = \frac{16}{24}, \text{丙} = \frac{12}{17}。$ 比比看，哪些分數比 $\frac{2}{3}$ 大？ ①只有甲 ②只有丙 ③甲和丙 ④乙和丙						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：50%
	全 體	0.25	0.15	0.50	0.10	0.01	
	高分組	0.17	0.08	0.73	0.02	0.00	鑑別度：0.43
	低分組	0.27	0.21	0.30	0.20	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定三個分數，要求學生找出比給定分數大的分數，評量學生利用異分母分數大小比較解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.43，正確答案為選項③，通過率為 50%，顯示五成的學生已具備異分母分數大小比較的能力。
2. 有 25% 的學生選擇選項①(低分組有 27%)，這些學生可能尚未具備異分母分數大小比較的能力；也可能已具備異分母分數大小比較的能力，但是算出甲比給定的分數大後，誤認為滿足條件的選項甲就是答案，而未去判斷另兩個分數是否符合題目的條件。
3. 有 15% 的學生選擇選項②(低分組有 21%)、有 10% 的學生選擇選項④(低分組有 20%)，這些學生可能尚未具備異分母分數大小比較的能力。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	5-n-06 能用約分、擴分處理等值分數的換算。	5-n-07 能用通分做簡單異分母分數的比較與加減。	6-n-05 能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能透過通分，比較題目中 4 個分數的大小，因為通分時解題的數字太大，導致計算發生錯誤。
2. 本題必須比較三個分數和 $\frac{2}{3}$ 的大小關係，學生可能只算出一個結果，就直接以此當做題目的答案。

(二) 核心概念與本題的教學重點

以「 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{2}{3}$ ，哪一個分數最大？」為例，說明如何幫助學生解異分母分數的大小比較問題。

1. 透過等值分數解題：

$$\frac{1}{6} \text{ 的等值分數：} \frac{1}{6}, \frac{2}{12}, \frac{3}{18}, \boxed{\frac{4}{24}}, \frac{5}{30}, \frac{6}{36}, \frac{7}{42}, \boxed{\frac{8}{48}}, \frac{9}{54}, \dots$$

$$\frac{3}{8} \text{ 的等值分數：} \frac{3}{8}, \frac{6}{16}, \boxed{\frac{9}{24}}, \frac{12}{32}, \frac{15}{40}, \boxed{\frac{18}{48}}, \frac{21}{56}, \frac{24}{64}, \frac{27}{72}, \dots$$

$$\frac{2}{3} \text{ 的等值分數：} \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}, \frac{14}{21}, \boxed{\frac{16}{24}}, \frac{18}{27}, \frac{20}{30}, \frac{22}{33}, \frac{24}{36}, \frac{26}{39}, \frac{28}{42}, \frac{30}{45}, \boxed{\frac{32}{48}}, \dots$$

$$\frac{1}{6} = \frac{4}{24} = \frac{8}{48}, \quad \frac{3}{8} = \frac{9}{24} = \frac{18}{48}, \quad \frac{2}{3} = \frac{16}{24} = \frac{32}{48}$$

$$\frac{16}{24} > \frac{9}{24} > \frac{4}{24}, \text{ 或 } \frac{32}{48} > \frac{18}{48} > \frac{8}{48}, \text{ 所以 } \frac{2}{3} \text{ 最大。}$$

2. 透過以三分數分母的公倍數為公分母解題

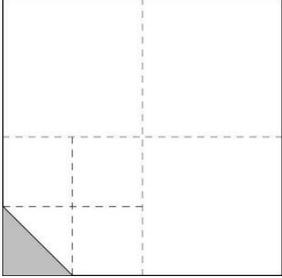
$$\frac{1}{6} \text{ 等值分數的分母：} 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, \dots$$

$$\frac{3}{8} \text{ 等值分數的分母：} 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, \dots$$

$$\frac{2}{3} \text{ 等值分數的分母：} 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 48, \dots$$

$$\frac{1}{6} = \frac{(4)}{24}, \quad \frac{3}{8} = \frac{(9)}{24}, \quad \frac{2}{3} = \frac{(16)}{24}$$

$$\frac{16}{24} > \frac{9}{24} > \frac{4}{24}, \text{ 所以 } \frac{2}{3} \text{ 最大。}$$

題號	試題代碼		答案				
11	110-M5-A3-11		2				
評量指標	5-n-09 能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。						
知識向度	數與計算	認知向度	解題思考				
題目	<p>下圖是 1 張經過多次對摺後的色紙，塗色部份代表多少張色紙？</p>  <p>① $\frac{1}{64}$ ② $\frac{1}{32}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{1}{8}$</p>						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：58%
	全 體	0.05	0.58	0.19	0.17	0.00	
	高分組	0.02	0.87	0.08	0.03	0.00	鑑別度：0.59
	低分組	0.08	0.28	0.31	0.32	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定一張色紙及經過三次等分割後的三角形，要求學生描述三角形是多少張色紙，評量學生利用除數為整數的分數除法解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項②，通過率為 58%，顯示近六成的學生已具備利用除數為整數的分數除法解題的能力。
2. 有 5% 的學生選擇選項①(低分組有 8%)，這些學生可能不具備利用除數為整數的分數除法解題的能力，覺得塗色部分比色紙的面積小很多，所以直接選擇最小的分數 $\frac{1}{64}$ 為答案。
3. 有 19% 的學生選擇選項③(低分組有 31%)，這些學生可能不具備利用除數為整數的分數除法解題的能力；也可能已具備利用除數為整數的分數除法解題的能力，但是只注意到經過兩次四等分割後，最小的正方形是 $\frac{1}{16}$ 張色紙，沒有注意

到塗色部份是 $\frac{1}{16}$ 張色紙的一半。

4. 有 17% 的學生選擇選項④(低分組有 32%)，這些學生可能不具備利用除數為整數的分數除法解題的能力，不知道等分割後圖形的面積會一樣大，他們點數色紙被分割成 8 個圖形，塗色部分是其中的 1 個圖形，得到塗色部分是 $\frac{1}{8}$ 張色紙的答案；也可能注意到經過兩次四等分割後，最小的正方形是 $\frac{1}{16}$ 張色紙，但是在求三角形是多少張色紙時計算發生錯誤，他們透過 $\frac{1}{16} \times 2 = \frac{1}{8}$ ，得到塗色部份是 $\frac{1}{16}$ 張色紙。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-n-07 能理解分數之「整數相除」的意涵。	5-n-09 能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。	6-n-04 能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生沒有養成注意問題問甚麼單位的習慣，問題最後問代表多少張色紙，因此被分割的單位是 1 張色紙。
2. 學生沒有將 1 張色紙全部平分成和三角形一樣大，以判斷 1 張色紙被等分成幾份的習慣，例如先將左下方的 4 個「小正方形」都進行二等分割的活動，可以看到左下方的「中正方形」被等分割成 8 份，將 4 個「中正方形」都等分割成 8 份後，可以看到「大正方形(1 張色紙)」被等分割成 32 份，三角形是 1 張色紙被等分成 32 份後的 1 份，所以是 $\frac{1}{32}$ 張色紙。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 四年級(4-n-07)分數除法教學重點是整數除以整數，商是分數的等分除及包含除問題；五年級(5-n-09)分數除法教學重點是分數除以整數，商是分數的等分除問題；六年級(6-n-04)才引入除數是分數的除法問題。
2. 教師應先引入被除數的分子是除數整數倍的問題(見問題 1)，再引入被除數的分子不是除數整數倍的問題(見問題 2)。

問題 1：「將 $\frac{12}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的一杯是幾公升？」

問題 2：「將 $\frac{3}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的一杯是幾公升？」

【問題 1】中的 $\frac{1}{5}$ 公升並沒有被分割，將【問題 1】中的 $\frac{12}{5}$ 公升解讀為 12 個 $\frac{1}{5}$

公升，就能利用整數除法 $12 \div 4 = 3$ ，算出 $\frac{12}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4

杯，其中的一杯是 $\frac{3}{5}$ 公升。而【問題 2】中的 $\frac{1}{5}$ 公升被分割成 4 等份。

3. 以等分除問題「 $\frac{3}{5}$ 公升果汁，平分裝成 4 瓶，全部裝完，每瓶裝幾公升？」為例，可以有兩種解題的策略，建議教師必須引入第二種解題策略，幫助學生擴展分數的意義。

第一種：回到整數除以整數，商數是整數，餘數是 0 的舊經驗

$$\frac{3}{5} \text{公升} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20} \text{公升} (12 \text{ 個 } \frac{1}{20} \text{ 公升}), 12 \div 4 = 3 (3 \text{ 個 } \frac{1}{20} \text{ 公升}),$$

答：每瓶裝 $\frac{3}{20}$ 公升

第二種：回到分數命名的舊經驗(每次拿 $\frac{1}{5}$ 公升來分)

$$\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20} (\frac{1}{5} \text{ 公升果汁平分成 4 份，其中的 1 份是 } \frac{1}{20} \text{ 公升})$$

$$\frac{3}{5} \text{ 公升是 3 個 } \frac{1}{5} \text{ 公升} \Rightarrow \frac{1}{20} \times 3 = \frac{3}{20} (\text{公升}),$$

答：每瓶裝 $\frac{3}{20}$ 公升

當學生有一些解題成功的經驗後，應要求學生用沒有餘數的除法算式「 $\frac{3}{5} \div 4 =$

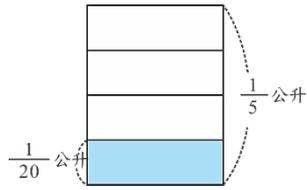
$\frac{3}{5 \times 4} = \frac{3}{20}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後再遇到這個問題時，可以直接利

用整數除以整數的算式「 $\frac{3}{5} \div 4 = \frac{3}{5 \times 4} = \frac{3}{20}$ 」算出答案。

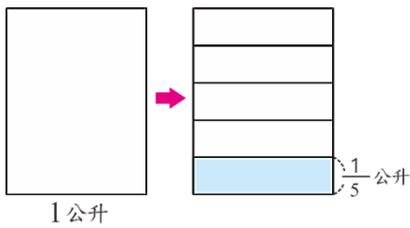
4. 以「將 $\frac{1}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的一杯是幾公升？」為例，說明如何幫助學生解題。

教師不宜先畫出一個長方形代表 $\frac{1}{5}$ 公升，再將長方形平分成 4 份，透過算式「 $\frac{1}{5}$

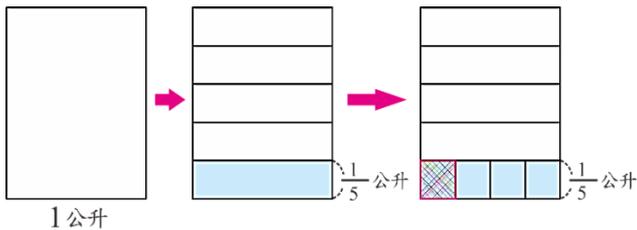
$\div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$ 」說明其中 1 份是 $\frac{1}{20}$ 公升，在圖中看不到 $\frac{1}{20}$ 公升。



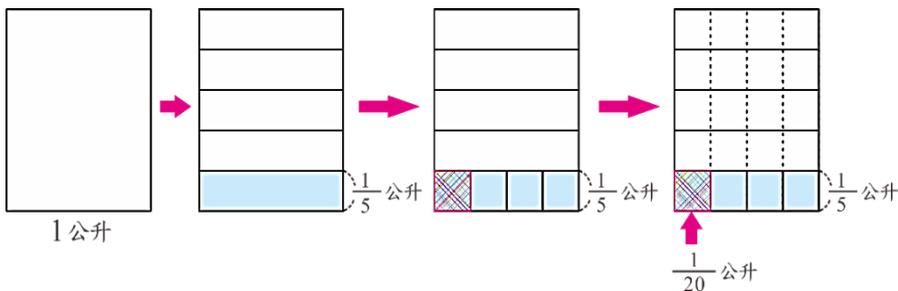
教師應先強調題目最後問的單位是什麼，題目最後問的單位是「公升」，因此先畫出一個長方形代表 1 公升，再將 1 公升平分成 5 大份，得到其中的 1 大份是 $\frac{1}{5}$ 公升。



再將 $\frac{1}{5}$ 公升平分成 4 小份。



因為看不到 1 小份和 1 公升的關係，因此將平分成 4 小份的線延長，就能看到 1 公升被分割成 $20(5 \times 4)$ 小份，並透過算式「 $\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$ (公升)」，說明其中的 1 小份是 $\frac{1}{20}$ 公升。



5. 本題是屬於三次分割的題目，將此圖形題轉化，以「將 $\frac{1}{4}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的半杯是幾公升？」為例，來說明如何幫助學生解題。

教師可以先畫出一個正方形，代表 1 公升，再將正方形平分成 4 份，知道每份是 $\frac{1}{4}$ 公升，再將此 $\frac{1}{4}$ 公升平分成 4 份，透過算式「 $\frac{1}{4} \div 4 = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{16}$ (公升)」說明

其中的 1 份是 $\frac{1}{16}$ 公升，如此圖中才較容易看到 $\frac{1}{16}$ 公升。而題目問的是半杯，則再將 $\frac{1}{16} \div 2 = \frac{1}{16 \times 2} = \frac{1}{32}$ (公升)。要注意的是，教師應先強調題目最後問的單位是什麼，題目最後問的單位是「公升」，因此先畫出一個長方形代表 1 公升，再將 1 公升平分成 4 大份，得到其中的 1 大份是 $\frac{1}{4}$ 公升。再將 $\frac{1}{4}$ 公升平分成 4 小份，因為看不到 1 小份和 1 公升的關係，因此將平分成 4 小份的線延長，就能看到 1 公升被分割成 16(4×4) 小份，並透過算式「 $\frac{1}{4} \div 4 = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{16}$ (公升)」，說明其中的 1 小份是 $\frac{1}{16}$ 公升，然後再求其 $\frac{1}{16}$ 公升的一半。

題號	試題代碼				答案		
12	110-M5-A1-12				3		
評量指標	5-n-05 能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。						
知識向度	數與計算	認知向度			概念理解		
題目	下列哪個算式的答案是 487 和 488 的公倍數？ ① $487 \times 488 + 2$ ② $487 \times 488 - 2$ ③ $487 \times 488 \times 2$ ④ $487 \times 488 \div 2$						
選答率	選項	1	2	3*	4	其他	通過率：53%
	全體	0.08	0.08	0.53	0.30	0.01	
	高分組	0.03	0.02	0.80	0.14	0.01	鑑別度：0.52
	低分組	0.14	0.15	0.29	0.41	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定兩個整數，要求學生判斷這兩個整數的乘積加 2、減 2、乘 2 和除 2 後，哪個算式的答案是原來兩個整數的公倍數，評量學生利用兩數公倍數概念解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.52，正確答案為選項③，通過率為 53%，顯示超過五成的學生已具備利用兩數公倍數概念解題的能力。
2. 有 30% 的學生選擇選項④(低分組有 41%)，這些學生可能尚未具備利用兩數公倍數概念解題的能力，不知道 487×488 是 487 和 488 的公倍數；也可能知道 487×488 是 487 和 488 的公倍數，但受到 $488 \div 2$ 的商是整數的影響，認為 $487 \times 488 \div 2$ 也是 487 和 478 的公倍數。
3. 有 8% 的學生選擇選項②(低分組有 15%)、有 8% 的學生選擇選項①(低分組有 14%)，這些學生可能尚未具備利用兩數公倍數概念解題的能力，不知道 487×488 是 487 和 488 的公倍數。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	5-n-04 能理解因數和倍數。	5-n-05 能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。	6-n-02 能用短除法求兩數的最大公因數、最小公倍數。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能無法將 487×488 看成一個數，必須算出乘積後，才能判斷算出的乘積是否為 487 和 488 的倍數。
2. 幫助學生認識 $487 \times 1, 487 \times 2, 487 \times 3, \dots$ 都是 487 的倍數，所以 487×488 也是 487 的倍數；同理 $488 \times 1, 488 \times 2, 488 \times 3, \dots$ 都是 488 的倍數，所以 488×487 也是 488 的倍數。可以得到 487×488 是 487 和 488 的公倍數，可以推出 $487 \times 488 \times 2$ 也是 487 和 488 的公倍數。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 區分「倍數」與「幾倍」的意義。

學生可能混淆「倍數」與「幾倍」的意義，誤認為 2 是 0.1 的倍數。正確的說法是：2 不是 0.1 的倍數，但 2 是 0.1 的 20 倍。

(1) 倍數的意義：

數學上只在整數的情境討論因數與倍數，因此，不論透過乘法 $b = a \times q$ 或除法 $b \div a = q \dots 0$ ，判斷 a 是否為 b 的因數時， a 、 b 和 q 都必須是整數。0.1 不是整數，因此 0.1 不是 2 的因數，2 也不是 0.1 的倍數。

(2) 幾倍的意義：

a 是 b 的 $\frac{a}{b}$ 倍，指的是將 b 視為基準量 1 時，比較量 a 是 $\frac{a}{b}$ 。

將 0.1 視為基準量 1，比較量 2 是 20 個 0.1，因此 2 是 0.1 的 20 倍。

2. 以求「8 和 12 的公倍數」為例，教師可以先求出 12 部份的倍數 12、24、36、48、60、72、84、96 等，再判斷這些數是否為 8 的倍數，例如 24、48、72、96 也是 8 的倍數，所以 24、48、72、96 是 8 和 12 的公倍數，幫助學生簡化求公倍數的解題過程。
3. 以求「8 和 12 的公倍數」為例，當學生求出 24、48、72、96 等是 8 和 12 的公倍數，24 是 8 和 12 的最小公倍數後，教師應幫助學生認識公倍數 24、48、72、96 等都是最小公倍數 24 的倍數，為六年級利用短除法解公倍數的文字題鋪路。六年級利用短除法解題時，只能求出最小公倍數，無法求出其它的公倍數。
4. 以本題為例，說明如何幫助學生解題：
 - 步驟一：學生知道 $487 \times 1, 487 \times 2, 487 \times 3, 487 \times 4, \dots$ 都是 487 的倍數，所以 487×488 會是 487 的倍數。
 - 步驟二：學生知道 $488 \times 1, 488 \times 2, 488 \times 3, 488 \times 4, \dots$ 都是 488 的倍數，所以 487×488 也會是 488 的倍數。
 - 步驟三： 487×488 是 487 的倍數，也是 488 的倍數，所以 487×488 是 487 和 488 的公倍數。
 - 步驟四： 487×488 是 487 和 488 的公倍數，所以 $487 \times 488 \times 2$ 也是 487 和 488 的公倍數。

題號	試題代碼					答案	
13	110-M5-A2-13					2	
評量指標	5-n-13 能將分數、小數標記在數線上。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	下列四個小數，哪個小數在數線上最接近 5.1？ ① 5.12 ② 5.102 ③ 5.021 ④ 5.09						
選答率	選項	1	2*	3	4	其他	通過率：28%
	全體	0.12	0.28	0.07	0.52	0.01	
	高分組	0.05	0.55	0.07	0.33	0.00	鑑別度：0.43
	低分組	0.19	0.11	0.09	0.60	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定一個小數，要求學生選出在數線上最接近給定小數的數，評量學生利用小數數線解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.43，正確答案為選項②，通過率為 28%，顯示近三成的學生已具備利用小數數線解題的能力。
2. 有 12% 的學生選擇選項①(低分組有 19%)，這些學生可能不具備利用小數數線解題的能力。
3. 有 7% 的學生選擇選項③(低分組有 9%)，這些學生可能不具備利用小數數線解題的能力；也可能利用減法算出四個小數和 5.1 的差，5.021 和 5.1 的差最大，他們誤以為差最大的小數最接近 0.1。
4. 有 52% 的學生選擇選項④(低分組有 60%)，這些學生可能不具備利用小數數線解題的能力；這些學生也可能利用減法來解題，但是在計算時發生錯誤；這些學生也可能利用小數數線來解題，但是將小數標示在數線上時發生錯誤。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-n-10 能將簡單分數標記在數線上。	5-n-13 能將分數、小數標記在數線上。	7-n-08 能理解數線，數線上兩點的距離公式，及能藉數線上數的位置驗證數的大小關係。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不理解距離比較短的兩點，這兩點坐標(代表的數)的差也比較小，無法利用減法來解題。
2. 學生可能無法畫出刻度是 0.01 或 0.001 的小數數線，並在小數數線上標是給定的小數。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習指標為 4-n-10 之後續學習概念，故學生應該已經能將簡單分數標記在數線上。而 5-n-13 幫助學生自製數線，並將分數、小數標記在數線上，並且能明白數與數在數線上的位置關係，也可藉此來判斷兩數的大小關係。
2. 數線教學跨越了三個年級，其重點皆有所不同：
 - (1) 三年級(3-n-09)的教學重點是教師繪製數線，學生能將整數及一位小數標示在數線上。
 - (2) 四年級(4-n-10)的教學重點是教師繪製數線，學生能將簡單分數標示在數線上。
 - (3) 五年級(5-n-13)的教學重點是學生自製數線，並將分、小數標示在數線上。
3. 因為小數數線的結構和整數數線相同，教師可以先復習整數數線，為學習小數數線鋪路。

例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的 5 有下列兩種意義：

- (1) 在數線上的位置(或坐標)是 5。
- (2) 和原點 0 的距離是 5。

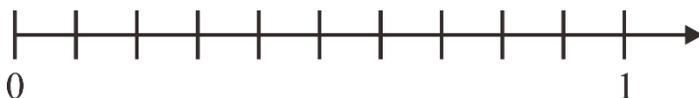
4. 教師可以透過下列方法幫助學生理解小數數線：

- (1) 以 1 公分為單位，利用直尺上的公分刻度繪製整數數線，並說明刻度 1 指的是 0 和 1 的距離是 1，刻度 2 指的是 0 和 2 的距離是 2，...。幫助學生理解整數數線的意義。

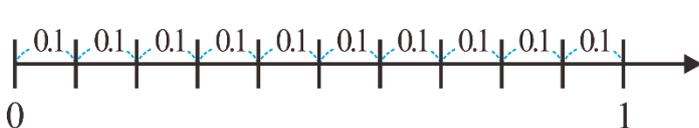


- (2) 以 10 公分為 1 單位，1 公分為 0.1 單位，利用直尺上的公分刻度，幫助學生理解小數數線的意義。如下所示：

①



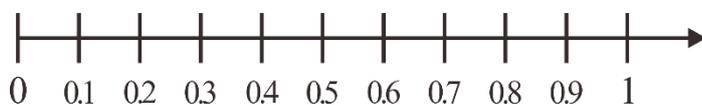
②



(3)將一位純小數標示在小數數線上，並理解刻度 0.1 和刻度 0 的距離是 0.1 單位，刻度 0.5 和刻度 0 的距離是 5 個 0.1 單位，也就是 0.5 單位，……。

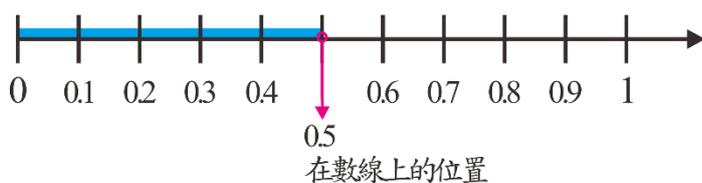
如下所示：

①

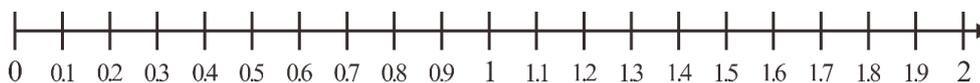


②

刻度 0.5 和原點 0
在數線上的距離是 0.5 個單位



(4)將小數數線擴充至 1 以上。



5.本題有兩種解題的方法：

方法一：先算出四個小數和 5.1 的差，差最小的數距離 5.1 最近

$$5.12 - 5.1 = 0.02$$

$$5.102 - 5.1 = 0.002$$

$$5.1 - 5.021 = 0.079$$

$$5.1 - 5.01 = 0.01$$

答：5.102 距離 5.1 最近

方法二：在數線上標示四個點，找出距離 5.1 最近的點。

題號	試題代碼					答案	
14	110-M5-C3-14					1	
評量指標	5-s-02 能透過操作，理解三角形任意兩邊和大於第三邊。						
知識向度	幾何	認知向度			解題思考		
題目	<p>有一個四邊形，最長邊是 16 公分，另兩邊都是 6 公分，請問下列何者<u>不可能</u>是第四邊的長度？</p> <p>① 3 公分 ② 5 公分 ③ 10 公分 ④ 15 公分</p>						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：57%
	全 體	0.57	0.09	0.10	0.22	0.01	
	高分組	0.77	0.03	0.04	0.15	0.01	鑑別度：0.40
	低分組	0.37	0.17	0.17	0.28	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定四邊形的最長邊和兩條邊的長度，要求學生選出不可能是第四邊的長度，評量學生利用三角形任意兩邊和大於第三邊性質解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.4，正確答案為選項①，通過率為 57%，顯示近六成的學生已具備利用三角形任意兩邊和大於第三邊性質解題的能力。
2. 有 22% 的學生選擇選項④(低分組有 28%)，這些學生可能尚未具備利用三角形任意兩邊和大於第三邊性質解題的能力；也可能誤解題意，題目中給定 16 公分和 6 公分兩個長度，他們選出和給定長度能圍成三角形的 15 公分為答案。
3. 有 10% 的學生選擇選項③(低分組有 17%)、有 9% 的學生選擇選項②(低分組有 17%)，這些學生可能尚未具備利用三角形任意兩邊和大於第三邊性質解題的能力。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	1-s-01 能認識直線與曲線。	5-s-02 能透過操作，理解三角形任意兩邊和大於第三邊。	8-s-10 能理解三角形的基本性質。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

學生無法將「三角形任兩邊的和的大於第三邊」改寫為「三角形較短兩邊的和的大於最長邊」，因此無法將是否能圍成三角形的判斷的方法延伸至是否能圍成四

邊形上。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 五年級學生應該已能掌握連接兩點的繩子，以直線為最短。教師可以利用這個性質，幫助學生理解三角形任意兩邊和大於第三邊。以三角形 ABC 為例，連接 A、B 兩點的繩子，以線段 AB 為最短，所以 $AC+BC>AB$ ；連接 A、C 兩點的繩子，以線段 AC 為最短，所以 $BC+AB>AC$ ；連接 B、C 兩點的繩子，以線段 BC 為最短，所以 $AB+AC>BC$ ，也就是三角形任意兩邊和大於第三邊。

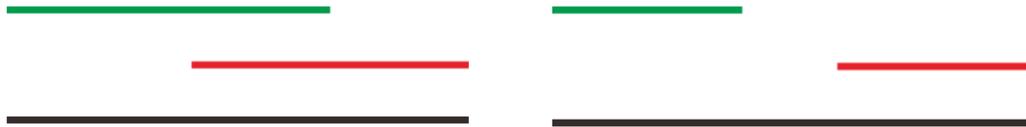
2. 「三角形任兩邊的和的大於第三邊」與「三角形比較短的兩邊和大於最長邊」是等價的定義。假設三角形三邊的長度是 $a、b、c$ ， $a\geq b\geq c$ ，如果 $b+c>a$ 成立，那麼 $a+b>c$ 、 $a+c>b$ 一定也會成立。所以當「三角形比較短的兩邊和大於最長邊」成立時，「三角形任兩邊的和的大於第三邊」也會成立。

建議教師教學時必須說明「三角形任兩邊的和的大於第三邊」的性質，但是在判斷是否能圍成三角形時，只要判斷「比較短的兩邊和是否大於最長邊」即可。學生只要掌握「比較短的兩邊和大於最長邊」時，就能圍成三角形，就能發展出「比較短的三邊和大於最長邊」時，就能圍成四邊形，以及「比較短的 $n-1$ 邊和大於最長邊」時，就能圍成 n 邊形的性質。

3. 判斷給定的三線段是否能拼成三角形時，不必檢查任意兩邊和大於第三邊，只要檢查較短的兩邊和是否大於最長邊即可。

如左下圖，較短的兩邊和的大於最長邊，因此可以圍成一個三角形。

如右下圖，較短的兩邊和的小於最長邊，因此不可以圍成一個三角形。



4. 下面以「以 2、7、5(公分)，以及 2、7、6(公分)為三邊長，是否能圍成三角形？」為例，說明如何幫助學生解題。

建議教師依下列步驟，幫助學生解決問題。

步驟一：先找出最長邊 7 公分。

步驟二：檢查剩下兩邊的和是否大於 7 公分

$2+5=7$ ，以 2、7、5(公分)為三邊長不能排成三角形。

步驟三：檢查剩下兩邊的和是否大於 7 公分

$2+6>7$ ，以 2、7、6(公分)為三邊長能排成三角形。

題號	試題代碼					答案	
15	110-M5-A2-15					4	
評量指標	5-n-03 能熟練整數四則混合計算。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	算算看， $540 + 60 \div (45 - 15 \times 2) = ?$ ① 10 ② 40 ③ 541 ④ 544						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：30%
	全 體	0.33	0.15	0.21	0.30	0.01	
	高分組	0.15	0.11	0.19	0.55	0.00	鑑別度：0.42
	低分組	0.45	0.20	0.22	0.12	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題是四步驟的四則混合計算問題，要求學生算出答案，評量學生整數四則混合計算的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.42，正確答案為選項④，通過率為 30%，顯示三成的學生已具備整數四則混合計算的能力。
2. 有 33% 的學生選擇選項①(低分組有 45%)，這些學生可能不具備整數四則混合計算的能力；也可能知道「括號先算」的約定，但是不知道「先乘除後加減」的約定，他們先算括號的部份，但是都由左往右依序計算，學生可能的計算過程如下： $540 + 60 \div (45 - 15 \times 2) = 540 + 60 \div (30 \times 2) = 540 + 60 \div 60 = 600 \div 60 = 10$
3. 有 15% 的學生選擇選項②(低分組有 20%)，這些學生可能不具備整數四則混合計算的能力；也可能知道「括號先算」和「先乘除後加減」的約定，但是只有在計算括號內的運算時遵守「先乘除後加減」的約定，去括號後則由左往右依序計算，學生可能的計算過程如下： $540 + 60 \div (45 - 15 \times 2) = 540 + 60 \div (45 - 30) = 540 + 60 \div 15 = 600 \div 15 = 40$ 。
4. 有 21% 的學生選擇選項③(低分組有 22%)，這些學生可能不具備整數四則混合計算的能力；也可能知道「括號先算」和「先乘除後加減」的約定，但是在計算括號內的運算時由左往右依序計算，去括號後則遵守「先乘除後加減」的約定，學生可能的計算過程如下： $540 + 60 \div (45 - 15 \times 2) = 540 + 60 \div (30 \times 2) = 540 + 60 \div 60 = 540 + 1 = 541$ 。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-n-05 能做整數四則混合計算(兩步驟)。	5-n-03 能熟練整數四則混合計算。	6-n-05 能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。 6-n-08 能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生不理解「先乘除後加減」的約定：算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份。
2. 學生不理解「由左往右算」的約定：算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。
3. $2 \times 3 + 7 = 6 + 7 = 13$ 是利用「先乘除後加減」運算次序的約定，不是利用「由左往右算」運算次序的約定。
4. 「 $12 \div 3 \times 2 = 12 \div 6 = 2$ 」是學生常出現的迷思概念，這些學生混淆「先乘除後加減」運算次序的約定，誤認為乘的運算次序比除優先。教師應說明這些算式都是「乘、除」，要使用「由左往右算」運算次序的約定。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習指標為 1-a-01、1-a-02、2-a-03、4-a-01 及 5-a-01 之後續學習概念的統整，故學生應該已經能在具體情境中，認識加法交換律、加法結合律、乘法交換律、乘法結合律、乘法對加(減)法的分配律。而本指標旨在幫助學生熟練運用四則運算的性質，簡化整數四則混合計算。
2. 有關數的運算性質指的是：
 - 加法交換律：「 $a + b = b + a$ 」；加法結合律：「 $(a + b) + c = a + (b + c)$ 」
 - 乘法交換律：「 $a \times b = b \times a$ 」；乘法結合律：「 $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ 」
 - 乘法對加法的分配律：「 $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$ (右分配)； $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ (左分配)」。
3. 四年級兩步驟計算問題中，只會用到①括號先算、②先乘除後加減、③由左往右算，這三個約定其中的一個約定。
 - 建議教師將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題。
 - 第一類：有括號的兩步驟計算問題
 - 括號的部份要先算，簡稱為括號先算。
 - 第二類：沒有括號的兩步驟計算問題
 - (1) 算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份。

簡稱為先乘除後加減。

(2)算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。

簡稱為由左往右算。

4.五年級引入三步驟計算問題，學生只要知道第一步要算什麼，三步驟計算問題，就能簡化成二步驟計算問題。四年級將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題的約定，也能適用於三步驟問題及更多步驟的問題。

第一類：有括號的三步驟計算問題

括號的部份要先算，簡稱為括號先算。

第二類：沒有括號的三步驟計算問題

(1)算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份。簡稱為先乘除後加減。

(2)算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。簡稱為由左往右算。

題號	試題代碼				答案		
16	110-M5-A2-16				4		
評量指標	5-n-06 能用約分、擴分處理等值分數的換算。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	已知 $\frac{A}{25} = \frac{6}{10} = \frac{9}{B}$ ，請問 $A - B = ?$ ① 16 ② 8 ③ 1 ④ 0						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：34%
	全 體	0.15	0.36	0.14	0.34	0.01	
	高分組	0.05	0.16	0.06	0.72	0.01	鑑別度：0.62
	低分組	0.24	0.46	0.19	0.10	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定一個分數及分子及分母用未知數符號表示的兩個等值分數，要求學生算出這兩個未知數之差，評量學生利用約分與擴分處理等值分數換算的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.62，正確答案為選項④，通過率為 34%，顯示超過三成的學生已具備利用約分與擴分處理等值分數換算的能力。
2. 有 36% 的學生選擇選項②(低分組有 46%)，這些學生可能尚未具備利用約分與擴分處理等值分數換算的能力，將有未知數符號兩個分數的已知分子和分母相減再除以 2， $25 - 9 = 16$ ， $16 \div 2 = 8$ ，得到 8 的答案。
3. 有 15% 的學生選擇選項①(低分組有 24%)，這些學生可能尚未具備利用約分與擴分處理等值分數換算的能力，直接將有未知數符號兩個分數的已知分子和分母相減， $25 - 9 = 16$ ，得到 16 的答案。
4. 有 14% 的學生選擇選項③(低分組有 19%)，這些學生可能尚未具備利用約分與擴分處理等值分數換算的能力。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-n-09 能認識等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。	5-n-06 能用約分、擴分處理等值分數的換算。	5-n-07 能用通分做簡單異分母分數的比較與加減

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

$\frac{6}{10} = \frac{\square}{5}$ 、 $\frac{6}{10} = \frac{18}{\square}$ 都是整數倍運算的問題。

$\frac{6}{10} = \frac{\square}{25}$ 、 $\frac{6}{10} = \frac{9}{\square}$ 都是分數倍運算的問題。

學生必須將 $\frac{6}{10}$ 約分成 $\frac{3}{5}$ 後，才能將分數倍運算的問題轉換成整數倍運算的問題。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 區分等值分數和約分、擴分與通分的意義：

等值分數：在選取相同單位量的情境下，兩分數雖然等分割的份數與合成的份數不同，但是兩分數所代表的量(值)一樣多。

例如 $\frac{1}{2}$ 條繩子和 $\frac{4}{8}$ 條繩子一樣長，可以記成 $\frac{1}{2}$ 條 = $\frac{4}{8}$ 條。

$\frac{2}{5}$ 盒蘋果和 $\frac{4}{10}$ 盒蘋果一樣多，可以記成 $\frac{2}{5}$ 盒 = $\frac{4}{10}$ 盒。

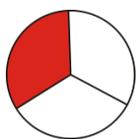
約分、擴分：將一個分數轉換成它的等值分數稱之為約分或擴分。分割份數由

少變多稱為擴分，例如 $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ ；分割份數由多變少稱為約分，例

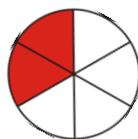
如 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ 。

通分：透過約分或擴分，讓兩個分數分母相等的活動稱為通分。

2. 在約分與擴分教學時，因為分割的份數不同，因此要選用不同的量詞來描述，例如將 1 張圓形色紙平分成 3 大塊，將另一張一樣大的圓形色紙平分成 6 小塊。不可以說將 1 張圓形色紙平分成 3 塊，將另一張一樣大的圓形色紙平分成 6 塊，因為 3 塊中的「1 塊」和 6 塊中的「1 塊」大小不一樣，學生會混淆量詞「塊」的意義。建議教學方式如下：



平分成 3 大塊



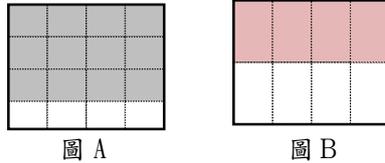
平分成 6 小塊

擴分： $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$ (1 大塊可以換成 2 小塊)

約分： $\frac{2}{6} = \frac{2 \div 2}{6 \div 2} = \frac{1}{3}$ (2 小塊可以換成 1 大塊)

3. 以「 $\frac{12}{16} = \frac{(\quad)}{8}$ 」為例，說明如何幫助學生解決約分的問題。

步驟一：如圖 A， $\frac{12}{16}$ 指的是將 1 張色紙平分成 16 小份，把其中的 12 等小份塗上顏色。如圖 B， $\frac{(\quad)}{8}$ 指的是將 1 張色紙平分成 8 大份，不知道要塗其中的幾大份，才會和圖 A 塗色的面積一樣大？



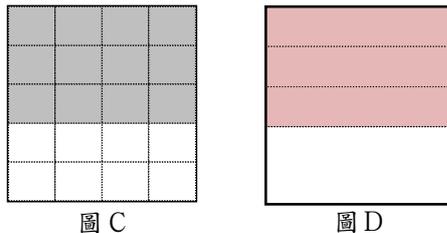
步驟二：圖 A 的 16 小份合起來，和圖 B 的 8 大份合起來一樣大，所以 1 大份和 2 小份合起來一樣大。

步驟三：1 大份和 2 小份合起來一樣大，16 小份中的 12 小份合起來和 8 大份中的 6 大份合起來一樣大，可以利用算式「 $\frac{12}{16} = \frac{12 \div 2}{16 \div 2} = \frac{6}{8}$ 」，得到

$$\frac{12}{16} = \frac{(6)}{8}。$$

4. 以「 $\frac{12}{20} = \frac{3}{(\quad)}$ 」為例，說明如何幫助學生解決約分的問題。

步驟一：如圖 C， $\frac{12}{20}$ 指的是將 1 張色紙平分成 20 小份，把其中的 12 小份塗上顏色。如圖 D，指的是不知道 1 張色紙被平分成幾大份，只知道把其中的 3 大份塗上顏色。



步驟二：12 小份合起來和 3 大份合起來一樣大，所以 1 大份和 4 小份合起來一樣大。也可以說圖 C 中，每 4 小份等於圖 D 的 1 大份，已知圖 C 全部平分成 20 小份，所以可以得知圖 D 被平分成 5 大份。

步驟三：圖 C 的 20 小份中的 12 小份合起來和 5 大份中的 3 大份合起來一樣大，可以利用算式「 $\frac{12}{20} = \frac{12 \div 4}{20 \div 4} = \frac{3}{5}$ 」，得到 $\frac{12}{20} = \frac{3}{(5)}$ 。

題號	試題代碼					答案	
17	110-M5-D3-17					3	
評量指標	5-a-03 能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。						
知識向度	代數		認知向度		解題思考		
題目	飛鏢標靶上有 1、3、5、7、9 等 5 種分數。甲、乙各射飛鏢 10 次，甲有 9 次中靶，得到 9 個分數，乙有 8 次中靶，得到 8 個分數。下列何者可能是甲和乙的得分？ ① 甲得 51 分，乙得 47 分 ② 甲得 50 分，乙得 41 分 ③ 甲得 43 分，乙得 54 分 ④ 甲得 42 分，乙得 38 分						
選答率	選項	1	2	3*	4	其他	通過率：31%
	全體	0.22	0.26	0.31	0.19	0.01	
	高分組	0.18	0.22	0.41	0.17	0.02	鑑別度：0.18
	低分組	0.25	0.29	0.23	0.21	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定 9 個奇數和 8 個奇數相加的情境，要求學生選出他們的和可能是多少評量學生利用奇數個奇數相加必為奇數，偶數個奇數相加必為偶數性質解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.18，正確答案為選項③，通過率為 31%，顯示超過三成的學生已具備利用奇數個奇數相加必為奇數，偶數個奇數相加必為偶數性質解題的能力。
2. 有 22% 的學生選擇選項①(低分組有 25%)，26% 的學生選擇選項②(低分組有 29%)，19% 的學生選擇選項④(低分組有 21%)，這些學生可能知道奇數加奇數為偶數，奇數加偶數為奇數，但是不理解題意，不知道題目評量的重點是奇數個奇數相加必為奇數，偶數個奇數相加必為偶數。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-a-02 能在四則混合計算中，運用數的運算性質。	5-a-03 能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。	6-a-04 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。(同 6-n-13)

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能知道奇數加奇數為偶數，奇數加偶數為奇數，但是無法將上述性質應用在解題上，不知道題目評量的重點是奇數個奇數相加必為奇數，偶數個奇數相加必為偶數。
2. 學生可能缺少數感。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 此題學生看到題目，常會不知所措，多數採用盲湊的方式，但要漫無目標的湊答，幾乎是不可能的，而且也會有多種的答案，所以並非出題者要檢測的能力，從給予的飛鏢標靶上的 5 種分數來看，皆為奇數，而一個投中 9 次，一個投中 8 次，那麼目的是要讓學生利用奇偶的關係來判別答案的可能性。教師可以化繁為簡，讓學生看到奇偶的變化關係，例如：

a. 若只投中一次，出現的分數可能是哪些：1、3、5、7、9

b. 若只投中兩次，出現的分數可能是哪些：2、4、10、6、14、.....

c. 若只投中三次，出現的分數可能是哪些：9、11、15、11.....

教師可以讓學生分別湊出投中三次（或四、五次），然後記錄下來，問問學生，發現了什麼？讓學生看到只要投中偶數次，則出現的分數都會是偶數，若投中的次數是奇數次，那麼得分都是奇數，從中觀察出規律，並歸納結果，再利用歸納出來的結果來判斷 4 個選項的可能性即可。

2. 教師只要提示奇數加奇數為偶數，奇數加偶數為奇數，多數學生就能夠成功的解題。但在教學過程中，教師教學時應幫助學生建立數感：

(1) 三個連續的整數相乘一定是 6 的倍數。

(2) 最後兩位數字是 4 的倍數，該數就是 4 的倍數。

(3) 計算「 137×5 」時，可以利用「 $1370 \div 2$ 」算出答案（ $5 = \frac{10}{2}$ ）。

計算「 137×25 」時，可以利用「 $13700 \div 4$ 」算出答案（ $25 = \frac{100}{4}$ ）。

(4) 計算「 59×40 」時，可以利用「 $60 \times 40 - 40$ 」算出答案。

題號	試題代碼					答案	
18	110-M5-D1-18					1	
評量指標	5-a-01 能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化計算。						
知識向度	代數		認知向度		概念理解		
題目	請問下面哪個選項的答案與 18×9 <u>不同</u> ？ ① $9 \times 18 + 18 \times 9$ ② $18 \times 7 + 18 \times 2$ ③ $18 + 8 \times 18$ ④ $18 \times 10 - 18$						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：62%
	全 體	0.62	0.09	0.17	0.12	0.00	
	高分組	0.89	0.02	0.06	0.02	0.00	鑑別度：0.57
	低分組	0.32	0.18	0.26	0.23	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定兩數相乘的算式，要求學生選出答案相同的算式，評量學生利用乘法對加法、減法分配律解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.57，正確答案為選項①，通過率為 62%，顯示超過六成的學生已具備利用乘法對加法、減法分配律解題的能力。
2. 有 17% 的學生選擇選項③(低分組有 26%)，這些學生可能無法利用乘法對加法的分配律來簡化「 $18 + 8 \times 18$ 」的計算，認為「 $18 + 8 \times 18$ 」和「 18×9 」的答案不同。
3. 有 12% 的學生選擇選項④(低分組有 23%)，這些學生可能無法利用乘法對加法的分配律來簡化「 $18 \times 10 - 18$ 」的計算，認為「 $18 \times 10 - 18$ 」和「 18×9 」的答案不同。
4. 有 9% 的學生選擇選項②(低分組有 18%)，這些學生可能無法利用乘法對加法的分配律來簡化「 $18 \times 7 + 18 \times 2$ 」的計算，認為「 $18 \times 7 + 18 \times 2$ 」和「 18×9 」的答案不同。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-a-02 能在四則混合計算中，運用數的運算性質	5-a-01 能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化計算。	5-a-03 能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 以「 $18+8\times 18$ 」為例，教學時可能直接宣告將 18 改記成 18×1 ， $18+8\times 18=18\times 1+8\times 18=18\times 1+18\times 8=18\times(1+8)=18\times 9$ ，學生不理解為何要將 18 改記成 18×1 ，認為「 $18+8\times 18$ 」和「 18×9 」是答案不同的兩個算式。
2. 不宜透過計算題情境引入乘法對加法的分配律，以 $37\times(14+23)$ 為例，學生認為 $37\times(42+14)=37\times 56$ ，不理解為何要改記成 $37\times(42+14)=37\times 42+37\times 14$ 。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 以「豆漿一杯 20 元，奶茶一杯 40 元，媽媽各買了 6 杯，要付多少元？」為例，說明如何幫助學生理解乘法對加法的分配律。

教學時應出現下面兩種解題的方法，如果學生只出現其中一種解法，教師應提供另一種解法讓學生討論。

方法一：分別計算 6 杯豆漿和 6 杯奶茶的錢，再算合起來是多少錢。

$$20\times 6=120, 40\times 6=240, 120+240=360,$$

並改用併式「 $20\times 6+40\times 6=360$ 」來記錄。

方法二：將 1 杯豆漿和 1 杯奶茶看成 1 份，先算 1 份的錢，再算 6 份的錢。

$$20+40=60, 60\times 6=360,$$

並改用併式「 $(20+40)\times 6=360$ 」來記錄。

理解乘法對加法的分配有兩個層次：

層次一：學生必須分別算出方法一的答案「 $20\times 6+40\times 6=360$ 」和方法二的答案「 $(20+40)\times 6=360$ 」，發現這兩種方法算出的答案相同，才可以記成「 $20\times 6+40\times 6=(20+40)\times 6$ 」。

層次二：學生知道它們是同一個問題的兩種合理算法，不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同，可以記成「 $20\times 6+40\times 6=(20+40)\times 6$ 」。

教師應幫助層次一的學生提升至層次二。

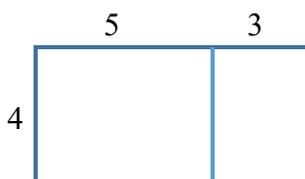
2. 可以透過面積模型幫助學生記憶乘法對加法分配律的意義，為國中利用長方形面積記憶乘法公式鋪路。

有兩種計算下列兩個長方形面積和的方法：

方法一： $5\times 4+3\times 4=32$

方法二： $(5+3)\times 4=32$

它們是同一個問題的兩種合理算法，不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同，可以記成「 $5\times 4+3\times 4=(5+3)\times 4$ 」。



3. 部份學生無法利用乘法對加法的分配律來簡化「 $35\times 99+35$ 」的計算，下面提供三種解題的方法。

方法一：教師直接宣告將 35 改記成 35×1

$$35 \times 99 + 35 = 35 \times 99 + 35 \times 1 = 35 \times (99 + 1) = 35 \times 100 = 3500$$

部份教師習慣利用方法一來教學，學生不理解為何要將 35 改記成 35×1 ，很快就會忘記。

方法二：給定「一枝筆賣 35 元，甲先買 99 枝，再買 1 枝，共花多少元？」的情境，再提供三種解法，幫助學生理解 35 是 35×1 的省略記法。

① $35 \times 99 + 35 \times 1$

② $35 \times 99 + 35$

③ $35 \times (99 + 1)$

方法三：乘法對加法的分配律是兩種算法答案一定相等的關係，學生可能將乘法對加法的分配律解讀成運算。

學生比較熟悉 $35 \times (99 + 1) \Rightarrow 35 \times 99 + 35 \times 1$ 的乘法運算，比較不熟悉 $35 \times 99 + 35 \times 1 = 35 \times (99 + 1)$ 提公因數的運算。

教師可以透過「 $35 \times (99 + 1) = 35 \times 99 + 35 \times 1 = 35 \times 99 + 35$ 」，幫助學生理解 35 是 35×1 的省略記法，必須將 35 改記成 35×1 ，才能利用乘法對加法的分配律來解題。

題號	試題代碼					答案	
19	110-M5-C1-19					1	
評量指標	5-s-03 能認識圓心角，並認識扇形。						
知識向度	幾何		認知向度		概念理解		
題目	<p>甲說：半徑 8 公分的 $\frac{1}{3}$ 圓，和半徑 4 公分的 $\frac{1}{3}$ 圓圓心角一樣大。</p> <p>乙說：半徑 4 公分的 $\frac{2}{3}$ 圓，和半徑 8 公分的 $\frac{1}{3}$ 圓圓心角一樣大。</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲 ② 只有乙 ③ 兩人的說法都正確 ④ 兩人的說法都不正確</p>						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：27%
	全 體	0.27	0.34	0.19	0.20	0.01	
	高分組	0.46	0.29	0.07	0.17	0.00	鑑別度：0.30
	低分組	0.16	0.32	0.30	0.20	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定兩個關於圓心角、半徑和幾分之幾圓的敘述，要求學生選出正確的敘述，評量學生利用圓心角及扇形概念解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.3，正確答案為選項①，通過率為 27%，顯示近三成的學生已具備利用圓心角及扇形概念解題的能力。
2. 有 34% 的學生選擇選項②(低分組有 32%)，這些學生可能不具備利用圓心角及扇形概念解題的能力；也可能混淆圓或扇形半徑、圓心角和面積的關係，認為半徑比較長的圓面積比較大，所以半徑比較長的 $\frac{1}{3}$ 圓圓心角比較大。
3. 有 19% 的學生選擇選項③(低分組有 30%)，這些學生可能不具備利用圓心角及扇形概念解題的能力；也可能混淆圓或扇形半徑、圓心角和面積的關係，認為半徑比較長的圓面積比較大，所以半徑比較長的 $\frac{1}{3}$ 圓圓心角比較大。
4. 有 20% 的學生選擇選項④(低分組有 20%)，這些學生可能不具備利用圓心角及扇形概念解題的能力；也可能混淆圓或扇形半徑、圓心角和面積的關係，認為 $\frac{2}{3}$ 圓的 $\frac{2}{3}$ 是 $\frac{1}{3}$ 圓的 $\frac{1}{3}$ 的 2 倍，所以半徑 4 公分 $\frac{1}{3}$ 圓和半徑 8 公分 $\frac{2}{3}$ 圓的圓心角一樣大。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-s-03 能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。 4-s-04 能認識「度」的角度單位，使用量角器實測角度或畫出指定的角。(同 4-n-16)	5-s-03 能認識圓心角，並認識扇形。	6-n-14 能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。(同 6-s-03)

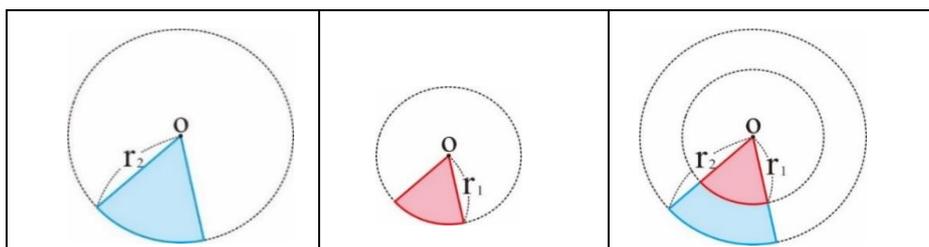
三、教學建議

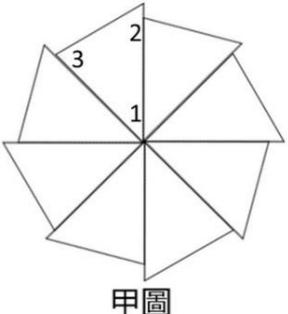
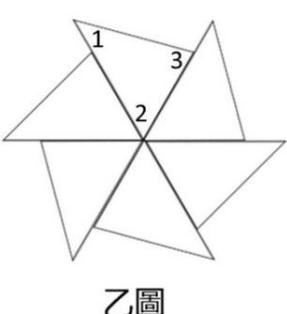
(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生混淆圓或扇形半徑、圓心角和面積的關係，認為半徑比較長的圓面積比較大，所以半徑比較長的 $\frac{1}{3}$ 圓圓心角比較大。
2. 學生混淆圓或扇形半徑、圓心角和面積的關係，認為 $\frac{2}{3}$ 圓的 $\frac{2}{3}$ 是 $\frac{1}{3}$ 圓的 $\frac{1}{3}$ 的 2 倍，所以半徑 4 公分 $\frac{1}{3}$ 圓和半徑 8 公分 $\frac{2}{3}$ 圓的圓心角一樣大。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習指標為 3-s-03 之後續學習概念，故學生應該已經認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。而本指標旨在幫助學生認識扇形及圓心角。
2. 圓的圓心角是周角，周角的角度是 360 度，而扇形的圓心角是周角的部份， $\frac{1}{2}$ 圓的圓心角是周角的 $\frac{1}{2}$ ，可以利用 $360 \times \frac{1}{2} = 180$ (度)，算出 $\frac{1}{2}$ 圓的圓心角是 180 度。相同的方式，可以透過 $360 \times \frac{1}{n}$ ，算出 $\frac{1}{n}$ 圓的圓心角是多少度。
3. 部份學生誤認為半徑比較長的 $\frac{1}{n}$ 圓，它的圓心角比較大，半徑比較短的 $\frac{1}{n}$ 圓，它的圓心角比較小。教師可以透過下圖，幫助學生理解，半徑比較長的 $\frac{1}{6}$ 圓，扇形面積比較大，圓心角對應的圓弧比較長，但是它們的圓心角都是 60 度，都一樣大。



題號	試題代碼		答案				
20	110-M5-C3-20		3				
評量指標	5-s-01 能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。						
知識向度	幾何	認知向度	解題思考				
題目	<p>吳老師設計了一種三個角都不一樣大的三角形模板。</p> <p>將 8 個三角形模板的角 1 拼在一起，可以拼成甲圖，</p> <p>將 6 個三角形模板的角 2 拼在一起，可以拼成乙圖。</p> <p>請問此三角形模板的角 3 是多少度？</p> <div style="text-align: center;">   </div> <p>甲圖 乙圖</p> <p>① 45 度 ② 60 度 ③ 75 度 ④ 85 度</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：40%
	全 體	0.20	0.19	0.40	0.20	0.01	
	高分組	0.07	0.09	0.71	0.13	0.01	鑑別度：0.53
	低分組	0.31	0.26	0.18	0.23	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標說明							
<p>本題給定由 8 個全等且角 1 共端點三角形拼成的圖形，以及由 6 個全等且角 2 共端點三角形拼成的圖形，要求學生算出角 3 的角度，評量學生利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力。</p>							
(二) 選項及學生表現說明							
<p>1. 本題鑑別度為 0.53，正確答案為選項③，通過率為 40%，顯示四成的學生已具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力。</p> <p>2. 有 20% 的學生選擇選項①(低分組有 31%)，這些學生可能尚未具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力；也可能誤解題意，透過 $360 \div 8 = 45$，將算出角 1 是 45 度當作角 3，得到 45 度的答案。</p> <p>3. 有 20% 的學生選擇選項④(低分組有 23%)，這些學生可能尚未具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力；也可能已具備利用三角形內角和是 180 度性質</p>							

質解題的能力，但計算發生錯誤，透過 $180 - 60 - 45 = 85$ ，得到 85 的答案；也可能直觀的認為角 3 很接近直角，選擇最接近 90 度的 85 度為答案。

4. 有 19% 的學生選擇選項②(低分組有 26%)，這些學生可能尚未具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力；也可能誤解題意，透過 $360 \div 6 = 60$ ，將算出角 2 是 60 度當作角 3，得到 60 度的答案。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	3-s-04 能認識角，並比較角的大小。	5-s-01 能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。	8-s-10 能理解三角形的基本性質。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 題目中沒有給定三個角中任意角的角度，學生無法由給定的圖想到可以利用周角是 360 度的性質算出角 1 和角 2 的角度。
2. 學生沒有角度的量感。

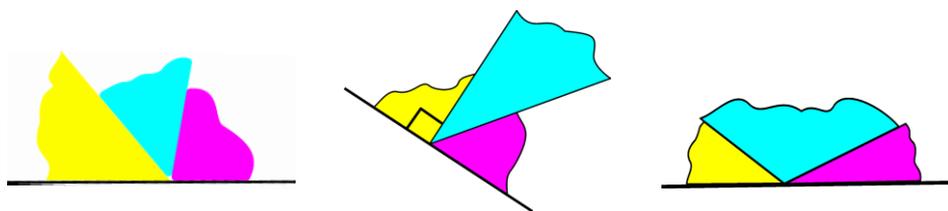
(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 下面提供三種幫助學生理解三角形的內角和是 180 度的方法：

方法一：拿出或畫出很多不同的三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生測量出這些三角形的所有角，再分別算出這些三角形三個角的和。幫助學生察覺所有三角形三個角的角度和大約都是 180 度。

方法二：拿出一些三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生剪下三角形的 3 個角，再將同一個三角形的 3 個角拼湊在一起，幫助學生察覺所有三角形的三個角都可以拼成一個平角，這些三角形 3 個角的角度和大約都是 180 度。

方法三：教師也可以只剪下兩個角，再和沒有剪下的那個角拼湊在一起，也能夠拼出一個平角，得到三角形 3 個角的角度和大約都是 180 度。



2. 本分年細目教學重點是所有三角形的內角和都是 180 度，教師不宜只求出某一個三角形的內角和是 180 度，就說明所有三角形的內角和都是 180 度。教師應幫助學生認識，直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形的內角和都是 180 度。

題號	試題代碼					答案	
21	110-M5-A3-21					1	
評量指標	5-n-12 能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。						
知識向度	數與計算		認知向度		解題思考		
題目	已知 $甲 \div 28 = 386 \dots 13$ 。請問 $甲 \div 28$ 的商算到小數點後第二位時，餘數為何？ ① 0.12 ② 0.16 ③ 1.2 ④ 1.6						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：33%
	全 體	0.33	0.30	0.22	0.14	0.01	
	高分組	0.51	0.24	0.14	0.09	0.02	鑑別度：0.30
	低分組	0.21	0.34	0.27	0.17	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定被除數未知，除數、商及餘數已知的除法算式，要求學生算出商算到小數點後第二位時的餘數，評量學生能利用整數除以整數，商為三位小數計算解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.3，正確答案為選項①，通過率為 33%，顯示超過三成的學生已具備利用整數除以整數，商為三位小數計算解題的能力。
2. 有 30% 的學生選擇選項②(低分組有 34%)，這些學生可能不具備利用整數除以整數，商為三位小數計算解題的能力；也可能已具備利用整數除以整數，商為三位小數計算解題的能力，透過乘除互逆算出被除數甲是多少後，再利用直式計算出答案，但是在計算過程中發生錯誤。
3. 有 22% 的學生選擇選項③(低分組有 27%)，這些學生可能不具備利用整數除以整數，商為三位小數計算解題的能力；也可能已具備利用整數除以整數，商為三位小數計算解題的能力，透過乘除互逆算出被除數甲是多少後，再利用直式計算出答案，但是在求餘數位值時發生錯誤，誤將於數 0.12 記成 1.2。
4. 有 14% 的學生選擇選項④(低分組有 17%)，這些學生可能不具備利用整數除以整數，商為三位小數計算解題的能力；也可能已具備利用整數除以整數，商為三位小數計算解題的能力，透過乘除互逆算出被除數甲是多少後，再利用直式計算出答案，但是在計算過程中發生錯誤。

二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算。	5-n-12 能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。	6-n-06 能用直式處理小數除法的計算，並解決生活中的問題。

三、教學建議

（一）錯誤類型的可能原因

1. 學生不知道已知「 $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數」時，計算「 $a \div b$ 」的商到小數第二位時的餘數，和計算「 $r \div b$ 」的商到小數第二位的餘數相等。
2. 學生無法掌握有餘數情境的乘除互逆，無法算出甲是多少。
3. 商是小數時，學生無法掌握餘數的位值。

（二）核心概念與本題的教學重點

1. 本學習指標為 5-n-01 之後續學習概念，故學生應該已經能熟練整數除法的直式計算。而本學習指標則將被除數及商數的範圍由整數延伸至小數。

2. 本題有兩種解題的方法：

方法一：透過乘除互逆算出被除數甲是多少後，再利用直式計算出答案。

方法二：算出餘數 13 除以 28 的商到小數點後第二位時的餘數為答案。

教師應幫助【方法一】解題的學生改用【方法二】來解題。

3. 教師可以先布小數除以整數，商數是小數且有餘數的問題，例如：「 $17.5 \div 4$ 」。再布整數除以整數，商數是小數且有餘數的等分除問題，例如：「 $17 \div 4$ 」。「 $17.5 \div 4$ 」的被除數是一位小數，學生較容易類比整數除法直式計算，將整數位的餘數 1 轉換成 10 個 0.1，再加上原有的 0.5 後繼續運算。而「 $17 \div 4$ 」的被除數是整數，學生不易自行加上小數點，再將整數位的餘數 1 轉換成 10 個 0.1。
4. 以「將 231.8 公升果汁，平分裝成 14 瓶，每瓶最多可以裝幾公升，剩下幾公升？（商數算到小數第一位）」為例，說明如何幫助學生解小數除以整數除法直式計算。

步驟一：將 231.8 分解為 2 個「100」、3 個「10」、1 個「1」和 8 個「0.1」。

步驟二：先分 2 個「100」，2 個「100」平分成 14 份不夠分；將 2 個「100」換成 20 個「10」，加上原有的 3 個「10」，合起來是 23 個「10」。

23 個「10」平分成 14 份，每份是 1 個「10」。

步驟三：還剩下 9 個「10」不夠分，9 個「10」再換成 90 個「1」，加上原有的 1 個「1」，合起來是 91 個「1」。

步驟四：91 個「1」平分成 14 份，每份是 6 個「1」，分掉 84 個「1」。

步驟五：還剩下 7 個「1」不夠分，7 個「1」換成 70 個「0.1」，加上原有的 8 個「0.1」，合起來是 78 個「0.1」。

步驟六：78 個「0.1」平分成 14 份，每份是 5 個「0.1」，分掉 70 個「0.1」。

步驟七：剩下 8 個「0.1」。

步驟八：每瓶分到 1 個「10」、6 個「1」和 5 個「0.1」，剩下 8 個「0.1」，也就是每瓶分到 16.5 公升，剩下 0.8 公升。

上述的解題活動，可以使用下列直式來記錄：

	1 6. 5	⇒ 步驟八
1 4) 2 3 1. 8	⇒ 步驟一
	1 4	⇒ 步驟二
	9 1	⇒ 步驟三
	8 4	⇒ 步驟四
	7 8	⇒ 步驟五
	7 0	⇒ 步驟六
	8	⇒ 步驟七

5. 最簡分數的分母是 $2^m \times 5^n$ 的樣式，其中 m 、 n 都是非負整數，才能轉換成有限小數。

例如： $\frac{3}{8}$ 的分母是 $2^3 \times 5^0$ ，可以透過下列算式將 $\frac{3}{8}$ 改記成有限小數。

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \times 5 \times 5 \times 5}{8 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{3 \times 5 \times 5 \times 5}{2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5} = \frac{3 \times 5 \times 5 \times 5}{10 \times 10 \times 10} = \frac{375}{1000} = 0.375。$$

題號	試題代碼					答案	
22	110-M5-D3-22					2	
評量指標	5-a-01 能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化計算。						
知識向度	代數		認知向度		解題思考		
題目	已知 $9996 \times 9997 = 99930012$ 。 甲 = 9995×9996 ，乙 = 9997×9994 ，請問甲和乙相差多少？ ① 0 ② 2 ③ 9996 ④ 9997						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：41%
	全 體	0.33	0.41	0.17	0.09	0.01	
	高分組	0.40	0.45	0.09	0.06	0.01	鑑別度：0.08
	低分組	0.24	0.36	0.26	0.13	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定 $a \times b = c$ ，要求學生算出 $(b-2) \times a$ 和 $b \times (a-2)$ 的差，評量學生利用乘法對加法、減法分配律解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.08，正確答案為選項②，通過率為 41%，顯示超過四成的學生已具備利用乘法對加法、減法分配律解題的能力。
2. 有 33% 的學生選擇選項①(低分組有 24%)，這些學生可能尚未具備利用乘法對加法、減法分配律解題的能力，誤認為甲數的被乘數比乙數的被乘數少 2，甲數的乘數比乙數的乘數多 2，所以甲、乙兩數會一樣大，得到兩數差為 0 的答案。
3. 有 17% 的學生選擇選項③(低分組有 26%)、有 9% 的學生選擇選項④(低分組有 13%)，這些學生可能尚未具備利用乘法對加法、減法分配律解題的能力，任選甲、乙數的被乘數或乘數當成是答案。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-a-02 能在四則混合計算中，運用數的運算性質	5-a-01 能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化計算。	5-a-03 能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 題目給定 $9996 \times 9997 = 99930012$ ，部分學生可能無法將甲、乙兩個算式改記成和「 9996×9997 」有關的算式，利用乘法對加法、減法分配律解題。如下所示：
甲 = $9995 \times 9996 = (9997 - 2) \times 9996$ ，乙 = $9997 \times 9994 = 9997 \times (9996 - 2)$ 。
2. 部分學生可能將甲、乙兩個算式改記成和「 9996×9997 」有關的算式，無法進一步利用互消解題。如下所示：甲 = $9995 \times 9996 = (9994 + 1) \times 9996$ ，乙 = $9997 \times 9994 = (9996 + 1) \times 9994$ ，無法進一步將 9996×9994 互消解題。
3. 學生沒有數感， 9995×9996 的個位數字為 0， 9997×9994 的個位數字為 8， $8 - 0 = 8$ ， $10 - 8 = 2$ ，兩數差的個位數字不是 8 就是 2，只有選項②滿足。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本題有三種解題的方法：

第一種：分別算出甲和乙的答案後，再求甲和乙的差。

$$9995 \times 9996 = 99910020$$

$$9994 \times 9997 = 99910018$$

$$99910020 - 99910018 = 2$$

第二種：透過已知條件，利用乘法對加法、減法分配律解題。

$$\text{已知：} 9996 \times 9997 = 99930012$$

$$9995 \times 9996 = (9997 - 2) \times 9996 = 9997 \times 9996 - 2 \times 9996$$

$$9997 \times 9994 = 9997 \times (9996 - 2) = 9997 \times 9996 - 9997 \times 2$$

$$9997 \times 2 - 2 \times 9996 = 2$$

第三種：透過將被乘數轉換成相同的數，利用乘法對加法、減法分配律解題。

$$9995 \times 9996 = (9994 + 1) \times 9996 = 9994 \times 9996 + 1 \times 9996$$

$$9997 \times 9994 = (9996 + 1) \times 9994 = 9996 \times 9994 + 1 \times 9994$$

$$9996 - 9994 = 2$$

建議教師幫助使用方法一或方法三解題的學生改用方法二來解題。

2. 以「豆漿一杯 20 元，奶茶一杯 40 元，媽媽各買了 6 杯，要付多少元？」為例，說明如何幫助學生理解乘法對加法的分配律。

教學時應出現下面兩種解題的方法，如果學生只出現其中一種解法，教師應提供另一種解法讓學生討論。

方法一：分別計算 6 杯豆漿和 6 杯奶茶的錢，再算合起來是多少錢。

$$20 \times 6 = 120, 40 \times 6 = 240, 120 + 240 = 360,$$

並改用併式「 $20 \times 6 + 40 \times 6 = 360$ 」來記錄。

方法二：將 1 杯豆漿和 1 杯奶茶看成 1 份，先算 1 份的錢，再算 6 份的錢。

$$20 + 40 = 60, 60 \times 6 = 360,$$

並改用併式「 $(20 + 40) \times 6 = 360$ 」來記錄。

理解乘法對加法的分配有兩個層次：

層次一：學生必須分別算出方法一的答案「 $20 \times 6 + 40 \times 6 = 360$ 」和方法二的答案

「 $(20+40)\times 6=360$ 」，發現這兩種方法算出的答案相同，才可以記成「 $20\times 6+40\times 6=(20+40)\times 6$ 」。

層次二：學生知道它們是同一個問題的兩種合理算法，不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同，可以記成「 $20\times 6+40\times 6=(20+40)\times 6$ 」

教師應幫助層次一的學生提升至層次二。

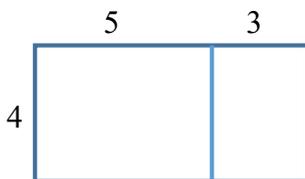
3. 可以透過面積模型幫助學生記憶乘法對加法分配律的意義，為國中利用長方形面積記憶乘法公式鋪路。

有兩種計算下列兩個長方形面積和的方法：

方法一： $5\times 4+3\times 4=32$

方法二： $(5+3)\times 4=32$

它們是同一個問題的兩種合理算法，不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同，可以記成「 $5\times 4+3\times 4=(5+3)\times 4$ 」。



4. 部份學生無法利用乘法對加法的分配律來簡化「 $35\times 99+35$ 」的計算，下面提供三種解題的方法。

方法一：教師直接宣告將 35 改記成 35×1

$$35\times 99+35=35\times 99+35\times 1=35\times (99+1)=35\times 100=3500$$

部份教師習慣利用方法一來教學，學生不理解為何要將 35 改記成 35×1 ，很快就會忘記。

方法二：給定「一枝筆賣 35 元，甲先買 99 枝，再買 1 枝，共花多少元？」的情境，再提供三種解法，幫助學生理解 35 是 35×1 的省略記法。

① $35\times 99+35\times 1$

② $35\times 99+35$

③ $35\times (99+1)$

方法三：乘法對加法的分配律是兩種算法答案一定相等的關係，學生可能將乘法對加法的分配律解讀成運算。

學生比較熟悉 $35\times (99+1) \Leftrightarrow 35\times 99+35\times 1$ 的乘法運算，比較不熟悉 $35\times 99+35\times 1=35\times (99+1)$ 提公因數的運算。

教師可以透過「 $35\times (99+1)=35\times 99+35\times 1=35\times 99+35$ 」，幫助學生理解 35 是 35×1 的省略記法，必須將 35 改記成 35×1 ，才能利用乘法對加法的分配律來解題。

題號	試題代碼					答案	
23	110-M5-B2-23					3	
評量指標	5-n-15 能解決時間的乘除計算問題。						
知識向度	量與實測		認知向度		程序執行		
題目	完成一件成品要 4 日 10 小時 20 分鐘。如果 10 日可以完成「甲」件成品，剩下「乙」日「丙」小時「丁」分鐘，請問下列敘述何者 <u>錯誤</u> ？ ① 甲=2 ② 乙=1 ③ 丙=4 ④ 丁=20						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：36%
	全 體	0.17	0.25	0.36	0.21	0.01	
	高分組	0.10	0.17	0.58	0.13	0.01	鑑別度：0.37
	低分組	0.22	0.30	0.21	0.26	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題是時間量包含除情境的文字題，要求學生算出商及餘數，評量學生利用時間的乘除計算解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.37，正確答案為選項③，通過率為 36%，顯示近四成的學生已具備利用時間的乘除計算解題的能力。
2. 有 17% 的學生選擇選項①(低分組有 22%)，25% 的學生選擇選項②(低分組有 30%)，21% 的學生選擇選項④(低分組有 26%)，這些學生可能不具備利用時間的乘除計算解題的能力；也可能已具備利用時間的乘除計算解題的能力，但解題時將被除數和除數的單位都換成分鐘，利用除法算出答案後，再將分鐘為單位的答案換算成幾日幾小時幾分鐘，因為計算過程繁雜，在計算過程中發生錯誤。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-n-13 能解決複名數的時間量的計算問題。	5-n-15 能解決時間的乘除計算問題。	6-n-12 能認識速度的意義及其常用單位。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 將被除數和除數的單位都換成分鐘，利用除法算出答案後，再將分鐘為單位的答案換算成幾日幾小時幾分鐘，因為計算過程繁雜，在計算過程中發生錯誤。
2. 學生沒有養成解包含除問題時先估商，商的數字比較小時，採用先乘後減的方

法來解題。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1.本學習指標為 4-n-13 之後續學習概念，故學生應該已經能解決複名數時間量的加、減計算及複名數時間量整數倍的乘法計算(不進退位)。而此學習指標開始引入可進退位時間量整數倍的乘法計算，以及等分除和包含除情境時間量的除法計算。

2.本題有兩種解題的方法：

方法一：將被除數 10 日和除數 4 日 10 小時 20 分鐘的單位都換成分鐘，利用除法算出答案後，再將分鐘為單位的答案換算成幾日幾小時幾分鐘，因為計算過程繁雜，學生常在計算過程中發生錯誤。

方法二：透過估商，利用先乘後減的方式解題。

學生應該很容易估出最多只能完成 2 件作品，接著則可以用先乘後減的方式算出答案：

$$4 \text{ 日 } 10 \text{ 小時 } 20 \text{ 分鐘} \times 2 = 8 \text{ 日 } 20 \text{ 小時 } 40 \text{ 分鐘},$$

$$10 \text{ 日} - 8 \text{ 日 } 20 \text{ 小時 } 40 \text{ 分鐘} = 1 \text{ 日 } 3 \text{ 小時 } 20 \text{ 分鐘}$$

$$\text{得到甲} = 2, \text{乙} = 1, \text{丙} = 3, \text{丁} = 20$$

建議教師幫助使用【方法一】解題的學生改用【方法二】來解題。

題號	試題代碼				答案		
24	110-M5-A1-24				2		
評量指標	5-n-08 能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。						
知識向度	數與計算	認知向度		概念理解			
題目	<p>「一瓶水有$\frac{5}{8}$公升，$\frac{3}{4}$瓶水有多少公升？」，</p> <p>我們可以利用「$\frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{8 \times 4}$」算出答案。</p> <p>下列是甲、乙兩人關於「$\frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{8 \times 4}$」的說法。</p> <p>甲說：分母乘分母表示1瓶水被平分成8×4份。</p> <p>乙說：分子乘分子表示有5×3個$\frac{1}{32}$公升的水。</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲 ② 只有乙 ③ 兩個人的說法都正確 ④ 兩個人的說法都不正確</p>						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：24%
	全 體	0.22	0.24	0.34	0.18	0.01	
	高分組	0.15	0.28	0.42	0.14	0.01	鑑別度：0.09
	低分組	0.27	0.20	0.31	0.20	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定分數乘法文字題和兩個解讀乘法算式意義的說法，要求學生選出正確的說法，評量學生是否理解分數乘法算式的意義。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.09，正確答案為選項②，通過率為24%，顯示超過二成的學生已理解分數乘法算式的意義。
2. 有34%的學生選擇選項③(低分組有31%)，這些學生可能不理解分數乘法算式的意義，不知道題目描述「一瓶水有 $\frac{5}{8}$ 公升」時，1公升已經進行一次八等分割的活動，而題目描述「 $\frac{3}{4}$ 瓶水有多少公升」時，1瓶水進行一次四等分割的活動，而1公升又進行一次四等分割的活動，因此1公升的水進行了二次等分割的活動，被等分割成 8×4 份，其中的1份是 $\frac{1}{32}$ 公升。這些學生不知道分母乘分母是將1公升分割成 8×4 份，誤以為分母乘分母是將1瓶分割成 8×4 份，

但是知道分子乘分子是計算多少個 $\frac{1}{32}$ 公升。

- 3.有 22%的學生選擇選項①(低分組有 27%)、有 18%的學生選擇選項④(低分組有 20%)，這些學生可能不理解分數乘法算式的意義，不知道分母乘分母是將 1 公升分割成 8×4 份，誤以為分母乘分母是將 1 瓶分割成 8×4 份，或不知道分子乘分子是計算多少個 $\frac{1}{32}$ 公升，誤以為分子乘分子是計算多少個 $\frac{1}{32}$ 瓶。

二、對應能力指標 (97 課綱分年細目)

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	5-n-09 能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。	5-n-08 能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。	6-n-04 能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

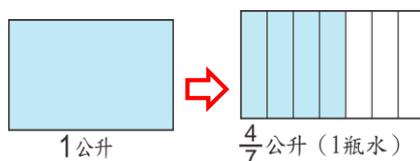
- 1.學生可能透過口訣進行分數乘法的解題活動，雖能正確算出答案卻不理解「分母 \times 分母，分子 \times 分子」所代表的意義。
- 2.學生可能不理解分數乘法算式的意義，不知道題目描述「一瓶水有 $\frac{5}{8}$ 公升」時，1 公升已經進行一次八等分割的活動，而題目描述「 $\frac{3}{4}$ 瓶水有多少公升」時，1 瓶水進行一次四等分割的活動，而 1 公升又進行一次四等分割的活動，因此 1 公升的水進行了二次等分割的活動，被等分割成 8×4 份，其中的 1 份是 $\frac{1}{32}$ 公升。這些學生不知道分母乘分母是將 1 公升分割成 8×4 份，誤以為分母乘分母是將 1 瓶分割成 8×4 份，但是知道分子乘分子是計算多少個 $\frac{1}{32}$ 公升。

(二) 核心概念與本題的教學重點

- 1.下面以「一瓶水有 $\frac{4}{7}$ 公升， $\frac{3}{5}$ 瓶水有多少公升？」為例，說明為什麼可以透過「分子乘以分子，分母乘以分母」的方式算出答案。

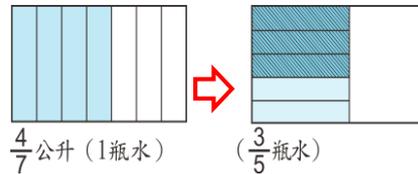
步驟一：題目問「水有多少公升？」，先畫一個長方形表示 1 公升，接著畫出 $\frac{4}{7}$

公升表示 1 瓶水，如下圖：



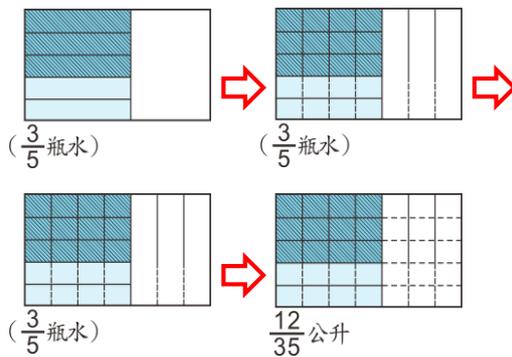
步驟二：以 1 瓶水 ($\frac{4}{7}$ 公升) 為單位，平分成 5 份，再取出其中的 3 份，並在

這 3 份畫上斜線，斜線部份就是 $\frac{3}{5}$ 瓶水，如下圖：



步驟三：「和 1 公升 (原來的長方形) 比比看，1 公升被分割成幾小份？」，可以用算式「 $7 \times 5 = 35$ 」算出 1 公升被分割成 35 小份，其中的 1 小份是 $\frac{1}{35}$ 公升。再算算看，斜線部份有幾小份，用算式「 $4 \times 3 = 12$ 」算出有

12 小份，這 12 小份合起來是 $\frac{12}{35}$ 公升。如下圖：



步驟四：看著算式「 $\frac{4}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{4 \times 3}{7 \times 5}$ 」說說看：

「分母乘以分母(7×5)」是否記錄了將 1 公升(原來的長方形)先平分成 7 份、每 1 份再平分成 5 小份？也就是將 1 公升平分成 35(7×5)小份，而其中的 1 小份是 $\frac{1}{7 \times 5}$ 公升。」

「分子乘以分子(3×4)」是否記錄了有 12 個 $\frac{1}{7 \times 5}$ 公升？也就是 12 個 $\frac{1}{35}$ 公升。」

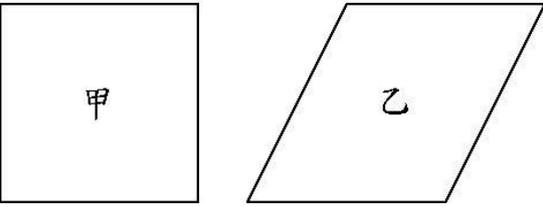
2. 以「一桶果汁 $\frac{5}{6}$ 公升， $\frac{3}{4}$ 桶有多少公升？」為例，學生利用「 $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$ 」解題時，

不宜要求學生將被乘數的分母 6 和乘數的分子 3 直接約分，因為 $\frac{5}{6}$ 和 $\frac{3}{4}$ 兩個數字的單位不一樣。

當學生算出「 $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{6 \times 4}$ 」之後， $\frac{5 \times 3}{6 \times 4}$ 是一個數字，因為分母的6和分子的3有公因數3，所以可以將(6×4)和(5×3)同時除以3，得到

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times \cancel{3}^1}{\cancel{6}^2 \times 4} = \frac{5 \times 1}{2 \times 4} = \frac{5}{8}$$

教師也可以比對先約分和算出積後再約分的算式，幫助學生認識最後的結果都一樣，因此可以先約分後算出答案。

題號	試題代碼				答案		
25	110-M5-C1-25				3		
評量指標	5-s-04 能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。						
知識向度	幾何	認知向度		概念理解			
題目	圖形甲是正方形，圖形乙是平行四邊形。						
	 <p>下列關於甲、乙兩圖形對稱軸個數的敘述，何者正確？</p> <p>① 甲圖形有 2 條對稱軸，乙圖形沒有對稱軸</p> <p>② 甲圖形有 2 條對稱軸，乙圖形有 2 條對稱軸</p> <p>③ 甲圖形有 4 條對稱軸，乙圖形沒有對稱軸</p> <p>④ 甲圖形有 4 條對稱軸，乙圖形有 2 條對稱軸</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：34%
	全 體	0.10	0.18	0.34	0.37	0.01	
	高分組	0.05	0.12	0.53	0.28	0.01	鑑別度：0.34
	低分組	0.15	0.24	0.19	0.41	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標說明

本題給定正方形和平行四邊形的圖像，要求學生選出兩圖形正確的對稱軸個數，評量學生找出簡單平面圖形對稱軸個數的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.34，正確答案為選項③，通過率為 34%，顯示超過三成的學生已具備找出簡單平面圖形對稱軸個數的能力。
2. 有 10% 的學生選擇選項①(低分組有 15%)，這些學生可能認為只有水平或鉛垂方向的直線才可能是對稱軸，因此給定的正方形只有兩條對稱軸，這些學生可能知道給定的平行四邊形沒有對稱軸。
3. 有 18% 的學生選擇選項②(低分組有 24%)，這些學生可能認為和邊平行的直線才可能是對稱軸，因此給定的正方形只有兩條對稱軸，這些學生可能認為和平行四邊形兩邊平行的直線也是平行四邊形的對稱軸，所以給定的平行四邊形也有 2 條對稱軸。
4. 有 37% 的學生選擇選項④(低分組有 41%)，這些學生知道正方形有 4 條對稱軸，但誤認為和平行四邊形兩邊平行的直線也是對稱軸，因此給定的平行四邊形有 2 條對稱軸。

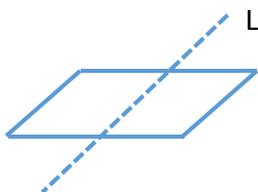
二、對應能力指標（97 課綱分年細目）

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	4-s-03 能認識平面圖形全等的意義。	5-s-04 能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。	6-s-02 能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響，並認識比例尺。

三、教學建議

（一）錯誤類型的可能原因

1. 因為平行四邊形兩雙對邊互相平行，部份學生誤認為平行四邊形也是線對稱圖形(如下圖)。

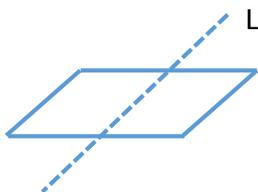


2. 部份學生誤認為只有水平或鉛垂方向的直線才可能是對稱軸，因此給定的正方形只有兩條對稱軸，給定的平行四邊形沒有對稱軸。
3. 學生沒有實際操作，透過對摺檢查圖形是否為對稱軸的解題經驗。

（二）核心概念與本題的教學重點

1. 因為平行四邊形兩雙對邊互相平行，部份學生誤認為平行四邊形也是線對稱圖形(如下圖)。

教師應提供學生對摺平行四邊形判斷是否可能重合的解題經驗，幫助學生認識 L 不是平行四邊形的對稱軸，所以平行四邊形不是線對稱圖形。



2. 部份學生在尋找線對稱圖形有幾條對稱軸時，常遺漏一些對稱軸，下面提出一種幫助學生能找出所有對稱軸的方法。

教師可以先拿出一些已畫出所有對稱軸的線對稱圖形，例如下圖中的七個線對稱圖形，要求學生將這些圖形，依對稱軸和對稱圖形交點間的關係進行分類，幫助學生將對稱圖形的對稱軸分成下列三類。

第一類：對稱軸通過對稱圖形的兩個頂點。

例如：菱形、正方形、六邊形。

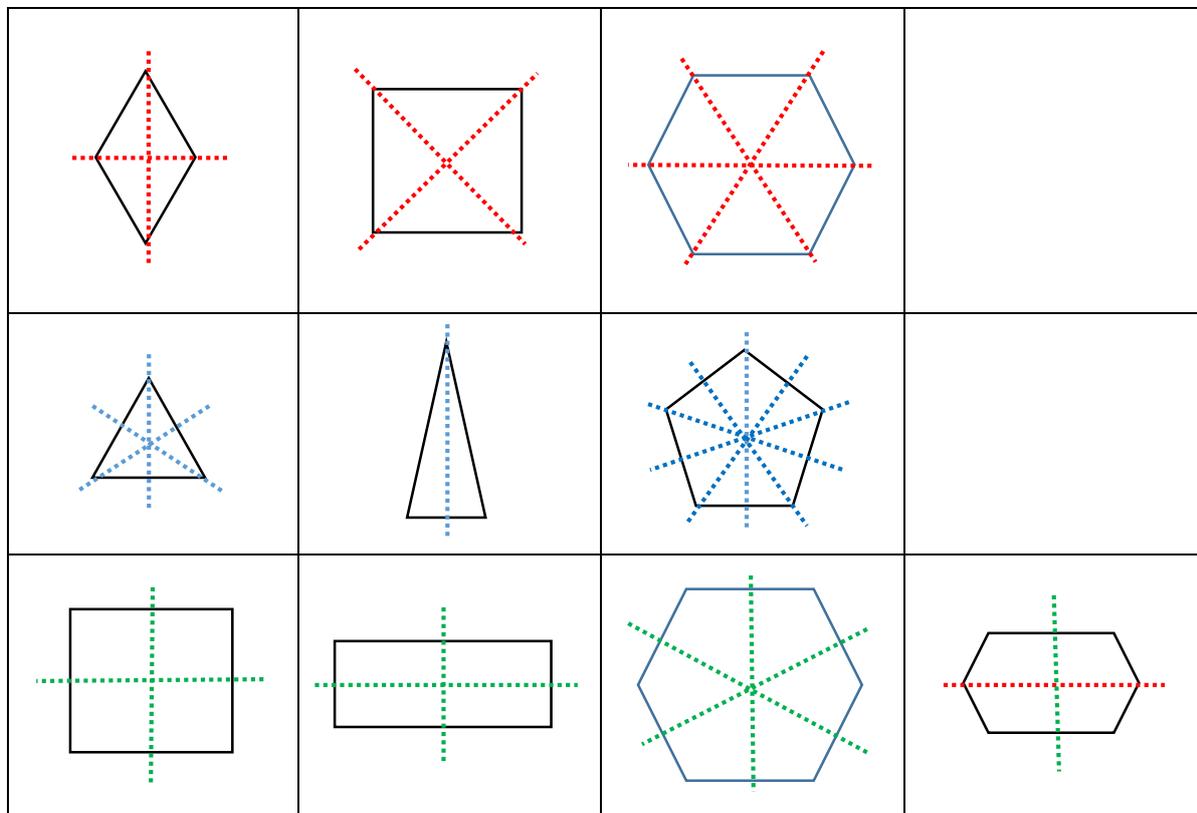
第二類：對稱軸通過對稱圖形的一個頂點和一邊的中點。

例如：正三角形、等腰三角形、正五邊形。

第三類：對稱軸通過對稱圖形兩邊的中點。

例如：正方形、長方形、六邊形。

當學生理解對稱軸和對稱圖形間只有這三類關係後，只要依這三類關係分別找出對稱軸，就不會遺漏。



伍、整體學力表現分析

一、不同背景變項學生整體學力表現分析

本計畫同時採用古典測驗理論(classical test theory, CTT)與試題反應理論(item response theory, IRT)三參數模式作為試題分析理論基礎，並以三參數模式進行學生能力估計。三參數模式有 a、b、c 三種參數，分別代表鑑別度、難度以及猜測度。學生能力估計值則參考 PISA 與 TIMSS 等國際大型測驗的作法，將估計出來的能力轉換至平均分數 500，標準差 100 的量尺上，再以轉換所得量尺分數進行不同背景變項學生表現分析。本年度數學五年級整體學生學力表現分布狀況，如圖 5-1 所示。

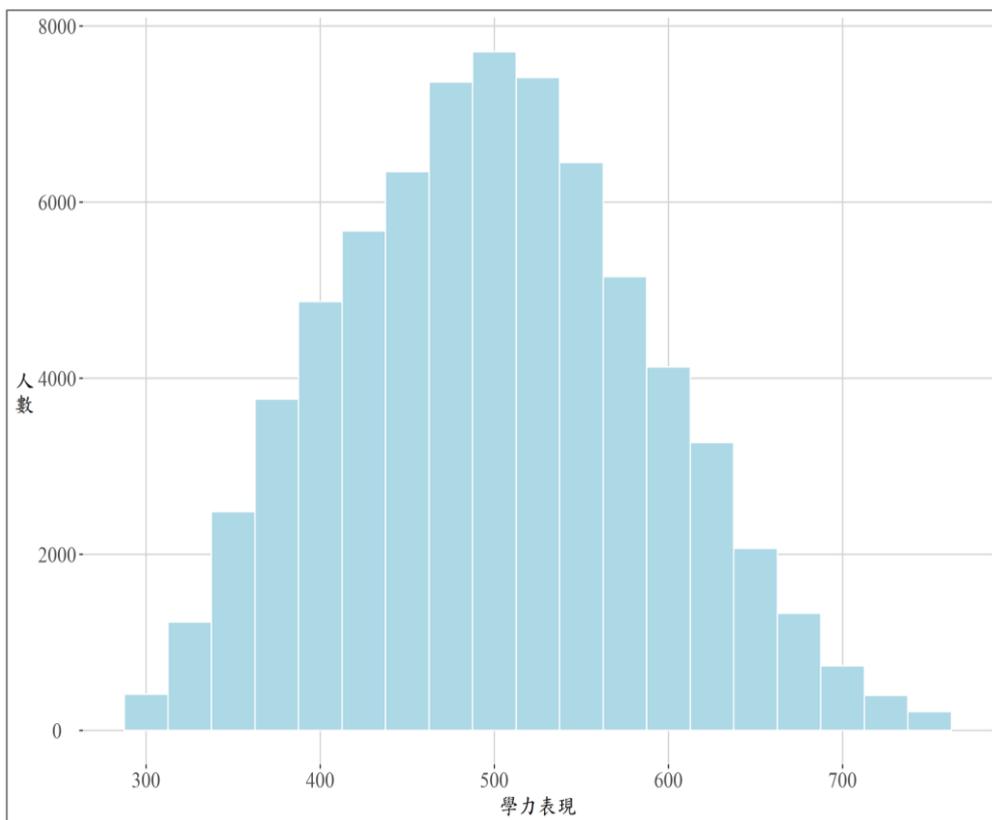


圖 5-1 數學五年級整體學生學力表現分布圖

如圖 5-2，以性別為背景變項進行分析，男生的平均量尺分數為 501（標準差 93）、女生平均量尺分數則為 499（標準差 84）；再以不同都市化程度進行背景變項分析，發現「都會核心」及「工商市區」之五年級學生其數學學力檢測表現高於整體平均，「新興市鎮」、「傳統產業市鎮」、「低度發展鄉鎮」、「高齡化鄉鎮」及「偏遠鄉鎮」學生之表現低於整體平均。按照不同都市化程度學力表現由高至低依序為「都會核心」、「工商市區」、「傳統產業市鎮」、「新興市鎮」、「低度發展鄉鎮」、「高齡化鄉鎮」、「偏遠鄉鎮」，與都市化程度排列大致相同，其中「偏遠鄉鎮」平均量尺分數為 476（標準差 81）與整體平均差異最為明顯，各鄉鎮市區類型參與之學生人數、學力表現平均數及標準差如表 5-1 所示。本年度參與人數 71,025 人，排除資料缺漏者 21 人，總計背景變項分析有效樣本為 71,004 人。

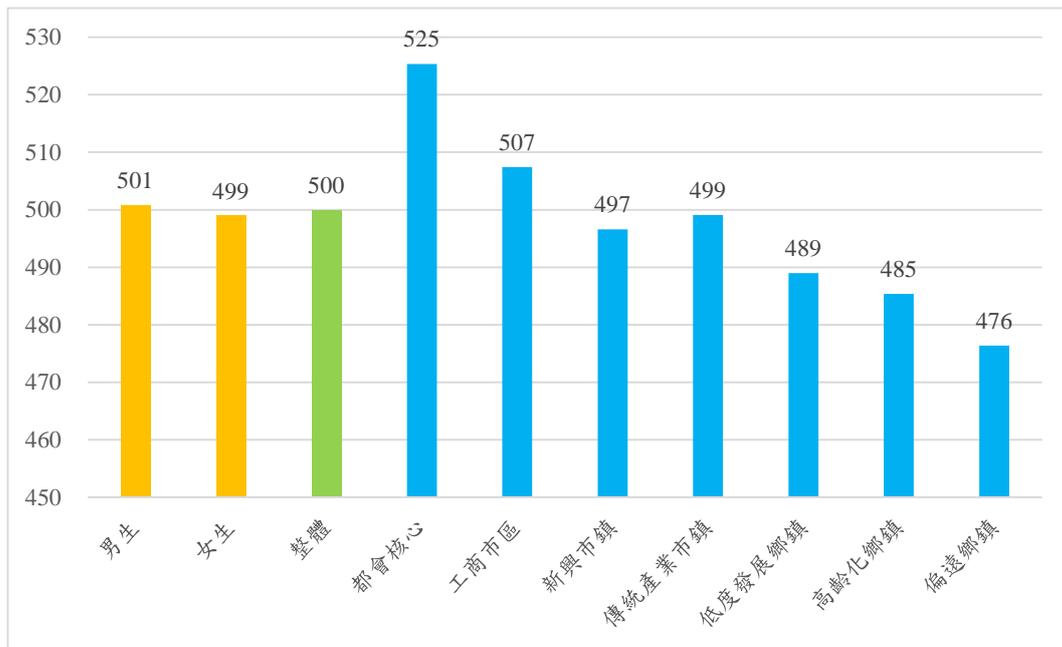


圖 5-2 數學五年級學生不同背景變項學力表現

表 5-1 各鄉鎮市區類型參與之學生人數、學力表現平均數及標準差

整體	人數	71004
	平均數	500
	標準差	89
都會核心	人數	4308
	平均數	525
	標準差	91
工商市區	人數	23578
	平均數	507
	標準差	89
新興市鎮	人數	16011
	平均數	497
	標準差	88
傳統產業市鎮	人數	10727
	平均數	499
	標準差	88
低度發展鄉鎮	人數	8081
	平均數	489
	標準差	87
高齡化鄉鎮	人數	6151
	平均數	485
	標準差	86
偏遠鄉鎮	人數	2148
	平均數	476
	標準差	81

二、國民小學五年級學生於不同能力指標之答對率

藉由將「國民小學數學五年級學生學習能力檢測」題號、對應之九年一貫能力指標和答對率進行交叉對照，可更明確檢視學生表現較優異和有待加強之處，相關整理如下表 5-2 所示：

表 5-2 不同能力指標與其答對率之交叉對照表

答對率	數與計算		
	題號	能力指標	
91~100			
81~90			
71~80	1	5-n-05	能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。
61~70	2	5-n-11	能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。
	3	5-n-01	能熟練整數乘、除的直式計算。
	4	5-n-13	能將分數、小數標記在數線上。
	5	5-n-02	能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。
51~60	11	5-n-09	能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。
	12	5-n-05	能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。
41~50	7	5-n-08	能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。
	10	5-n-07	能用通分做簡單異分母分數的比較與加減。
31~40	16	5-n-06	能用約分、擴分處理等值分數的換算。
	21	5-n-12	能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。
21~30	13	5-n-13	能將分數、小數標記在數線上。
	15	5-n-03	能熟練整數四則混合計算。
	24	5-n-08	能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。
11~20			
0~10			

答對率	量與實測		
	題號	能力指標	
91~100			
81~90			
71~80			
61~70	8	5-n-18	能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。 (同 5-s-05)
	9	5-n-15	能解決時間的乘除計算問題。
51~60			
41~50			
31~40	23	5-n-15	能解決時間的乘除計算問題。
21~30			
11~20			
0~10			

答對率	幾何		
	題號	能力指標	
91~100			
81~90			
71~80			
61~70			
51~60	6	5-s-01	能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。
	14	5-s-02	能透過操作，理解三角形任意兩邊和大於第三邊。
41~50			
31~40	20	5-s-01	能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。
	25	5-s-04	能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。
21~30	19	5-s-03	能認識圓心角，並認識扇形。
11~20			
0~10			

答對率	代數		
	題號	能力指標	
91~100			
81~90			
71~80			
61~70	18	5-a-01	能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化計算。
51~60			
41~50	22	5-a-01	能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化計算。
31~40	17	5-a-03	能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。
21~30			
11~20			
0~10			

陸、整體教學建議

一、學生整體表現

由表 6-1 觀之，本次測驗全體學生的平均通過率是 48%。從學生在各評量指標-知識向度與認知向度的解題表現來看，其中，在知識向度方面，學生在量與實測向度的平均通過率最高(57%)，其次是數與計算向度(50%)、代數向度(44%)，而在幾何向度的平均通過率最低(42%)；在認知向度方面，學生在概念理解向度的平均通過率最高(51%)，在程序執行向度平均通過率最低(44%)。進一步分析資料，學生在量與實測*解題思考向度的平均通過率最佳（全：69%，高分組：84%，低分組：48%）；學生在代數*解題思考向度的平均通過率最低（全：36%，高分組：43%，低分組：30%）。

此結果顯示針對五年級學生的數學課室教學，教師對於建立學生代數思維，以及解題思考能力，除重視基本概念之講解說明與程序運算的練習之外，亦要多提供促進學生思考與討論的應用性問題，提升學生更高階段的學習成效。

表 6-1 數學領域五年級正式題本試題數據-雙向細目表

五	概念理解			程序執行			解題思考			小計		
	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率		分組	通過率
數與計算	1、2、 4、 12、24	全	0.58	3、7、 10、13、 15、16	全	0.42	5、11、 21	全	0.51	共 14 題	全	0.50
		高	0.76		高	0.68		高	0.76		高	0.73
		低	0.38		低	0.22		低	0.26		低	0.28
量與實測				9、23	全	0.50	8	全	0.69	共 3 題	全	0.57
					高	0.73		高	0.84		高	0.77
					低	0.28		低	0.48		低	0.35
幾何	6、 19、25	全	0.37				14、20	全	0.49	共 5 題	全	0.42
		高	0.59					高	0.74		高	0.65
		低	0.20					低	0.28		低	0.23
代數	18	全	0.62				17、22	全	0.36	共 3 題	全	0.44
		高	0.89					高	0.43		高	0.58
		低	0.32					低	0.30		低	0.31
小計	共 9 題	全	0.51	共 8 題	全	0.44	共 8 題	全	0.49	共 25 題	全	0.48
		高	0.72		高	0.70		高	0.68		高	0.70
		低	0.31		低	0.23		低	0.30		低	0.28

二、對學習待加強學生的觀察

本次測驗對象是國小五年級的學生，測驗的內容是以九年一貫課程綱要-數學領域中所羅列之五年級學生應學習的分年細目作為命題依據。因此，高、低分組學生在這些題目的答對率上應相距不遠；但是，由上表 6-1 呈現的數據發現，有些題目高分組學生與低分組學生的通過率落差很大。因此，我們特別針對鑑別度較高的試題(第 4、5、6、9、11、20 題) 再做進一步的分析與討論，提供老師作為教學上的參考。

(一) 數線上兩點的距離

1. 評量目標

第 4 題(試題如下)對應的分年細目是「5-n-13 能將分數、小數標記在數線上。」本題給定 3 組在數線上標示兩點小數坐標的情境，要求學生比較哪組兩點的距離最長，評量學生在小數數線上做加、減操作的能力。

數線上 A、B 兩點位置所標示的數字分別是 5.3、8.3。

數線上 C、D 兩點位置所標示的數字分別是 85.3、88.3。

數線上 E、F 兩點位置所標示的數字分別是 725.3、728.3。

請問哪兩點的距離最長？

2. 試題分析

本題鑑別度為 0.58，正確答案為選項④，通過率為 67%。其中高分組通過率為 94%，顯示超過九成的高分組學生已能進行數線上刻度與長度的轉換，並利用減法算式算出給定刻度兩點的距離；低分組通過率為 36%，另有 32%選擇選項③，他們無法利用減法算式算出給定刻度兩點的距離，且受到數字大小的影響，認為數字較大兩點的距離比較長。

(1)有 18%的學生選擇選項③(高分組有 4%、低分組有 32%)，這些學生可能無法進行數線上刻度與長度的轉換，不具備利用減法算式計算小數數線上給

定坐標兩點距離的能力，誤以為標示的數字愈大時兩點間的距離就愈大。

- (2)有 9%的學生選擇選項①(高分組有 2%、低分組有 19%)，有 6%的學生選擇選項②(高分組有 1%、低分組有 13%)，這些學生可能不理解題意，或尚未具備計算小數數線上給定坐標兩點距離的能力。

3.教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

- (1)學生無法進行數線上刻度和距離(長度)間的轉換，例如看到刻度 5，無法想到刻度 0 和刻度 5 的距離是 5 個單位。教師可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的刻度 5 有下列兩種意義：

第一種：在數線上的位置(或坐標)是 5。

第二種：和原點 0 的距離是 5。

- (2)教師應幫助學生察覺下面五類問題間滿足同構的關係

第一：順序數(序數)和集合數(基數)的互換

例如甲排第 7 個，可以得到第 1 個到甲，共有 7 個人。

第二：直尺上刻度與距離的互換

例如看到刻度 7，可以得到刻度 0 到刻度 7 的距離是 7 公分。

第三：數線上刻度(坐標)與距離(長度)的互換

例如看到坐標 7，可以得到坐標 0 到坐標 7 的距離是 7 個單位。

第四：量角器上刻度與旋轉角度的互換

例如看到刻度 20 度，可以得到刻度 0 度到刻度 20 度間旋轉了 20 度。

第五：時間數線上時刻與時間的互換

例如看到時刻 3 時 20 分，可以得到 0 時 0 分到 3 時 20 分中間經過 3 小時 20 分鐘。

- (3)三年級第 14 題「數線上 A 、 B 兩點位置標示的數字是 12、18。數線上 C 、 D 兩點位置標示的數字是 312、318。數線上 E 、 F 兩點位置標示的數字是 7512、7518。請問哪兩點的距離最長？」；四年級第 12 題「數線上 A 、 B 兩點位置標示的數字是 $2\frac{1}{5}$ 、 $3\frac{4}{5}$ 。數線上 C 、 D 兩點位置標示的數字是 $12\frac{1}{5}$ 、

$13\frac{4}{5}$ 。數線上 E、F 兩點位置標示的數字是 $102\frac{1}{5}$ 、 $103\frac{4}{5}$ 。請問哪兩點的距離最長？」都是求兩點距離的題目，三年級給的數字是整數，四年級給的數字是同分母的分數，五年級給的數字是小數。

	三年級	四年級	五年級
通過率(%)	66	69	67
高分組(%)	93	92	94
低分組(%)	33	39	36

選擇數字大 ⇨ 距離長

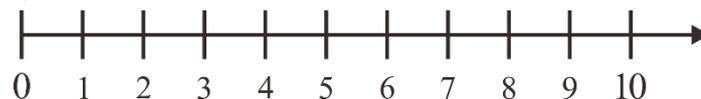
	三年級	四年級	五年級
通過率(%)	23	19	18
高分組(%)	06	06	04
低分組(%)	40	35	32

由上面的數據可以發現，三年級無法解決兩點距離的學生，到五年級還是無法解決。

(4)教師可以透過下列方法幫助學生理解小數數線：

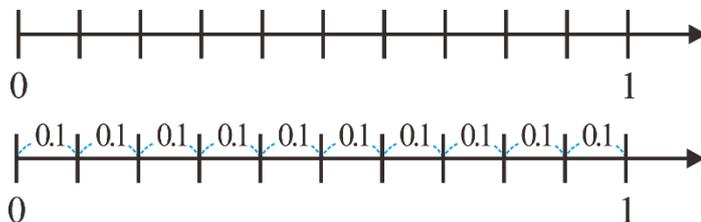
步驟一：以 1 公分為單位，利用直尺上的公分刻度繪製整數數線，並說明刻度 1 指的是 0 和 1 的距離是 1，刻度 2 指的是 0 和 2 的距離是 2，……。

幫助學生理解整數數線的意義。

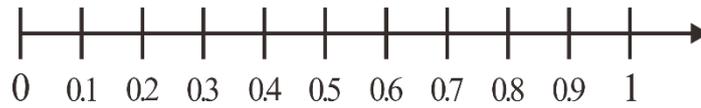


步驟二：以 10 公分為 1 單位，1 公分為 0.1 單位，利用直尺上的公分刻度，

幫助學生理解小數數線的意義。如下所示：



步驟三：將一位純小數標示在小數數線上，並理解刻度 0.1 和刻度 0 的距離是 0.1 單位，刻度 0.5 和刻度 0 的距離是 5 個 0.1 單位，也就是 0.5 單位，……。如下所示：

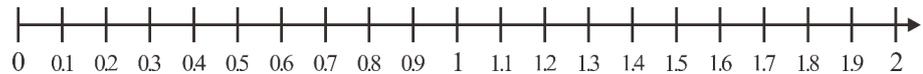


刻度0.5和原點0
在數線上的距離是0.5個單位



0.5
在數線上的位置

步驟四：將小數數線擴充至 1 以上。



(二) 三步驟問題的列式

1. 評量目標

第 5 題(試題如下)對應的分年細目是「5-n-02 能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。」，本題是先加後除再乘的三步驟問題，要求學生選出解題的算式，評量學生三步驟問題列式的能力。

「媽媽把 1200 毫升的紅茶和 900 毫升的牛奶混合成奶茶後，平分裝成 6 杯。哥哥喝了 2 杯，請問他喝了多少毫升的奶茶？」下列哪個算式可以算出正確答案？

① $1200 \div 6 + 900 \div 6$

2. 試題分析

本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項④，通過率為 62%。其中高分組通過率為 90%，顯示九成的高分組學生已具備先加後除再乘三步驟問題列式的能力；而低分組的通過率為 31%，有 47%的低分組學生選擇選項③，顯示低分組學生不具備先加後除再乘三步驟問題列式的能力，且理解題意的能力明顯不足。

(1)有 28%的學生選擇選項③(高分組有 7%、低分組有 47%)，這些學生可能誤解「哥哥喝了 2 杯」的語意，將先加後除再乘的三步驟問題解讀為先加後除

再除的三步驟問題。

(2)有 7%的學生選擇選項②(高分組有 2%、低分組有 14%)，這些學生可能已具備三步驟問題列式的能力，但是沒有注意「括號先算」運算次序的約定，沒有將先加的兩數加上括號。

(3)有 3%的學生選擇選項①(高分組有 0%、低分組有 7%)，這些學生可能不具備三步驟問題列式的能力。

3.教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1)學生可能可以使用多個算式紀錄解題活動，但是無法將這些算式改記成併式，導致無法列式。

下面以「小洋原本有 100 元，買了 2 個 25 元的麵包後，爸爸又給他 48 元，請問小洋現在有多少元？」為例，說明三步驟問題的教學流程。

步驟一：用一個併式及一個算式紀錄解題活動

$$100 - 25 \times 2 = 50, 50 + 48 = 98, \text{ 答：現在有 98 元。}$$

步驟二：將一個併式及一個算式改記成併式的記法

$$\text{將「} 100 - 25 \times 2 = 50, 50 + 48 = 98 \text{」改記成「} 100 - 25 \times 2 + 48 = 98 \text{」}$$

步驟三：用併式紀錄解題活動

$$100 - 25 \times 2 + 48 = 98, \text{ 答：現在有 98 元。}$$

步驟四：用算式填充題來列式

$$100 - 25 \times 2 + 48 = (\quad)$$

步驟五：先列式，再用逐次減項的記法紀錄解題活動

$$100 - 25 \times 2 + 48 = (\quad)$$

$$100 - 25 \times 2 + 48$$

$$= 100 - 50 + 48$$

$$= 50 + 48$$

$$= 98, \text{ 答：現在有 98 元。}$$

(2)以逐次減項的記法「 $5 \times (12 + 8) - 10 = 5 \times 20 - 10 = 100 - 10 = 90$ 」為例，

逐次減項是以下解題過程的摘要記法：

$$5 \times (12 + 8) - 10 = 5 \times 20 - 10,$$

$$5 \times 20 - 10 = 100 - 10,$$

$$100 - 10 = 90$$

因為等號滿足遞移性($A=B$, $B=C$, $C=D$, 所以 $A=D$),

$$\text{所以 } 5 \times (12 + 8) - 10 = 90$$

逐次減項記法中除了把重複出現的算式「 $5 \times 20 - 10$ 」和「 $100 - 10$ 」

只記一次之外, 還把解題過程最重要的部份「因為等號滿足遞移性,

所以 $5 \times (12 + 8) - 10 = 90$ 」也省略了。

教師可以透過詢問為什麼「 $5 \times (12 + 8) - 10$ 」的答案是 90, 檢查學生是否掌握利用等號遞移性記錄的意義。

(3) 學生面對沒有見過的多步驟問題時, 只能用多個算式來記錄解題活動, 學生解題成功後, 教師應要求學生將多個算式改記成併式。以後再遇到相同的問題時, 應要求學生先用併式來列式, 再利用逐次減項的記法記錄解題活動。儘量要求學生以併式的方法思考與演算, 這是代數列式的前置經驗。

(4) 學生可能已具備列式的能力, 但在列式時, 不理會「括號先算」、「先乘除後加減」及「由左往右算」運算次序的約定。

下面說明如何幫助學生認識運算次序的約定。

四年級兩步驟計算問題中, 只會用到①括號先算、②先乘除後加減、③由左往右算, 這三個約定其中的一個約定。

建議教師將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類, 來幫助學生解題。

第一類：有括號的兩步驟計算問題

括號的部份要先算, 簡稱為括號先算。

第二類：沒有括號的兩步驟計算問題

①算式中加、減, 乘、除都有時, 要先算乘、除的部份。

簡稱為先乘除後加減。

②算式中都是乘、除時, 要由左往右算; 算式中都是加、減時, 也

要由左往右算。簡稱為由左往右算。

五年級引入三步驟計算問題, 學生只要知道第一步要算什麼, 三步驟計算問

題，就能簡化成二步驟計算問題。四年級將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題的約定，也能適用於三步驟問題及更多步驟的問題。

第一類：有括號的三步驟計算問題

括號的部份要先算，簡稱為括號先算。

第二類：沒有括號的三步驟計算問題

①算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份。簡稱為先乘除後加減。

②算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。簡稱為由左往右算。

(三) 三角形內角和為 180 度

1. 評量目標

第 6 題(試題如下)對應的分年細目是「5-s-01 能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。」，本題給定三角形一個鈍角的角度，要求學生選出不可能是三角形其他角的角度，評量學生利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力。

三角形 ABC 中角 A 的角度是 92 度，下列何者不可能是角 B 的角度？

- ① 88 度
- ② 85 度
- ③ 45 度

2. 試題分析

本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項①，通過率為 51%。其中高分組通過率為 79%，顯示近八成的高分組學生已具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力；低分組通過率為 24%，有 56%的低分組學生選擇選項④，顯示低分組學生可能不具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力，也不具備辨認鈍角三角形的能力，選擇日常生活及課堂活動中較少出現的 1 度角為答案。

(1)有 40%的學生選擇選項④(高分組有 19%、低分組有 56%)，這些學生可能

尚未具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力，也不具備辨認鈍角三角形的能力；也可能在日常生活中或課堂活動中很少看到角度是 1 度的角，這些學生可能認為三角形中不會存在角度是 1 度的角。

(2)有 5%的學生選擇選項③(高分組有 1%、低分組有 10%)、有 4%的學生選擇選項②(高分組有 1%、低分組有 9%)，這些學生可能尚未具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力，也不具備辨認鈍角三角形的能力。

3.教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1)四年級教師不宜透過「有一個角是鈍角的三角形」來定義鈍角三角形，四年級教師應透過「有一個角是鈍角、其它二個角是銳角的三角形」來定義鈍角三角形。因為五年級才引入「三角形三內角和為 180 度」的性質，四年級學生不知道有一個角是鈍角的三角形，其他兩個角一定是銳角。

五年級教師應先複習四年級的定義，並說明因為已經學過三角形內角和為 180 度，因此有一個角是鈍角時，另外兩個角一定是銳角，所以可以將四年級的定義簡化為「有一個角是鈍角的三角形稱為鈍角三角形」。

(2)四年級第 19 題「鈍角三角形 ABC 中角 A 的角度是 92 度，下列何者不可能是角 B 的角度？」和本題類似，差別是四年級說明三角形是鈍角三角形，五年級只說明是三角形。

	四年級	五年級	
通過率(%)	53	51	⇒ 減少 2%
高分組(%)	80	79	⇒ 減少 1%
低分組(%)	27	24	⇒ 減少 3%

選擇 1 度的學生

	四年級	五年級	
通過率(%)	34	40	⇒ 增加 6%
高分組(%)	17	19	⇒ 增加 2%
低分組(%)	46	56	⇒ 增加 10%

由上面的數據可以發現，五年級學生學過三角形內角和為 180 度的性質後，對鈍角三角形定義的掌握並沒有增加，更令人憂心的是，選擇 1 度的學生

增加了 6%，其中含 2% 的高分組學生及 10% 的低分組學生。

建議五年級教師應先複習四年級的定義，並說明因為已經學過三角形內角和為 180 度，因此有一個角是鈍角時，另外兩個角一定是銳角，所以可以將四年級的定義簡化為「有一個角是鈍角的三角形稱為鈍角三角形」。

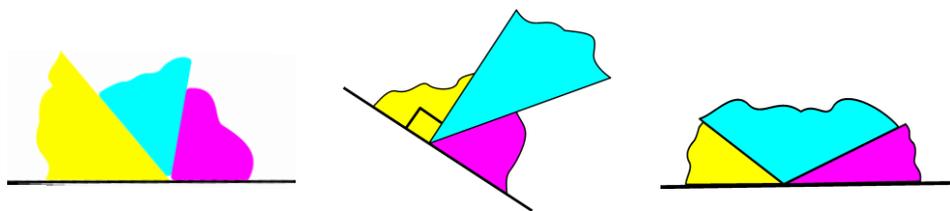
(3) 在日常生活中或課堂活動中學生很少看到角度是 1 度的角，因此學生認為三角形中不會存在角度是 1 度的角。教師應說明雖然很少見到 1 度的角，但是還是可以做出或量出 1 度的角。

(4) 下面提供三種幫助學生理解三角形的內角和是 180 度的方法：

方法一：拿出或畫出很多不同的三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生測量出這些三角形的所有角，再分別算出這些三角形三個角的和。幫助學生察覺所有三角形三個角的角度和大約都是 180 度。

方法二：拿出一些三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生剪下三角形的 3 個角，再將同一個三角形的 3 個角拼湊在一起，幫助學生察覺所有三角形的三個角都可以拼成一個平角，這些三角形 3 個角的角度和大約都是 180 度。

方法三：教師也可以只剪下兩個角，再和沒有剪下的那個角拼湊在一起，也能夠拼出一個平角，得到三角形 3 個角的角度和大約都是 180 度。



(5) 本分年細目教學重點是所有三角形的內角和都是 180 度，教師不宜只求出某一個三角形的內角和是 180 度，就說明所有三角形的內角和都是 180 度。教師應幫助學生認識，直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形的內角和都是 180 度。

(四) 時間量整數倍的乘法

1. 評量目標

第 9 題(試題如下)對應的分年細目是「5-n-15 能解決時間的乘除計算問

題。」，本題是複名數時間量的乘法問題，要求學生算出答案，評量學生利用複名數時間量乘法計算解題的能力。

3D 列印機製作一個鑰匙圈，要花 14 分鐘 31 秒鐘。連續製作 8 個相同的鑰匙圈，需花幾小時幾分鐘幾秒鐘？

- ① 1 小時 56 分鐘 8 秒鐘
- ② 1 小時 54 分鐘 48 秒鐘

2. 試題分析

本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項①，通過率為 65%。其中高分組通過率為 89%，顯示近九成的高分組學生已具備利用複名數時間量乘法計算解題的能力；低分組通過率為 35%，其他三個誘答選項的選項率分別是 24%、21%、19%，顯示六成五低分組學生可能不具備利用複名數時間量乘法計算解題的能力。

(1) 有 14% 的學生選擇選項②(高分組有 5%、低分組有 24%)，這些學生可能已具備利用複名數時間量乘法計算解題的能力，但是在秒鐘聚成分鐘的計算出現錯誤，誤認為 1 分鐘 = 100 秒鐘，學生算出 31 秒的 8 倍是 248 秒後，誤認為 248 秒是 2 分鐘 48 秒，但是這些學生在處理分鐘聚成小時的計算過程是正確的。

(2) 有 12% 的學生選擇選項③(高分組有 4%、低分組有 21%)，這些學生可能已具備利用複名數時間量乘法計算解題的能力，但是在分鐘聚成小時的計算出現錯誤，學生算出 31 秒的 8 倍是 248 秒後，正確的算出 248 秒是 4 分鐘 8 秒，但是在處理 116 分鐘是幾小時的時候，誤認為 1 小時 = 100 分鐘，算出 116 分鐘是 1 小時 16 分鐘。

(3) 有 9% 的學生選擇選項④(高分組有 2%、低分組有 19%)，這些學生可能已具備利用複名數時間量乘法計算解題的能力，但是在秒鐘聚成分鐘，以及分鐘聚成小時的時候都發生錯誤，誤認為 1 分鐘 = 100 秒鐘，1 小時 = 100 分鐘。

3.教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1)學生可能不知道分鐘、秒鐘時間量複名數的乘法和二位乘以一位的乘法運算方式相同，滿足同構的關係。

二位乘以一位的乘法運算，與相鄰二階單位的時間、長度、重量、容量等乘法問題，它們的運算方式都相同，例如「 38×7 」、「3 小時 40 分鐘 $\times 7$ 」、「3 公尺 60 公分 $\times 7$ 」、「3 公斤 460 公克 $\times 7$ 」、「13 公升 780 毫公升 $\times 7$ 」等乘法運算都相同，只是二位數的乘法是逢十進一(10 個①聚成 1 個②)。例子中時間的乘法是逢六十進一(60 個 1 分鐘聚成 1 小時)，長度的乘法是逢一百進一(100 個 1 公分聚成 1 公尺)，重量及容量的乘法都是逢一千進一(1000 個 1 公克或毫公升聚成 1 公斤或 1 公升)。教師可以幫助學生發現它們之間運算相同的關係，將長度、容量、重量的複名數乘法視為相同的解題方式。

(2)以「小明每天長跑時間是 1 小時 30 分鐘，連續 7 天，共跑多少小時多少分鐘？」為例，說明如何幫助學生解題。

步驟一：先複習時間單位的化聚關係，1 小時=60 分鐘，60 分鐘=1 小時

步驟二：溝通利用時間複名數乘法直式算則解題時，最後答案的分鐘數字不能比 60 大。

步驟三：利用直式算出答案 10 小時 30 分鐘。

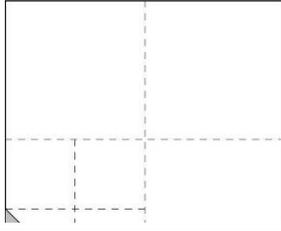
小時	分鐘	
1	30	
×	7	
7	210	→ 分鐘的數字不能比60大
+	3 30	→ 210分鐘聚成3小時30分鐘
10	30	→ 答案是10小時30分鐘

(五) 分數的三次分割

1.評量目標

第 11 題(試題如下)對應的分年細目是「5-n-09 能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。」，題目給定一張色紙及經過三次等分割後的三角形，要求學生描述三角形是多少張色紙，評量學生利用除數為整數的分數除法解題的能力。

下圖是 1 張經過多次對摺後的色紙，塗色部份代表多少張色紙？



2. 試題分析

本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項②，通過率為 58%，其中高分組通過率為 87%，顯示近九成的高分組學生已具備利用除數為整數的分數除法解決三次分割的能力；低分組通過率為 28%，除了選項①以外，其他二個誘答選項的選項率分別是 31%、32%，顯示低分組學生可能不具備利用除數為整數的分數除法解決三次分割的能力。

(1) 有 19% 的學生選擇選項③(高分組有 8%、低分組有 31%)，這些學生可能不具備利用除數為整數的分數除法解題的能力；也可能已具備利用除數為整數的分數除法解題的能力，但是只注意到經過兩次四等分割後，最小的正方形是 $\frac{1}{16}$ 張色紙，沒有注意到塗色部份是 $\frac{1}{16}$ 張色紙的一半。

(2) 有 17% 的學生選擇選項④(高分組有 3%、低分組有 32%)，這些學生可能不具備利用除數為整數的分數除法解題的能力，不知道等分割後圖形的面積會一樣大，他們點數色紙被分割成 8 個圖形，塗色部分是其中的 1 個圖形，得到塗色部分是 $\frac{1}{8}$ 張色紙的答案；也可能注意到經過兩次四等分割後，最小

的正方形是 $\frac{1}{16}$ 張色紙，但是在求三角形是多少張色紙時計算發生錯誤，他們透過 $\frac{1}{16} \times 2 = \frac{1}{8}$ ，得到塗色部份是 $\frac{1}{16}$ 張色紙。

- (3)有 5%的學生選擇選項①(高分組有 2%、低分組有 8%)，這些學生可能不具備利用除數為整數的分數除法解題的能力，覺得塗色部分比色紙的面積小很多，所以直接選擇最小的分數 $\frac{1}{64}$ 為答案。

3.教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

- (1)學生沒有養成注意問題問甚麼單位的習慣，問題最後問代表多少張色紙，因此被分割的單位是 1 張色紙。
- (2)學生沒有將 1 張色紙全部平分成和三角形一樣大，以判斷 1 張色紙被等分成幾份的習慣，例如先將左下方的 4 個「小正方形」都進行二等分割的活動，可以看到左下方的「中正方形」被等分割成 8 份，將 4 個「中正方形」都等分割成 8 份後，可以看到「大正方形(1 張色紙)」被等分割成 32 份，三角形是 1 張色紙被等分成 32 份後的 1 份，所以是 $\frac{1}{32}$ 張色紙。
- (3)教師應先引入被除數的分子是除數整數倍的問題(見問題 1)，再引入被除數的分子不是除數整數倍的問題(見問題 2)。

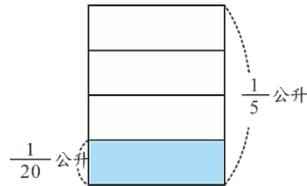
問題 1：「將 $\frac{12}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的一杯是幾公升？」

問題 2：「將 $\frac{3}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的一杯是幾公升？」

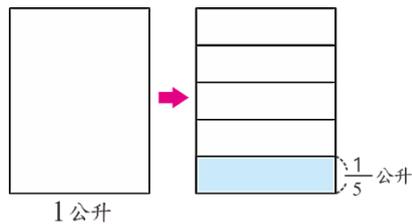
問題 1 中的 $\frac{1}{5}$ 公升並沒有被分割，將問題 1 中的 $\frac{12}{5}$ 公升解讀為 12 個 $\frac{1}{5}$ 公升，就能利用整數除法 $12 \div 4 = 3$ ，算出 $\frac{12}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的一杯是 $\frac{3}{5}$ 公升。而問題 2 中的 $\frac{1}{5}$ 公升被分割成 4 等份。

(4)以「將 $\frac{1}{5}$ 公升漂白水全部平分成4杯，其中的一杯是幾公升？」為例，說明如何幫助學生解題。

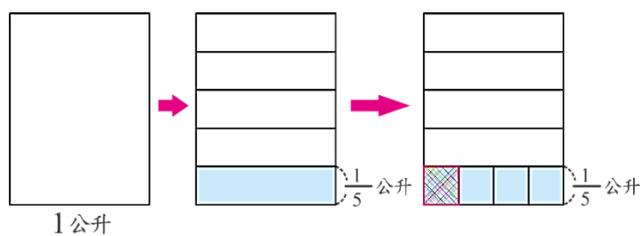
教師不宜先畫出一個長方形代表 $\frac{1}{5}$ 公升，再將長方形平分成4份，透過算式「 $\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$ 」說明其中1份是 $\frac{1}{20}$ 公升，在圖中看不到 $\frac{1}{20}$ 公升。



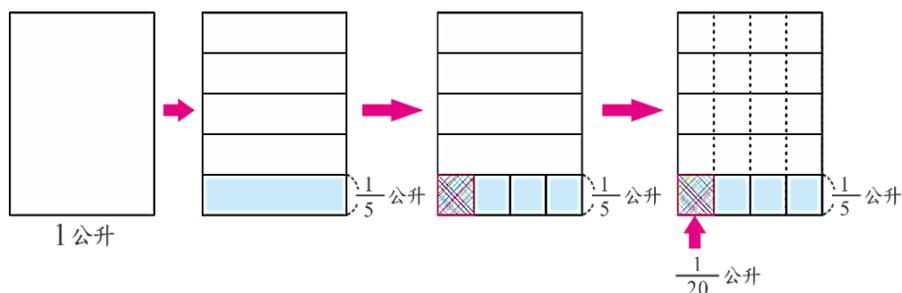
教師應先強調題目最後問的單位是什麼，題目最後問的單位是「公升」，因此先畫出一個長方形代表1公升，再將1公升平分成5大份，得到其中的1大份是 $\frac{1}{5}$ 公升。



再將 $\frac{1}{5}$ 公升平分成4小份。



因為看不到1小份和1公升的關係，因此將平分成4小份的線延長，就能看到1公升被分割成20(5×4)小份，並透過算式「 $\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$ (公升)」，說明其中的1小份是 $\frac{1}{20}$ 公升。



(5)本題是屬於三次分割的題目，將此圖形題轉化，以「將 $\frac{1}{4}$ 公升漂白水全部平

分成 4 杯，其中的半杯是幾公升？」為例，來說明如何幫助學生解題。

教師可以先畫出一個正方形，代表 1 公升，再將正方形平分成 4 份，知道

每份是 $\frac{1}{4}$ 公升，再將此 $\frac{1}{4}$ 公升平分成 4 份，透過算式

「 $\frac{1}{4} \div 4 = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{16}$ (公升)」說明其中的 1 份是 $\frac{1}{16}$ 公升，如此圖中才較容易

看到 $\frac{1}{16}$ 公升。而題目問的是半杯，則再將 $\frac{1}{16} \div 2 = \frac{1}{16 \times 2} = \frac{1}{32}$ (公升)。

要注意的是，教師應先強調題目最後問的單位是什麼，題目最後問的單位是

「公升」，因此先畫出一個長方形代表 1 公升，再將 1 公升平分成 4 大份，

得到其中的 1 大份是 $\frac{1}{4}$ 公升。再將 $\frac{1}{4}$ 公升平分成 4 小份，因為看不到 1 小份

和 1 公升的關係，因此將平分成 4 小份的線延長，就能看到 1 公升被分割

成 16(4×4)小份，並透過算式「 $\frac{1}{4} \div 4 = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{16}$ (公升)」，說明其中的 1 小

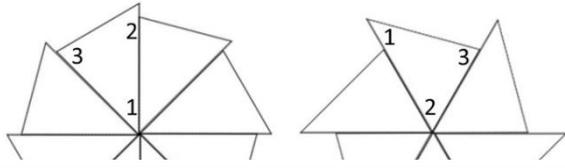
份是 $\frac{1}{16}$ 公升，然後再求其 $\frac{1}{16}$ 公升的一半。

(六) 三角形內角和為 180 度的應用

1. 評量目標

第 20 題(試題如下)對應的分年細目是「5-s-01 能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。」，本題給定由 8 個全等且角 1 共端點三角形拼成的圖形，以及由 6 個全等且角 2 共端點三角形拼成的圖形，要求學生算出角 3 的角度，評量學生利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力。

將 8 個三角形模板的角 1 拼在一起，可以拼成甲圖，將 6 個三角形模板的角 2 拼在一起，可以拼成乙圖。



2. 試題分析

本題鑑別度為 0.53，正確答案為選項③，通過率為 40%。其中高分組通過率為 71%，顯示超過七成高分組學生已具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力；低分組的通過率為 18%，其他三個誘答選項的選項率分別是 31%、26%、23%，顯示低分組學生可能不具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力。

- (1) 有 20% 的學生選擇選項①(高分組有 7%、低分組有 31%)，這些學生可能尚未具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力；也可能誤解題意，透過 $360 \div 8 = 45$ ，將算出角 1 是 45 度當作角 3，得到 45 度的答案。
- (2) 有 20% 的學生選擇選項④(高分組有 13%、低分組有 23%)，這些學生可能尚未具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力；也可能已具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力，但計算發生錯誤，透過 $180 - 60 - 45 = 85$ ，得到 85 的答案；也可能直觀的認為角 3 很接近直角，選擇最接近 90 度的 85 度為答案。
- (3) 有 19% 的學生選擇選項②(高分組有 9%、低分組有 26%)，這些學生可能尚未具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力；也可能誤解題意，透過 $360 \div 6 = 60$ ，將算出角 2 是 60 度當作角 3，得到 60 度的答案。

3.教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1)本題三角形的三個內角都是未知數，學生可能無法將未知數看成和已知數一樣，可以進行運算。

教師應幫助學生將三角形的三個角看成和已知角一樣，可以進行運算，例如 8 個角 1 合起來和 360 度一樣大，可以假設角 1 的角度是 y 度， y 是一個確定存在的已知數，只是目前不知道 y 是多少，因此列出 $y \times 8 = 360$ 後，就能得到角 1 是 45 度。

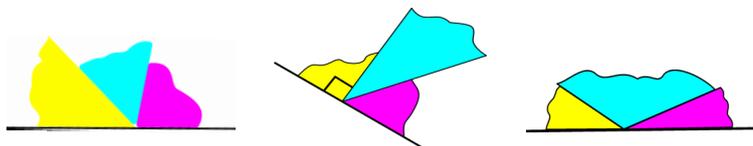
(2)題目中給定的角度很接近 90 度，有 20% 的學生選擇選項①(高分組有 7%、低分組有 31%)，有 19% 的學生選擇選項②(高分組有 9%、低分組有 26%)，選項①是 45 度，選項②是 60 度，這些學生沒有角度的量感。

(3)下面提供三種幫助學生理解三角形的內角和是 180 度的方法：

方法一：拿出或畫出很多不同的三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生測量出這些三角形的所有角，再分別算出這些三角形三個角的和。幫助學生察覺所有三角形三個角的角度和大約都是 180 度。

方法二：拿出一些三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生剪下三角形的 3 個角，再將同一個三角形的 3 個角拼湊在一起，幫助學生察覺所有三角形的三個角都可以拼成一個平角，這些三角形 3 個角的角度和大約都是 180 度。

方法三：教師也可以只剪下兩個角，再和沒有剪下的那個角拼湊在一起，也能夠拼出一個平角，得到三角形 3 個角的角度和大約都是 180 度。



(4)本分年細目教學重點是所有三角形的內角和都是 180 度，教師不宜只求出某一個三角形的內角和是 180 度，就說明所有三角形的內角和都是 180 度。教師應幫助學生認識，直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形的內角和都是 180 度。

110 年學力檢測題本

數學五年級

作答注意事項：

各位同學：

你們好。

這是一份數學的試題，總共 25 題。

測驗時間為 40 分鐘。

每一題請選出一個最合適的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡畫記，不可超出格線外，如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，再重新畫記。

畫記說明：

當你想選擇的答案為④時，正確畫記為① ② ③ ●

其他事項：

★ 每一題都要回答。

★ 試題如有錯誤，請立即告知老師。

學 校	
班 級	
姓 名	
座 號	

1. 已知「1、2、3、4、6、8、12、24」是 24 所有的因數。
請問下列何者是 24 和 42 的最大公因數？

- ① 3
- ② 6
- ③ 8
- ④ 12

2. 已知「 $1.325 \times 98.8 = 130.91$ 」，請問 $1325 \times 988 = ?$

- ① 13091000
- ② 1309100
- ③ 130910
- ④ 13091

3. 工廠生產 43000 個花片，每 400 個花片裝成一箱，最多可以裝成幾箱？
剩下幾個花片？

- ① 裝成 17 箱，剩下 2 個花片
- ② 裝成 17 箱，剩下 200 個花片
- ③ 裝成 107 箱，剩下 2 個花片
- ④ 裝成 107 箱，剩下 200 個花片

4. 數線上 A 、 B 兩點位置所標示的數字分別是 5.3、8.3。
數線上 C 、 D 兩點位置所標示的數字分別是 85.3、88.3。
數線上 E 、 F 兩點位置所標示的數字分別是 725.3、728.3。
請問哪兩點的距離最長？

- ① A 點和 B 點
- ② C 點和 D 點
- ③ E 點和 F 點
- ④ 它們的距離一樣長

5. 「媽媽把 1200 毫升的紅茶和 900 毫升的牛奶混合成奶茶後，平分裝成 6 杯。哥哥喝了 2 杯，請問他喝了多少毫升的奶茶？」
下列哪個算式可以算出正確答案？

- ① $1200 \div 6 + 900 \div 6$
- ② $1200 + 900 \div 6 \times 2$
- ③ $(1200 + 900) \div 6 \div 2$
- ④ $(1200 + 900) \div 6 \times 2$

6. 三角形 ABC 中角 A 的角度是 92 度，下列何者不可能是角 B 的角度？

- ① 88 度
- ② 85 度
- ③ 45 度
- ④ 1 度

7. 一桶水有 4 公升，請問 $\frac{3}{5}$ 桶水有多少公升？

- ① $\frac{3}{5}$
- ② $\frac{12}{20}$
- ③ $\frac{3}{20}$
- ④ $\frac{12}{5}$

8. 有甲、乙、丙 3 個銳角三角形，底都是 18 公分，其中一邊長都是 16 公分。
三角形甲的另一邊長是 12 公分，三角形乙的另一邊長是 13 公分，
三角形丙的另一邊長是 14 公分。請問哪個三角形的面積最大？

- ① 三角形甲
- ② 三角形乙
- ③ 三角形丙
- ④ 一樣大

9. 使用 3D 列印機製作一個鑰匙圈，要花 14 分鐘 31 秒鐘。
連續製作 8 個相同的鑰匙圈，需花幾小時幾分鐘幾秒鐘？

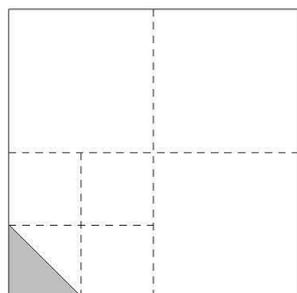
- ① 1 小時 56 分鐘 8 秒鐘
- ② 1 小時 54 分鐘 48 秒鐘
- ③ 1 小時 16 分鐘 8 秒鐘
- ④ 1 小時 14 分鐘 48 秒鐘

10. 甲 = $\frac{13}{18}$, 乙 = $\frac{16}{24}$, 丙 = $\frac{12}{17}$ 。

比比看，哪些分數比 $\frac{2}{3}$ 大？

- ① 只有甲
- ② 只有丙
- ③ 甲和丙
- ④ 乙和丙

11. 下圖是 1 張經過多次對摺後的色紙，塗色部份代表多少張色紙？



- ① $\frac{1}{64}$
- ② $\frac{1}{32}$
- ③ $\frac{1}{16}$
- ④ $\frac{1}{8}$

12. 下列哪個算式的答案是 487 和 488 的公倍數？

① $487 \times 488 + 2$

② $487 \times 488 - 2$

③ $487 \times 488 \times 2$

④ $487 \times 488 \div 2$

13. 下列四個小數，哪個小數在數線上最接近 5.1 ？

① 5.12

② 5.102

③ 5.021

④ 5.09

14. 有一個四邊形，最長邊是 16 公分，另兩邊都是 6 公分，
請問下列何者不可能是第四邊的長度？

① 3 公分

② 5 公分

③ 10 公分

④ 15 公分

15. 算算看， $540 + 60 \div (45 - 15 \times 2) = ?$

- ① 10
- ② 40
- ③ 541
- ④ 544

16. 已知 $\frac{A}{25} = \frac{6}{10} = \frac{9}{B}$ ，請問 $A - B = ?$

- ① 16
- ② 8
- ③ 1
- ④ 0

17. 飛鏢標靶上有 1、3、5、7、9 等 5 種分數。甲、乙各射飛鏢 10 次，甲有 9 次中靶，得到 9 個分數，乙有 8 次中靶，得到 8 個分數。下列何者可能是甲和乙的得分？

- ① 甲得 51 分，乙得 47 分
- ② 甲得 50 分，乙得 41 分
- ③ 甲得 43 分，乙得 54 分
- ④ 甲得 42 分，乙得 38 分

18. 請問下面哪個選項的答案與 18×9 不同？

- ① $9 \times 18 + 18 \times 9$
- ② $18 \times 7 + 18 \times 2$
- ③ $18 + 8 \times 18$
- ④ $18 \times 10 - 18$

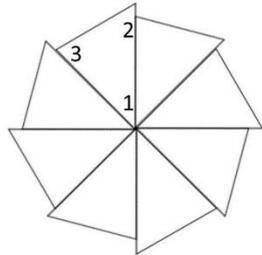
19. 甲說：半徑 8 公分的 $\frac{1}{3}$ 圓，和半徑 4 公分的 $\frac{1}{3}$ 圓圓心角一樣大。

乙說：半徑 4 公分的 $\frac{2}{3}$ 圓，和半徑 8 公分的 $\frac{1}{3}$ 圓圓心角一樣大。

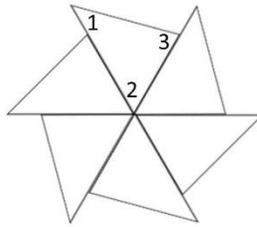
請問哪些人的說法正確？

- ① 只有甲
- ② 只有乙
- ③ 兩人的說法都正確
- ④ 兩人的說法都不正確

20. 吳老師設計了一種三個角都不一樣大的三角形模板。
 將 8 個三角形模板的角 1 拼在一起，可以拼成甲圖，
 將 6 個三角形模板的角 2 拼在一起，可以拼成乙圖。
 請問此三角形模板的角 3 是多少度？



甲圖



乙圖

- ① 45 度
 ② 60 度
 ③ 75 度
 ④ 85 度
21. 已知 $甲 \div 28 = 386 \cdots 13$ 。請問 $甲 \div 28$ 的商算到小數點後第二位時，
 餘數為何？

- ① 0.12
 ② 0.16
 ③ 1.2
 ④ 1.6

22. 已知 $9996 \times 9997 = 99930012$ 。

甲 = 9995×9996 ，乙 = 9997×9994 ，請問甲和乙相差多少？

- ① 0
- ② 2
- ③ 9996
- ④ 9997

23. 完成一件成品要 4 日 10 小時 20 分鐘。如果 10 日可以完成「甲」件成品，剩下「乙」日「丙」小時「丁」分鐘，請問下列敘述何者錯誤？

- ① 甲 = 2
- ② 乙 = 1
- ③ 丙 = 4
- ④ 丁 = 20

24. 「一瓶水有 $\frac{5}{8}$ 公升， $\frac{3}{4}$ 瓶水有多少公升？」，

我們可以利用「 $\frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{8 \times 4}$ 」算出答案。

下列是甲、乙兩人關於「 $\frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{8 \times 4}$ 」的說法。

甲說：分母乘分母表示 1 瓶水被平分成 8×4 份。

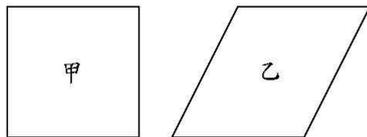
乙說：分子乘分子表示有 5×3 個 $\frac{1}{32}$ 公升的水。

請問哪些人的說法正確？

- ① 只有甲
- ② 只有乙
- ③ 兩個人的說法都正確
- ④ 兩個人的說法都不正確

25. 圖形甲是正方形，圖形乙是平行四邊形。

下列關於甲、乙兩圖形對稱軸個數的敘述，何者正確？



- ① 甲圖形有 2 條對稱軸，乙圖形沒有對稱軸
- ② 甲圖形有 2 條對稱軸，乙圖形有 2 條對稱軸
- ③ 甲圖形有 4 條對稱軸，乙圖形沒有對稱軸
- ④ 甲圖形有 4 條對稱軸，乙圖形有 2 條對稱軸