

三年級試題選項分析與教學建議

題號	1			
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行	
分年細目	3-n-04 能熟練三位數乘以一位數的直式計算。			
試題內容	<p>1. 一組紀念套幣有 7 枚硬幣，限量發售 438 組，共有多少枚硬幣？</p> <p>① 3156 枚 ② 3066 枚 ③ 2866 枚 ④ 2156 枚</p>			
選答率 選項	答題反應比率 (*表正確答案)			
	整體	低分組	高分組	
1	0.06	0.13	0.01	
2*	0.86	0.70	0.97	
3	0.06	0.13	0.02	
4	0.02	0.05	0.00	
未作答	0.00			
通過率	0.86	鑑別度	0.28	
試題品質 分析	<p>(一) 評量目標說明 本題是三位數乘以一位數的乘法文字題，要求學生算出答案，評量學生三位數乘以一位數的直式計算能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.28，正確答案為選項 2，通過率為 86%，顯示近九成的學生已具備三位數乘以一位數的直式計算能力。 2. 有 6% 的學生選擇選項 1(低分組有 13%)，6% 的學生選擇選項 3(低分組有 13%)，2% 的學生選擇選項 4(低分組有 5%)。這些學生可能尚未具備三位數乘以一位數的直式計算能力；也可能尚未熟記九九乘法；也可能在進位時計算發生錯誤。</p>			
教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	2-n-08 能理解九九乘法。	3-n-04 能熟練三位數乘以一位數的直式計算。	4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算。

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 以「 438×7 」為例，學生混淆下列兩種解讀 438 的意義：

(1) 將 438 解讀成 $400 + 30 + 8$

(2) 將 438 解讀成 4 個百、3 個十和 8 個一

2. 學生在乘法直式計算時，容易在進位時發生錯誤。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 三位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為三位數乘法直式計算的基礎，也是除數為三位數除法直式計算的基礎。

以 345×678 為例，直式進行了 3 次 345 乘以一位數 6、7、8 的計算。

以 $4613 \div 172$ 為例，學生估商時進行了 2 次 172 乘以一位數的計算。

建議教師應要求學生熟練二位及三位數乘以一位數的乘法直式計算，並將計算的結果記成一行，為被乘數是二、三位數及除數是二、三位數的乘、除直式計算鋪路。

2. 有兩種分解 147 的方法，第一種是將 147 分解成 100、40 和 7；第二種是將 147 分解成 1 個百 4 個十和 7 個一。乘法直式計算採用第二種分解方式，使得每一個單位的個數都不超過 10，藉以簡化計算。

下面的圖一是第一種分解方法的乘法直式計算，圖二是第二種分解方法的乘法直式計算。

第一種分解方法的乘法直式計算不易將結果記成一行，學生必須先將 7×6 、 40×6 、 200×6 的計算結果記在心裡，再心算出這三個數的和，才能將圖一的計算結果改記成一行，國小三年級的學生不易做到。

	千	百	十	個
	1000	100	⑩	①
		2	4	7
×				6
			4	2
		2	4	0
+ 1	2	0	0	
	1	4	8	2

圖 一

	千	百	十	個
	1000	100	⑩	①
		2	4	7
×				6
			4	2
		2	4	
+ 1	2			
	1	4	8	2

圖 二

3. 「 147×6 」為例，說明如何幫助學生將乘法直式計算的積摘要的記成一行。

千	百	十	個
$\overline{1000}$	$\overline{100}$	$\textcircled{10}$	$\textcircled{1}$
	1	4	7
×			6
<hr/>			
		4	2
	2	4	
+	6		
<hr/>			
	8	8	2

千	百	十	個
$\overline{1000}$	$\overline{100}$	$\textcircled{10}$	$\textcircled{1}$
	1	4	7
×			6
<hr/>			
	8	8	2

因為「4」和「24」都是「十」單位，只要心算出「 $4+24$ 」，就可以省略記成一行。
 因為「2」和「6」都是「百」單位，只要出「 $2+6$ 」，就可以省略記成一行。
 因此可以省略記成一行。

題號	2			
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解	
分年細目	3-n-03 能用併式記錄加減兩步驟的問題。			
試題內容	<p>2. 「賣場裡原有 900 瓶飲料，上午賣出了 430 瓶，下午又補貨了 260 瓶，賣場裡還有多多少少瓶飲料？」</p> <p>下列哪個算式可以算出正確的答案？</p> <p>① $900 - 430 + 260$</p> <p>② $900 - 430 - 260$</p> <p>③ $900 + 430 + 260$</p> <p>④ $900 + 430 - 260$</p>			
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)			
選項	整體	低分組	高分組	
1*	0.88	0.78	0.94	
2	0.08	0.12	0.06	
3	0.02	0.06	0.00	
4	0.01	0.04	0.00	
未作答	0.00			
通過率	0.88	鑑別度	0.15	
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題是先減後加的兩步驟文字題，要求學生選出能算出答案的算式，評量學生加減兩步驟問題列式的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.15，正確答案為選項 1，通過率為 88%，顯示近九成的學生已具備加減兩步驟問題列式的能力。</p> <p>2. 有 8% 的學生選擇選項 2(低分組有 12%)，這些學生可能不清楚「補貨」的意思，誤以為補貨後飲料的數量會變少，因此將先減後加的兩步驟文字題解讀為連減的兩步驟問題。</p> <p>3. 有 2% 的學生選擇選項 3(低分組有 6%)，1% 的學生選擇選項 4(低分組有 4%)，這些學生可能不理解題意；也可能不具備加減兩步驟問題列式的能力。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	2-n-09 能在具體情境中，解決兩步驟問題(加與減，不含併式)。	3-n-03 能用併式記錄加減兩步驟的問題。	4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。

補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1.97 課綱三年級「3-n-03：能用併式記錄加減兩步驟的問題。」引入兩步驟問題的列式活動，限制用沒有括號的併式記錄先加(減)後加(減)兩步驟的問題。</p> <p>不處理將「$5+3=8$，$10-8=2$」改記成併式「$10-(5+3)=2$」的問題。</p> <p>四年級「4-n-04：能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。」，正式引入兩步驟問題的列式活動。</p> <p>108 課綱三年級不引入併式紀錄，也不引入加減兩步驟問題列式的活動。</p> <p>2.學生可能不理解「補貨」的意義，建議教師透過扮演賣場的活動，幫助學生理解「補貨」就是再買進一些飲料的意思。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1.分年細目 3-n-03 為分年細目 2-n-09 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，解決加、減兩步驟問題，並能用兩個算式記錄解題活動。</p> <p>分年細目 3-n-03 只處理最簡單的加、減兩步驟問題，幫助學生將兩個算式改記成一個連加、連減或加減混合的算式。</p> <p>2.分年細目 3-n-03 不用括號來溝通先算的部份，學生的記法是由左往右依序計算，教師布題時應迴避併式時會形成「$a-(b+c)$」或「$a-(b-c)$」等問題。</p> <p>例如：甲有 100 元，先給乙 30 元，再給丙 20 元，還剩下多少元？</p> <p>如果學生的算法是「$100-30=70$，$70-20=50$」，教師可以要求改用一個算式「$100-30-20=50$」來記錄，這個紀錄滿足「由左往右算」運算次序的約定。</p> <p>如果學生的算法是「$30+20=50$，$100-50=50$」，無法用沒有括號的併式來記錄。</p> <p>3.108 課綱三年級不引入併式紀錄，建議教師在三年級只要提供學生加、減兩步驟問題併式的解題經驗，不必要求學生熟練。</p>
------------	---

題號	3		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-n-10 能做簡單的三位數加減估算。		
試題內容	<p>3. 媽媽帶了 1000 元去菜市場，買蔬果花了 102 元，買肉類花了 301 元，請問媽媽大約還剩下多少元？</p> <p>① 400 元 ② 500 元 ③ 600 元 ④ 700 元</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.07	0.11	0.04
2	0.15	0.28	0.05
3*	0.70	0.47	0.88
4	0.07	0.12	0.03
未作答	0.00		
通過率	0.70	鑑別度	0.40
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定一個 1000 連減兩個三位數的估算情境，要求學生選出最接近正確答案的選項，評量學生利用簡單三位數加減估算解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.40，正確答案為選項 3，通過率為 70%，顯示有七成的學生已具備簡單三位數加減估算的能力。 2. 有 7% 的學生選擇選項 1 (低分組有 11%)，這些學生可能不理解估算的意義；或誤認為花 102 元要付 2 張百元的鈔票，花 301 元要付 4 張百元的鈔票，將 102 元估算為 200 元，301 元估算為 400 元，$1000 - 200 - 400 = 400$，得到大約還剩下 400 元的答案。 3. 有 15% 的學生選擇選項 2 (低分組有 28%)，這些學生可能不理解估算的意義；也可能先算出買蔬果和肉類要花 403 元，誤認為花 403 元要付 5 張百元的鈔票，將 403 元估算為 500 元，$1000 - 500 = 500$，得到大約還剩下 500 元的答案。 4. 有 7% 的學生選擇選項 4 (低分組有 12%)，這些學生可能誤解題意，僅估算買肉類剩下的金額；也可能已具備估算的能力，但在計算時發生錯誤。</p>		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年 細目	2-n-11 能做簡單的二位 數加減估算。	3-n-10 能做簡單的三位 數加減估算。	4-n-06 能在具體情境 中，對大數在指 定位數取概數(含 四捨五入法)，並 做加、減之估 算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1. 學生混淆估算和概算的意義，將估算問題解讀成概算問題，例如將用掉 502 元解讀成要用掉 6 張百元鈔票。</p> <p>2. 學生不理解估算的意義，不知道加減估算和加減計算相同，答案都要求以一為單位，只是估算不要求精確的答案。</p> <p>3. 97 課綱二年級引入二位數加減估算，三年級引入三位數加減估算 108 課綱二年級引入二、三位加減估算，三年級引入四則估算(含乘除)</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 本題是連減的兩步驟估算問題，學生可能出現下面兩種解題方法：</p> <p>方法一：計算出正確答案後再估算 $1000 - 102 = 898$，$898 - 301 = 597$ 或 $102 + 301 = 403$、$1000 - 403 = 597$ 597 最接近 600、得到 600 元的答案。</p> <p>方法二：先估算再計算出正確答案 102 很接近 100，301 很接近 300， $1000 - 100 = 900$，$900 - 300 = 600$ 或 $100 + 300 = 400$、$1000 - 400 = 600$ 得到 600 元的答案。</p> <p>教師應引入第二種解題的方法，並限制學生改用第二種方法來解題。</p> <p>2. 估算與取概數都無法精確地描述個數，因而容忍少量的差異，只做大概的描述，但是它們最後描述的單位並不相同。 估算是計算的問題，例如「$402 + 299$」中的 402 很接近 400，299 很接近 300，$400 + 300 = 700$，所以「$402 + 299$」估算的答案是 700，估算的答案必須以「1」為單位來描述。</p>			

概算是先進行單位量轉換後再計算的問題，例如「 $302+299$ 」中的 402 很接近 4 個百，299 很接近 3 個百，4 個百加 3 個百是 7 個百，所以「 $402+299$ 」概算的答案是 7 個百，概算的答案不是以「1」為單位來描述。

3. 加減估算為四捨五入法取概數的前置經驗，在此不宜進行取概數的教學。

例如：

「甲有 699 元，甲最多有幾張 100 元？」是取概數的問題。

「甲 = 399，乙 = 401，甲 + 乙的和最接近幾個百？」也是取概數的問題。

4. 教師在評量估算問題時，不宜直接要求估算結果的標準答案，例如不可直接提問「 $312+299$ 的答案大約是多少？」，因為 600 和 610 都是合理的答案。

教師只能布下列的問題：

例： $302+299=()$ ，答案最接近 400、500、600 中的哪一個數字？

$701-599=()$ ，答案最接近 100、200、300 中的哪一個數字？

題號	4			
內容領域	數與計算	認知歷程向度	解題思考	
分年細目	3-n-07 能在具體情境中，解決兩步驟問題(加、減與除，不含併式)。			
試題內容	<p>4. 15 位男生和 12 位女生參加數學營，每 3 位學生分為一組，共可以分成幾組？</p> <p>① 81 組 ② 27 組 ③ 9 組 ④ 5 組</p>			
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)			
選項	整體	低分組	高分組	
1	0.09	0.18	0.01	
2	0.07	0.18	0.01	
3*	0.78	0.52	0.96	
4	0.06	0.12	0.01	
未作答	0.00			
通過率	0.78	鑑別度	0.44	
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題是先加後除的兩步驟文字題，要求學生算出答案，評量學生先加後除兩步驟問題解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1.本題鑑別度為 0.44，正確答案為選項 3，通過率為 78%，顯示近八成的學生已具備在具體情境中，解決先加後除兩步驟問題的能力。</p> <p>2.有 9%的學生選擇選項 1(低分組有 18%)，這些學生可能誤解題意，將先加後除的兩步驟問題，解讀為先加後乘的兩步驟問題。</p> <p>3.有 7%的學生選擇選項 2(低分組有 18%)，這些學生可能算出先加的步驟後，就停止解題。</p> <p>4.有 6%的學生選擇選項 4(低分組有 12%)，這些學生可能將題目解讀為連除兩次再加的三步驟問題，並在算出第一個步驟 $15 \div 3 = 5$ 後，就停止解題。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	2-n-10 能在具體情境中，解決兩步驟問題(加、減與乘，不含併式)。	3-n-07 能在具體情境中，解決兩步驟問題(加、減與除，不含併式)。	4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生解兩步驟問題時，最常遇到的困難是不知道以算式「 $15 + 12 = 27$ 」算出「男生和女生共有 27 人」後，所得到的「27 人」還可以繼續運算，誤以為「27 人」就是答案。

建議教師可以透過分段布題的方式，幫助學生解題。

2. 如果學生不理解題意，建議教師透過操作具體物的方式來說明題意，並要求學生再操作一次具體物，檢查學生是否理解題意。

3. 如果學生將先加後除的兩步驟問題，解讀為連除兩次再加的三步驟問題，並用三個算式紀錄解題過程，教師應先接受，再透過分段布題，幫助學生解讀為先加後除兩的步驟問題後，改用兩個算式來記錄，為四年級引入併式的教學鋪路。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 先除後加(減)的問題，一定是兩步驟的問題；先加(減)後除的問題，可以是兩步驟的問題，也可以是三步驟的問題。

建議教師先引入先除後加(減)的兩步驟問題，再引入先加(減)後除的兩步驟問題。

以先加後除的兩步驟問題「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人的錢合起來可以買幾枝？」為例，學生可以用兩個算式「 $15 + 25 = 40$ ， $40 \div 5 = 8$ ，答：可以買 8 枝」記錄解題活動；也可以用三個算式「 $15 \div 5 = 3$ ， $25 \div 5 = 5$ ， $3 + 5 = 8$ ，答：可以買 8 枝」記錄解題活動。

剛開始，教師應先接受三步驟的算法，接下來，應透過分段布題或分段解題，限制學生改用兩個算式記錄解題活動，為四年級引入兩步驟問題的併式紀錄及列式鋪路。

2. 以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，教師可透過分段布題的方式幫助學生用兩個算式記錄解題活動。

步驟一：先布問題「甲有 15 元，乙有 25 元，兩人合起來有多少元？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $15 + 25 = 40$ 」把做法記下來。

步驟二：再布問題「兩人合起來有 40 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $40 \div 5 = 8$ 」記錄解題活動。

步驟三：最後，再布原問題「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」，用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。幫助學生用兩個算式「 $15 + 25 = 40$ ， $40 \div 5 = 8$ 」把做法記下來。

3.下面以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，說明兩步驟問題的教學流程。

(1)用兩個算式記錄解題活動

$$15 + 25 = 40, 40 \div 5 = 8, \text{答：可以買 8 枝}$$

(2)將兩個算式改記成併式的記法

$$\text{將「} 15 + 25 = 40, 40 \div 5 = 8 \text{」改記成「} (15 + 25) \div 5 = 8 \text{」}$$

(3)用併式記錄解題活動

$$(15 + 25) \div 5 = 8, \text{答：可以買 8 枝}$$

(4)用算式填充題來列式

$$(15 + 25) \div 5 = (\quad)$$

(5)先列式，再用逐次減項記錄解題活動

$$(15 + 25) \div 5 = (\quad)$$

$$(15 + 25) \div 5$$

$$= 40 \div 5$$

$$= 8, \text{答：可以買 8 枝}$$

三年級處理的是第(1)部份，其它部份是四年級的教學重點。

題號	5			
內容領域	數與計算	認知歷程向度	解題思考	
分年細目	3-n-08 能在具體情境中，解決兩步驟問題（連乘，不含併式）。			
試題內容	<p>5. 「一個甜甜圈賣 8 元，每 16 個裝成 1 盒，小蘭買了 4 盒，共要付多少元？」</p> <p>下列哪個算式和答案都正確？</p> <p>① $16 + 4 = 20$，$8 \times 20 = 160$，答：要付 160 元</p> <p>② $8 \times 16 = 128$，答：要付 128 元</p> <p>③ $8 \times 16 = 128$，$128 \div 4 = 32$，答：要付 32 元</p> <p>④ $8 \times 16 = 128$，$128 \times 4 = 512$，答：要付 512 元</p>			
選答率	答題反應比率（*表正確答案）			
選項	整體	低分組	高分組	
1	0.09	0.19	0.01	
2	0.09	0.19	0.02	
3	0.16	0.27	0.05	
4*	0.66	0.34	0.92	
未作答	0.00			
通過率	0.66	鑑別度	0.59	
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題是連乘的兩步驟文字題，要求學生選出正確的解題算式和答案，評量學生連乘兩步驟問題解題和記錄的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項 4，通過率為 66%，顯示近七成的學生已具備連乘兩步驟問題解題和記錄的能力。</p> <p>2. 有 9% 的學生選擇選項 1(低分組有 19%)，這些學生可能誤解題意，將連乘兩步驟問題解讀為先加後乘的兩步驟問題。</p> <p>3. 有 9% 的學生選擇選項 2(低分組有 19%)，這些學生算出先乘的步驟後，就停止解題。</p> <p>4. 有 16% 的學生選擇選項 3(低分組有 27%)，這些學生可能誤解題意，將連乘兩步驟問題解讀為先乘後除的兩步驟問題。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	2-n-10 能在具體情境中，解決兩步驟問題(加、減與乘，不含併式)。	3-n-08 能在具體情境中，解決兩步驟問題(連乘，不含併式)。	4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。

補救教學
建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生解兩步驟問題時，最常遇到的困難是不知道以算式「 $8 \times 16 = 128$ 」算出「買 16 個甜甜圈要 128 元」後，所得到的「128 元」還可以繼續運算，誤以為「128 元」就是答案。建議教師可以透過分段布題的方式，幫助學生解題。
2. 如果學生不理解題意，建議教師透過操作具體物的方式來說明題意，並要求學生再操作一次具體物，檢查學生是否理解題意。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 分年細目 3-n-08 教學重點是解決連乘的兩步驟問題，並用二個算式記錄解題活動，不討論利用數學性質簡化計算的問題。例如：面對「 $37 \times 25 \times 4$ 」的文字題情境時，不討論先算「 37×25 」與先算「 25×4 」，何種算法較有效率。四年級引入乘法結合律之後，才開始討論簡化計算的問題。
2. 教師可透過分段布題的方式幫助學生用兩個算式記錄解題活動。
步驟一：先布問題：「一個甜甜圈賣 8 元，每 16 個裝成 1 盒，請問 1 盒需要付多少元？」幫助學生用乘法解題 $8 \times 16 = 128$ ，得到 1 盒需要付 128 元。
步驟二：再布問題：「1 盒要付 128 元，買 4 盒需要付多少元？」幫助學生用乘法解題 $128 \times 4 = 512$ ，得到 4 盒需要付 512 元。
步驟三：最後再回到原問題：「一個甜甜圈賣 8 元，每 16 個裝成 1 盒，買 4 盒，共要付多少元？」幫助學生用兩個算式「 $8 \times 16 = 128$ ， $128 \times 4 = 512$ 」把做法記下來。

題號	6		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-09 能由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。		
試題內容	<p>6. 將 37、47、87、97 標示在數線上，哪個數的位數在數線的最左邊？</p> <p>① 37 ② 47 ③ 87 ④ 97</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.82	0.64	0.94
2	0.04	0.09	0.01
3	0.02	0.07	0.00
4	0.12	0.19	0.05
未作答	0.00		
通過率	0.82	鑑別度	0.30
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定 4 個標示在數線上點的坐標，要求學生選出哪個點在數線的最左邊。評量學生標記整數數線及判斷左右方向的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.30，正確答案為選項 1，通過率為 82%，顯示超過八成的學生已具備標記整數數線及判斷左右方向的能力。 2. 有 4% 的學生選擇選項 2 (低分組有 9%)，2% 的學生選擇選項 3 (低分組有 7%)，這些學生可能不具備標記整數數線的能力。 3. 有 12% 的學生選擇選項 4 (低分組有 19%)，這些學生可能混淆左邊和右邊的方向，誤將數線的最右邊解讀為最左邊。</p>		
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識
	分年細目	2-n-15 能認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並能做相關的實測、估測與同單位的計算。	3-n-09 能由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。

補救教
學
建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能在判斷左右相對位置關係時發生困難。
2. 學生可能沒有在整數數線上標示數字的解題經驗，本題沒有標示出數線，學生可能無法自行繪製出數線並在數線上標示出給定的數字。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的刻度 5 有下列兩種意義：

(1) 在數線上的位置(或坐標)是 5。

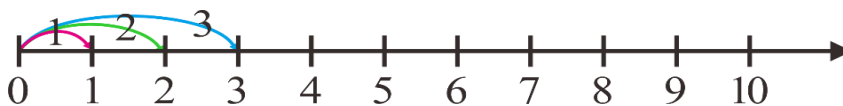
(2) 和原點 0 的距離是 5。

2. 教師可以透過下列方法繪製數線，幫助學生理解整數數線的意義。

步驟一：先利用直尺上的公分刻度繪製有刻度的數線，並標示相鄰兩刻度間的距離都是 1(單位)。



步驟二：再幫助學生將最左邊的刻度上標示 0，在和 0 距離 1 的刻度上標示 1，在和 0 距離 2 的刻度上標示 2，在和 0 距離 3 的刻度上標示 3，以此類推。



步驟三：說明相鄰兩刻度的距離都是 1(單位)，刻度 5 和 0 的距離是 5(單位)



題號	7		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-n-06 能熟練三位數除一位數的直式計算。		
試題內容	<p>7. 一年有 365 天，請問 365 天是幾個星期又幾天？</p> <p>① 52 個星期又 2 天</p> <p>② 52 個星期又 1 天</p> <p>③ 51 個星期又 2 天</p> <p>④ 51 個星期又 1 天</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.15	0.27	0.04
2*	0.66	0.39	0.89
3	0.11	0.20	0.04
4	0.07	0.12	0.03
未作答	0.01		
通過率	0.66	鑑別度	0.50
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題提示一年有 365 天，要求學生算出 365 天是幾個星期又幾天，評量學生三位數除一位數的除法直式計算能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.50，正確答案為選項 2，通過率為 66%，顯示近七成的學生已具備三位數除一位數的除法直式計算能力。</p> <p>2. 有 15% 的學生選擇選項 1 (低分組有 27%)，11% 的學生選擇選項 3 (低分組有 20%)，7% 的學生選擇選項 4 (低分組有 12%)，這些學生可能不知道一星期有多少天；也可能在直式計算時發生錯誤。</p>		
教材地位分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
分年細目	<p>2-n-07</p> <p>能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。</p> <p>3-n-05</p> <p>能理解除法的意義，運用\div、$=$做橫式紀錄(包括有餘數的情況)，並解決生活中的問題。</p>	<p>3-n-06</p> <p>能熟練三位數除一位數的直式計算。</p>	<p>4-n-03</p> <p>能熟練較大位數的乘除直式計算。</p>

(一) 錯誤類型的可能原因

1.以「 $365 \div 7$ 」為例，學生混淆下列兩種解讀 438 的意義：

(1)將 365 解讀成 $300 + 60 + 5$

(2)將 365 解讀成 3 個百、6 個十和 5 個一

2.學生在進行除法直式計算時容易發生商或餘數位值記錄錯誤。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1.除法問題有等分除和包含除兩種題型，建議教師在等分除情境引入二位及三位除一位數的除法直式計算。並將除法直式計算視為解題的工具，不論文字題是等分除或包含除問題，學生只要判斷它是除法問題，就能利用除法直式來解題。等分除問題：將 748 元平分給 5 個人，每人最多分到幾元，還剩下多少元？

包含除問題：748 元，每 5 元分給 1 個人，最多可分給幾人，還剩下多少元？

等分除問題可以將 748 元解讀成 7 張 100 元、4 枚十元和 5 個一元，讓百元、十元和一元的個數都不超過 10 個，可以簡化計算。

2.以「659 元平分給 4 個人，每個人最多分到幾元，還剩下多少元？」為例，說明如何幫助學生學習除法直式計算。

(1)有兩種分解 659 的方法，第一種是將 659 分解成 $600 + 50 + 9$ ，第二種是將 659 分解成 6 個百、5 個十和 9 個一。第二種方法會讓計算的數字變小，本基本學習內容透過第二種分解方式引入除法直式計算。

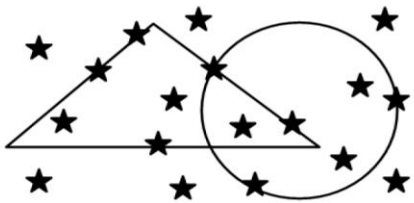
(2)以下說明「將 659 元分解成 6 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 9 個一元硬幣」如何指導：



先將 6 張百元鈔票平分給 4 個人，每人分到 1 張百元鈔票，還剩下 2 張百元鈔票不夠分；將 2 張百元鈔票換成 20 枚的十元硬幣，再加上原有的 5 枚十元硬幣，合起來有 25 枚十元硬幣；25 枚十元硬幣平分給 4 個人，每人分到 6 枚十元硬幣，還剩下 1 枚十元硬幣不夠分；將 1 枚十元硬幣換成 10 個一元硬幣，加上原有的 9 個一元硬幣，合起來有 19 個一元硬幣；19 個一元硬幣平分給 4 人，每人分到 4 個一元硬幣，還剩下 3 個一元硬幣。

合起來每個人分到 1 張百元鈔票、6 枚十元硬幣和 4 個 1 元硬幣，還剩下 3 個一元硬幣，也就是每人分到 164 元，剩下 3 元。

(3)用直式將解題過程記錄下來，並說明每個步驟的意義，如果學生混淆不同單位平分的意義，教師可以在直式上方畫出定①、⑩、100來說明。

	百	十	個	
	100	⑩	①	
4	1	6	4	⇨分到1張百元、6枚十元和4個一元，也就是164元
4	6	5	9	⇨6張百元鈔票、5枚十元硬幣和9個一元硬幣
	4			⇨先分6張百元鈔票，每人分到1張，還剩下2張
	2	5		⇨換成20枚十元，加上原有的5枚，有25枚十元
	2	4		⇨再分25枚十元，每人分到6枚，剩下1枚十元
		1	9	⇨換成10個一元，加上原有的9個，有19個一元
		1	6	⇨再分19個一元，每人分到4個一元
			3	⇨剩下3個一元

題號	8		
內容領域	幾何	認知歷程向度	解題思考
分年細目	3-s-01 能認識平面圖形的內部、外部與其周界。		
試題內容	<p>8. 如圖，下面哪個敘述正確？</p>  <p>① 圓形的內部有 2 個★ ② 圓形的周界上有 3 個★ ③ 三角形的外部有 6 個★ ④ 三角形的周界上有 3 個★</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.19	0.29	0.08
2*	0.66	0.44	0.84
3	0.10	0.16	0.06
4	0.05	0.10	0.02
未作答	0.00		
通過率	0.66	鑑別度	0.40
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定相交的三角形和圓形，要求學生選出正確描述圖形內部、外部與周界的說法，評量學生辨識平面圖形內部、外部與其周界的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題鑑別度為 0.40，正確答案為選項 2，通過率為 66%，顯示近七成的學生已具備辨識平面圖形內部、外部與其周界的能力。 2. 有 19% 的學生選擇選項 1 (低分組有 29%)，這些學生可能不具備辨識平面圖形內部、外部與其周界的能力，誤以為圓形的內部不包含三角形內部和周界上面的星星。 3. 有 10% 的學生選擇選項 3 (低分組有 16%)，這些學生可能不具備辨識平面圖形內部、外部與其周界的能力，誤以為三角形的外部不包含圓內部和周界上面的星星。 		

	4.有 5%的學生選擇選項 4(低分組有 10%)，這些學生可能不具備辨識平面圖形內部、外部與其周界的能力，誤以為三角形的周界不包含圓內部的星星。			
教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	2-s-05 認識簡單平面圖形的邊長關係。	3-s-01 能認識平面圖形的內部、外部與其周界。	3-s-02 能認識周長，並實測周長。 4-s-09 能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。(同 4-n-18)
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生可能不具備辨識平面圖形內部、外部與其周界的能力，受到另一個圖形的干擾，排除另一個圖形內部與周界的星星。 2.本題是學生不常見的題型，教師教學時應強調，只要在給定圖形外部的星星，都在給定圖形的外部，與其他圖形無關。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.日常生活中將下面兩個圖形都稱為三角形，但是數學上將它們視為不同的圖形，右邊的圖形稱為三角形，左邊的圖形是由三角形及其內部所組成的，稱為三角形區域，教師教學時應區分這兩種圖形的意義。教學的重點是三角形的構成要素邊和角時，教師應提供三角形來教學，因為角不是扇形，而是共端點的兩線段；教學的重點是三角形的面積時，教師應提供三角形區域來教學。 <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>三角形區域</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>三角形</p> </div> </div> <ol style="list-style-type: none"> 2.教師應以周界來區分圖形的內部與外部，強調圖形本身的封閉性質。例如三角形將平面分割成三角形、三角形內部及三角形外部三個部份。數學上稱三角形內部及三角形合起來的圖形為三角形區域。 			

題號	9		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	解題思考
分年細目	3-n-01 能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。		
試題內容	<p>9. 將 5678 的千位數字 5 減 2，十位數字 7 加 2，百位數字和個位數字不變，得到一個新的甲數，請問甲數和 5678 相差多少？</p> <p>① 1008 ② 1080 ③ 1980 ④ 2020</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.05	0.12	0.00
2	0.07	0.16	0.02
3*	0.66	0.39	0.88
4	0.21	0.32	0.10
未作答	0.01		
通過率	0.66	鑑別度	0.49
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定一個四位數及改變千位和十位數字後得到的新四位數，要求學生算出這兩個四位數的差，評量學生位值單位換算的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.49，正確答案為選項 3，通過率為 66%，顯示近七成的學生已具備 10000 以內的位值單位換算的能力。</p> <p>2. 有 5% 的學生選擇選項 1(低分組有 12%)，7% 的學生選擇選項 2(低分組有 16%)，這些學生可能不具備位值單位換算的能力；也可能已具備位值單位換算的能力，但在減法計算時發生錯誤。</p> <p>3. 有 21% 的學生選擇選項 4(低分組有 32%)，這些學生誤解題意，把十位數字 7 加 2 解讀成 7 減 2，$5678 - 3658 = 2020$；也可能誤解題意，把千位數字 5 減 2 解讀成 5 加 2，$7698 - 5678 = 2020$。</p>		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	2-n-01 能認識1000以內的數及「百位」的位名，並進行位值單位換算。	3-n-01 能認識10000以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。	4-n-01 能透過位值概念，延伸整數的認識到大數(含「億」、「兆」之位名)，並做位值單位的換算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1.千位數字2有兩種意義，學生可能混淆這兩種意義：</p> <p>(1)描述千單位的個數，也就是2個1000</p> <p>(2)換成以一為單位的值是2000，也就是代表的值是2000。</p> <p>2.學生可能有兩種解題的方法：</p> <p>方法一：改記成四位數字後再計算</p> <p>千位數字5減2，十位數字7加2，將數字5678改記成3698。</p> $5678 - 3698 = 1980$ <p>方法二：利用位值直接計算</p> <p>千位數字5減2，數值少了2000</p> <p>十位數字7加2，數值多了20</p> $2000 - 20 = 1980$ <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1.進行1000以內位值單位的換算，指的是：</p> <p>能將「幾千幾百幾十幾」聚成「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」，例如將「2357」聚成「2個千、3個百、5個十、7個一」；</p> <p>將「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」化成「幾千幾百幾十幾」，例如將「2個千、3個百、5個十、7個一」化成「2357」的雙向化聚。</p> <p>2.國小三年級常透過積木及圖像二組教具，幫助學生進行位值單位的換算。</p> <p>積木：白色積木、橘色積木、百格板、千格板</p> <p>10個白色積木接起來和1條橘色積木一樣長，10個白色積木可以換成1條橘色積木，1條橘色積木可以換成10個白色積木。</p> <p>100個白色積木和1張百格板一樣大，100個白色積木可以換成1張百格板，1張百格板可以換成100個白色積木。</p>			

10 條橘色積木和 1 張百格板一樣大，10 條橘色積木可以換成 1 張百格板，1 張百格板可以換成 10 條橘色積木。

1000 個白色積木和 1 塊千格板一樣大，1000 個白色積木可以換成 1 塊千格板，1 塊千格板可以換成 1000 個白色積木。

10 張百格板和 1 塊千格板一樣大，10 張百格板可以換成 1 塊千格板，1 塊千格板可以換成 10 張百格板。

100 條橘色積木和 1 塊千格板一樣大，100 條橘色積木可以換成 1 塊千格板，1 塊千格板可以換成 100 條橘色積木。

圖像：①、⑩、 $\boxed{100}$ 、 $\boxed{1000}$

透過約定，10 個①可以換 1 個⑩，1 個⑩可以換 10 個①。

100 個①可以換 1 個 $\boxed{100}$ ，1 個 $\boxed{100}$ 可以換 100 個①。

10 個⑩可以換 1 個 $\boxed{100}$ ，1 個 $\boxed{100}$ 可以換 10 個⑩。

1000 個①可以換 1 個 $\boxed{1000}$ ，1 個 $\boxed{1000}$ 可以換 1000 個①。

10 個 $\boxed{100}$ 可以換 1 個 $\boxed{1000}$ ，1 個 $\boxed{1000}$ 可以換 10 個 $\boxed{100}$ 。

100 個⑩可以換 1 個 $\boxed{1000}$ ，1 個 $\boxed{1000}$ 可以換 100 個⑩。

其中積木是成比例的教具，圖像是不成比例的教具。

3. 如果學生無法求出改變後的新四位數字是多少，建議教師可以透過定位板，幫助學生看到改變千位數字後的新數是多少、改變十位數字後的新數是多少。

題號	10		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-05 能理解除法的意義，運用 \div 、 $=$ 做橫式紀錄（包括有餘數的情況），並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>10. 七十幾顆蘋果平分給 10 個人，每個人分到 7 顆，請問最多可能剩下多少顆蘋果？</p> <p>① 11 顆 ② 9 顆 ③ 8 顆 ④ 6 顆</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.15	0.22	0.07
2*	0.32	0.18	0.51
3	0.13	0.22	0.04
4	0.38	0.36	0.37
未作答	0.01		
通過率	0.32	鑑別度	0.34
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定「七十幾顆蘋果平分給 10 個人，每個人分到 7 顆」的情境，要求學生算出最多可能剩下多少顆蘋果，評量學生利用餘數要小於除數或等於 0 性質解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.34，正確答案為選項 2，通過率為 32%，顯示超過三成的學生已認識餘數可以為 0，而且一定比除數小。</p> <p>2. 有 15% 的學生選擇選項 1 (低分組有 22%)，這些學生可能將「餘數一定比除數小」誤記成「除數一定比餘數小」。</p> <p>3. 有 13% 的學生選擇選項 3 (低分組有 22%)，這些學生可能將「餘數一定比除數小」誤記成「除數一定比餘數小」，同時又混淆除數和商的意義，誤將商 7 看成除數。</p> <p>4. 有 38% 的學生選擇選項 4 (低分組有 36%)，這些學生可能知道餘數一定比除數小，但是混淆除數和商的意義，誤將商 7 看成除數；也可能誤認為餘數一定比商小。</p>		

		先備的知識	本題所需；的知識	延伸的知識
教材地位 分析	分年細 目	2-n-07 能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。	3-n-05 能理解除法的意義，運用 \div 、 $=$ 做橫式紀錄(包括有餘數的情況)，並解決生活中的問題。	3-n-06 能熟練三位數除以一位數的直式計算。 4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生解題後沒有列出除法算式，混淆問題情境中除數和商及算式紀錄中除數和商的意義。 2.學生混淆餘數必須比除數小，或餘數必須比商小。 3.很多老師常提問「七十幾顆」有沒有包含70顆？ 85課綱在二年級引入概數，因為二年級學生無法掌握概數是區間代表數的意義，因此引入「七十幾顆」來代表概數。 因為每一個整數都要對應一個概數，如果課本將「70顆，七十幾顆，80顆，八十幾顆，…」當作概數，「七十幾顆」不包含70顆；如果課本將「七十幾顆，八十幾顆，九十幾顆，…」當作概數，「七十幾顆」包含70顆。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.教師應幫助學生理解除法算式的意義： <ol style="list-style-type: none"> (1)知道「被除數」、「除數」、「商」、「餘數」的名稱及意義。 (2)理解商及餘數的意義，知道餘數可以為0，而且一定要小於除數。 (3)理解商及餘數的意義，知道被除數減餘數後就能整除。 2.除法問題有兩種記錄的格式： <p>第一種：$a \div b = q \dots r$，q是整數，$0 \leq r < b$。</p> <p>第二種：$a \div b = \frac{a}{b}$，$b \neq 0$。</p> <p>五年級引入「整數除以整數、商是分數」問題之前，只處理第一種記錄格式。</p> 			

3. 「 $a \div b = q \dots r$, q 是整數, $0 \leq r < b$ 」中, 餘數的範圍是「 $0 \leq r < b$ 」, 也就是說, 剩下 0 個中的 0 也是餘數。例如「將 12(或 13、14)個蘋果平分給 3 個人」, 學生必須解題成功, 才知道餘數是 0(或 1、2)。

建議教師命題時, 不論餘數是否為 0, 都要同時詢問商數及餘數。

例如: 將 14 個蘋果平分給 3 個人, 每人最多分到幾個蘋果,

還剩下多少個蘋果?

將 12 個蘋果平分給 3 個人, 每人最多分到幾個蘋果,
還剩下多少個蘋果?

題號	11		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。		
試題內容	<p>11. 媽媽買了 3 條蛋糕，她將其中 2 條蛋糕都平分成 8 塊，大毛吃了 5 塊，二毛吃了 1 條，三毛吃了 $\frac{7}{8}$ 條。誰吃的蛋糕最多？誰吃的蛋糕最少？</p> <p>① 大毛最多，三毛最少 ② 大毛最多，二毛最少 ③ 二毛最多，大毛最少 ④ 二毛最多，三毛最少</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.08	0.16	0.03
2	0.16	0.29	0.05
3*	0.67	0.39	0.89
4	0.09	0.15	0.03
未作答	0.00		
通過率	0.67	鑑別度	0.50
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定將 3 條蛋糕中的 2 條都平分成 8 塊的情境，要求學生選出誰吃的最多、誰吃的最少，評量學生連續量情境分量、真分數及被分割量大小比較的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.5，正確答案為選項 3，通過率為 67%，顯示近七成的學生已具備在連續量情境中比較分量、真分數及被分割量大小的能力。</p> <p>2. 有 8% 的學生選擇選項 1 (低分組有 16%)，這些學生可能不理會「條」和「塊」是兩個不同的單位，直接比較 5、1 和 $\frac{7}{8}$ 三個數的大小，得到 5 塊最多、$\frac{7}{8}$ 條最少的答案。</p> <p>3. 有 16% 的學生選擇選項 2 (低分組有 29%)，這些學生可能不理會「條」和「塊」是兩個不同的單位，直接比較 5、1 和 $\frac{7}{8}$ 三個數的大小，這些學生知道 5 最大，在比較 1</p>		

	<p>和$\frac{7}{8}$兩數的大小時，可能認為1是最小的數，得到5塊最多、1條最少的答案。</p> <p>4.有9%的學生選擇選項4(低分組有15%)，這些學生可能知道5塊和$\frac{7}{8}$條都是從1條分出來的，所以1條最多，但在比較5塊和$\frac{7}{8}$條時，可能認為整數一定比分數大，得到最1大、$\frac{7}{8}$最小的答案。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	<p>2-n-07</p> <p>能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。</p>	<p>3-n-11</p> <p>能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。</p>	<p>4-n-08</p> <p>能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。</p>
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1.本題是連續量的情境，在連續量情境中比較分量、真分數及被分割量的大小。</p> <p>分量：5塊，真分數：$\frac{7}{8}$條，被分割量：1條。</p> <p>題目中有「條」和「塊」兩個單位，學生混淆這兩個單位的意義。</p> <p>2. 17%選擇選項②(高分組5%、低分組29%)，9%選擇選項①(高分組3%、低分組17%)，這些學生都不理會「條」和「塊」是兩個不同的單位，直接比較5、1和$\frac{7}{8}$三個數的大小。</p> <p>他們都選擇蛋糕最多的是5塊，選擇選項②的學生選擇1條蛋糕最少，可能受到點數個數的影響，認為1個最少；選擇選項②的學生選擇$\frac{7}{8}$條條蛋糕最少，可能認為分數一定比整數小。</p>			

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 以「將 1 塊蛋糕平分切成 4 份，其中的 1 份是多少塊蛋糕？」為例，有兩種命名 1 份蛋糕的方法：

第一種：透過 1 份蛋糕和 4 份蛋糕的關係來命名，將 4 份蛋糕看成全體，1 份蛋糕是 4 份裡面的 1 份，

稱 1 份為 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕。

第二種：透過 1 份蛋糕和 1 塊蛋糕的關係來命名，1 份蛋糕是從 1 塊蛋糕分出來的，而且是平分成 4 份

中的 1 份，稱 1 份為 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕。

第一種命名的方法是比率的關係，將 4 份看成基準量 1，其中的 1 份是 $\frac{1}{4}$ ，

不是 $\frac{1}{4}$ 塊。五年級才引入比率問題，教師應透過第二種方法來命名。

2. 本題是連續量的情境，題目中只有「條」和「塊」兩個單位。

如果學生無法進行「1 條、5 塊、 $\frac{7}{8}$ 條」的大小比較，建議教師先說明 1 條平分成 8 塊，所以 1 條和 8 塊一樣

多，再溝通 1 塊是 $\frac{1}{8}$ 條，7 塊和 $\frac{7}{8}$ 條一樣多，再將「1

條、5 塊、 $\frac{7}{8}$ 條」轉換成同單位來比較。

方法一：都轉換成「塊」來比較：

1 條和 8 塊一樣多， $\frac{7}{8}$ 條和 7 塊一樣多，5 塊和 $\frac{5}{8}$

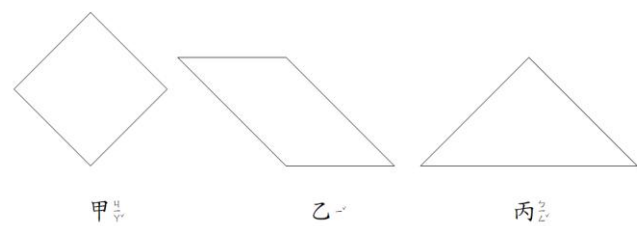
條一樣多， $8 > 7 > 5$ ，所以 1 條最多，5 塊最少。

方法二：都轉換成「條」來比較：

5 塊和 $\frac{5}{8}$ 條一樣多， $1 > \frac{7}{8} > \frac{5}{8}$ ，所以 1 條最

多，5 塊最少。

建議教師幫助利用方法一解題的學生改用方法二來解題，幫助學生利用分數來比較大小的能力。

題號	12		
內容領域	量與實測	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-s-06 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。		
試題內容	<p>12. 小明明把 3 張一樣大的正方形色紙，都對摺成三角形後剪開，剪開後共有 6 個三角形。小明明先用 2 個三角形拼出甲圖形，再用 2 個三角形拼出乙圖形，最後用 2 個三角形拼出丙圖形。</p> <div style="text-align: center;">  <p>甲 乙 丙</p> </div> <p>請問哪一個圖形的面積最大？</p> <p>① 甲 ② 乙 ③ 丙 ④ 一樣大</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.05	0.11	0.01
2	0.16	0.32	0.04
3	0.11	0.21	0.03
4*	0.67	0.35	0.92
未作答	0.01		
通過率	0.67	鑑別度	0.57
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定將 3 張一樣大正方形色紙沿著對角線剪成 6 個全等三角形的情境，要求學生比較都由兩個三角形所拼成的 3 個圖形面積的大小，評量學生利用面積保留概念解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.57，正確答案為選項 4，通過率為 67%，顯示近七成的學生已具備面積的保留概念。</p> <p>2. 有 5% 的學生選擇選項 1(低分組有 11%)，11% 的學生選擇選項 3(低分組有 21%)，這些學生可能不具備面積的保留概念。</p>		

	<p>3.有 16%的學生選擇選項 2(低分組有 32%)，這些學生可能直觀的認為菱形的面積最大(商人常將糕餅切割成菱形來販售，因為面積相同的四邊形中，視覺上菱形的面積最大)。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	<p>1-s-04 能依給定圖示，將簡單形體作平面鋪設與立體堆疊。 2-s-04(同 2-n-18) 能認識面積。</p>	<p>3-s-06 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。</p>	<p>5-n-18 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-s-05)</p>
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生尚未形成面積的保留概念，不知道圖形對摺剪開後這兩部分的面積大小和原圖形的大小是一樣的，直觀的判斷三個圖形面積的大小。 2.答錯的學生(33%)中，有 17%認為拼成菱形的面積最大，這些學生可能直觀的認為菱形的面積最大(商人常將糕餅切割成菱形來販售，因為面積相同的四邊形中，視覺上菱形的面積最大)。 11%認為三角形面積比較大，5%認為正方形面積比較大，認為三角形面積比較大的學生比較多，可能的原因是受到直線長短的影響。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.將簡單平面圖形切割重組成另一已知簡單圖形後，教師可以詢問拼出來的圖形和原圖形的面積是否一樣大，檢查學生是否具備面積的保留概念。 2.將長方形(或正方形)切割成兩個全等的直角三角形後，可以再由這兩個全等的直角三角形拼回原長方形(或正方形)，幫助學生認識其中一個直角三角形的面積是長方形(或正方形)面積的一半。 3.面積保留概念指的是同一個物體的面積，不論誰來量的結果都一樣，而且物體的面積不會受到時間、空間與本身重組等影響而改變，學生必須歸納多次經驗後才能得到的信念。下面提出四種面積保留概念的特徵，前面兩種特徵比較早形成，後面兩種特徵比較晚形成，教師可以透過這些特徵，檢查學生是否具有面積的保留概念。 			

	<p>第一種：物體的面積不會受到位置的影響而改變 將一張色紙橫放、直放、斜放、移來移去，這張色紙的面積都不會改變。</p> <p>第二種：物體的面積不會受到時間的影響而改變 昨天、今天、明天、後天、大後天、....，同一張色紙的面積都不會改變。</p> <p>第三種：物體的面積不會受到形狀的影響而改變 同一張色紙，不論捲曲成任意的形狀，色紙的面積都不會改變。</p> <p>第四種：物體的面積不會受到本身分割或重組的影響而改變 將一張色紙切割成幾部分，這幾部分拼接起來的面積，和原色紙的面積一樣大。</p>
--	--

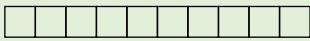

題號	13		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-n-02 能熟練加減直式計算（四位數以內，和 < 10000，含多重退位）。		
試題內容	<p>13. 小成的數學作業簿被妹妹亂蓋章弄髒了，請幫忙他將弄髒的地方填上正確的數字。</p> $\begin{array}{r} 7425 \\ - 12\text{🍓}8 \\ \hline 614\text{🍎} \end{array}$ <p>① 🍓 填 2、🍎 填 3 ② 🍓 填 6、🍎 填 3 ③ 🍓 填 7、🍎 填 7 ④ 🍓 填 8、🍎 填 7</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.06	0.13	0.01
2	0.12	0.23	0.03
3*	0.58	0.35	0.79
4	0.24	0.27	0.17
未作答	0.01		
通過率	0.58	鑑別度	0.44
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定一組遮掉兩個數字的四位數減法直式紀錄，要求學生選出被遮掉的數字，評量學生四位數加減直式計算的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題鑑別度為 0.44，正確答案為選項 3，通過率為 58%，顯示近六成的學生已具備熟練加減直式計算的能力。 2. 有 6% 的學生選擇選項 1(低分組有 13%)，這些學生可能不理解題意，利用大數減小數算出被遮掉的數字；也可能尚未具備減法直式計算的能力。 3. 有 12% 的學生選擇選項 2(低分組有 23%)，這些學生可能不理解題意，利用大數減小數算出被蘋果遮住的數字，及利用加法算出被草莓遮住的數字；也可能尚未具備減法直式計算的能力。 4. 有 24% 的學生選擇選項 4(低分組有 27%)，這些學生可能具備減法直式計算能力，正確利用 $15-8=7$ 算出被蘋果遮住的數字，但是在計算被草莓遮住的數字時，忘記十位已拿 1 個十換 10 個一，誤用 $12-4=8$ 出被草莓遮住的數字是 8。 		

教材地位 分析	分年 細目	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
		2-n-04 能熟練二位數加減直式計算。 2-n-05 能理解三位數加減直式計算(不含兩次退位)。	3-n-02 能熟練加減直式計算(四位數以內，和 <10000 ，含多重退位)。	4-n-02 能熟練整數加、減的直式計算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生忘記處理被借位的程序。 2. 學生不理解減法直式，僅用大數減小數來計算。 3. 81%(58+23)的學生選擇蘋果的部分要填7，19%(6+13)的學生選擇蘋果的部分要填3，顯示多數學生能處理個位數字相減的問題。 4. 23%選擇選項④(高分組16%、低分組26%)，他們選擇蘋果的部分要填7(正確)，但是選擇草莓的部分要填8(錯誤)，不理會個位數字相減時，已拿1個十換10個一。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題給定一組四位數減四位數、兩次退位的減法直式紀錄，學生必須能推算出被遮掉的正確數字。 2. 對於學生而言，填框的題目是有難度的。如果學生無法推算，建議教師可以先給完整被減數和減數，確認學生是否可以正確使用減法直式計算出答案；再將完整的減法直式紀錄拿來對照題目中被遮掉的位置，幫助學生理解如何推算出題目的答案。 3. 如果學生無法正確使用減法直式計算出答案，教師可提供千、百、十、一的圖像或錢幣，幫助學生比對圖像的操作和減法直式算則的對應步驟是相同的，進而理解直式算則每一個步驟的意義，如下所述： <ol style="list-style-type: none"> (1) 以退位減法計算問題「$7425-1278$」為例，在說明減法退位計算時，常用「向百位借1」的說法，這種說法並不正確，因為借了並沒有還回來。 建議教師改用「拿一個100換10個10」的說法。 (2) 有兩種使用定位板的時機，第一種是溝通數字的位值及位名，第二種是直式計算溝通不同單位的個數，引入定位板時，教師應說明下面三個限制： 			

①記錄「幾」個十的時候，只能將「幾」記錄在十位，記錄「幾」個一的時候，只能將「幾」記錄在個位。

以「將3個十，5個一記在定位板上」為例，定位板記錄不同單位的個數，因此必須將3個十的3記在十位，5個一的5記在個位，才能夠溝通不同單位計數的意義。



②一個位置只能記錄1個數碼。

十位	個位
	
3	15

以「將3個十，15個一記在定位板上」為例，將3個十的3記在十位，將15個一的15記在個位，如上圖。

當定位板存在時，可以清楚的溝通有3個十，15個一，但是脫離定位板記成315後，會和三百一十五混淆。因此數學上限制一個位置只能記錄1個數碼，必須將3個十，15個一改記成4個十，5個一。

③某位值的個數是0時，必須記0。


十位	個位
	
5	0

以「將5個十記在定位板上」為例，將5個十的5記在十位，如上圖所示。當定位板存在時，可以清楚的溝通有5個十，

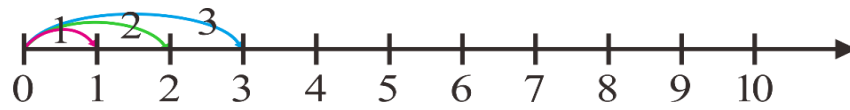
但是脫離定位板記成5，會和5個一混淆，因此數學上限制當個位數字是0時，必須在個位上記0。

題號	14		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-n-09 能由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。		
試題內容	<p>14. 數線上 A、B 兩點位置標示的數字是 12、18。 數線上 C、D 兩點位置標示的數字是 312、318。 數線上 E、F 兩點位置標示的數字是 7512、7518。 請問哪兩點的距離最長？</p> <p>① A 點和 B 點 ② C 點和 D 點 ③ E 點和 F 點 ④ 它們的距離一樣長</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.06	0.13	0.01
2	0.05	0.12	0.00
3	0.21	0.40	0.06
4*	0.67	0.34	0.93
未作答	0.01		
通過率	0.67	鑑別度	0.59
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定 3 組在數線上標示兩點坐標的情境，要求學生比較哪組兩點的距離最長，評量學生在整數數線上做加、減操作的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項 4，通過率為 67%，顯示近七成的學生已具備計算整數數線上給定坐標兩點距離的能力。</p> <p>2. 有 6% 的學生選擇選項 1 (低分組有 13%)，5% 的學生選擇選項 2 (低分組有 12%)，這些學生可能尚未具備計算整數數線上給定坐標兩點距離的能力。</p> <p>3. 有 21% 的學生選擇選項 3 (低分組有 40%)，這些學生可能尚未具備計算整數數線上給定坐標兩點距離的能力，誤以為標示的數字愈大時兩點間的距離就愈大。</p>		

教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年 細目	2-n-15 能認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並能做相關的實測、估測與同單位的計算。	3-n-09 能由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。

補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生無法進行數線上刻度和距離(長度)間的轉換，例如看到刻度 5，無法想到刻度 0 和刻度 5 的距離是 5 個單位。 2. 學生不具備計算座標數線上兩點距離的能力 3. 教師應幫助學生進行下面概念間的轉換 <ol style="list-style-type: none"> ① 順序數(序數)和集合數(基數)的互換，例如甲排第 7 個，可以得到第 1 個到甲，共有 7 個人。 ② 直尺上刻度與距離的互換，例如刻度 7，可以得到刻度 0 到刻度 7 的距離是 7 公分。 ③ 數線上刻度(坐標)與距離(長度)的互換，例如坐標 7，可以得到坐標 0 到坐標 7 的距離是 7 個單位。 ④ 量角器上刻度與旋轉角度的互換，例如刻度 20 度，可以得到刻度 0 度到刻度 20 度間旋轉了 20 度。 ⑤ 時間數線上時刻與時間的互換，例如時刻 3 時 20 分，可以得到 0 時 0 分到 3 時 20 分中間經過 3 小時 20 分鐘。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的刻度 5 有下列兩種意義： <ol style="list-style-type: none"> (1) 在數線上的位置(或坐標)是 5。 (2) 和原點 0 的距離是 5。 2. 教師可以透過下列方法繪製數線，幫助學生理解整數數線的意義。 <p>步驟一：先利用直尺上的公分刻度繪製有刻度的數線，並標示相鄰兩刻度間的距離都是 1(單位)。</p> 
------------	--

步驟二：再幫助學生將最左邊的刻度上標示 0，在和 0 距離 1 的刻度上標示 1，在和 0 距離 2 的刻度上標示 2，在和 0 距離 3 的刻度上標示 3，以此類推。



步驟三：說明相鄰兩刻度的距離都是 1(單位)，刻度 5 和 0 的距離是 5(單位)



3.以「數線上 A、B 兩點位置標示的數字是 12、18」為例，教師可以先說明 12 指的是 0 和 12 的距離是 12，18 指的是 0 和 18 的距離是 18，可以利用 $18 - 12 = 6$ 算出數線上 12 和 18 兩點的距離是 6。

相同的方式，可以算出 312 和 318 兩點的距離，以及 7512 和 7518 兩點的距離都是 6，所以距離都相等。

題號	15		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	解題思考
分年細目	3-n-06 能熟練三位數除一位數的直式計算。		
試題內容	<p>15. 將一堆蘋果平分給 8 個人，每個個人分到 26 顆，還剩下 6 顆。</p> <p>如果將這堆蘋果全部平分給 4 個人，每個個人最多可以分到幾顆蘋果？還剩下多少顆蘋果？</p> <p>① 分到 13 顆蘋果，還剩下 3 顆蘋果</p> <p>② 分到 52 顆蘋果，還剩下 6 顆蘋果</p> <p>③ 分到 53 顆蘋果，還剩下 2 顆蘋果</p> <p>④ 分到 53 顆蘋果，還剩下 4 顆蘋果</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.20	0.32	0.06
2	0.24	0.29	0.15
3*	0.47	0.22	0.76
4	0.08	0.14	0.03
未作答	0.01		
通過率	0.47	鑑別度	0.54
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定將一堆蘋果平分給 8 個人的結果，要求學生選出將這堆蘋果重新平分給 4 個人的結果，評量學生三位數除一位數的直式計算能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項 3，通過率為 47%，顯示近五成的學生已具備三位數除一位數的直式計算能力。</p> <p>2. 有 20% 的學生選擇選項 1 (低分組有 32%)，這些學生可能不具備三位數除一位數的直式計算能力，誤以為平分的人數變為一半時，每個人分到的顆數及剩下的顆數也變為一半。</p> <p>3. 有 24% 的學生選擇選項 2 (低分組有 29%)，這些學生可能具備三位數除一位數的計算能力，知道平分的人數變成一半時，每人分到的蘋果顆數會變成 2 倍，但是這些學生沒有注意餘數必須小於除數的約定。</p> <p>4. 有 8% 的學生選擇選項 4 (低分組有 14%)，這些學生可能具備三位數除一位數的計算能力，也知道餘數必須小於除數的約定，但在處理餘數時計算發生錯誤。</p>		

教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年 細目	2-n-07 能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。	3-n-05 能理解除法的意義，運用 \div 、 $=$ 做橫式紀錄(包括有餘數的情況)，並解決生活中的問題。 3-n-06 能熟練三位數除以一位數的直式計算。

補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生可能沒有察覺「餘數可以為 0，而且一定要小於除數」的約定。 2. 學生可能沒有察覺「被除數固定時，除數變大、商會變小；除數變小、商會變大」的現象，並延伸至「被除數固定時，除數變成 2 倍、商會變成一半」的現象。 3. 學生無法掌握有餘數問題情境乘除互逆的關係。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題有兩種解題的方法 方法一：先算出這堆蘋果的顆數，再算出平分給 4 個人的結果 $26 \times 8 = 208$, $208 + 6 = 214$，透過乘除互逆，算出這堆蘋果有 214 顆。 $214 \div 4 = 53 \dots 2$，得到每人分到 53 顆蘋果，還剩下 2 顆蘋果的答案。 方法二：利用平分的人數變成一半時，每人分到的蘋果顆數會變成 2 倍的性質解題， $\square \div 8 = 26 \dots 6$，所以 $\square \div 4 = 52 \dots 6$，因為餘數必須小於除數，所以剩下的 6 顆還要再分給 4 個人，得到每人分到 53 顆蘋果，還剩下 2 顆蘋果的答案。 教師應幫助利用方法解題的學生改用方法二來解題。 2. 教師應幫助學生理解除法算式的意義，理解除法算式的意義包含下列部份： <ol style="list-style-type: none"> (1) 知道「被除數」、「除數」、「商」、「餘數」的名稱及意義。 (2) 理解商及餘數的意義，知道餘數可以為 0，而且一定要小於除數。 (3) 理解商及餘數的意義，知道被除數減餘數後就能整除。 3. 餘數不是 0 情境的乘除互逆比較困難，教師可以布置「桌上有 14 顆桃子，一堆桃子有 3 顆，共有 4 堆，剩下 2 顆桃子」的情境，幫助學生理解該情境，同時可以解讀成「1 堆桃子有 3 顆，4 堆桃子有 12 顆，加上剩下的 2 顆桃子，共有 14 顆桃子，可以記成 $3 \times 4 + 2 = 14$」，「14 顆桃子，平分成 4 堆，一堆有 3 顆桃子，還剩下 2 顆桃子，可以記成 $14 \div 4 = 3 \dots 2$」，「14 顆桃子，每 3 顆分一堆，能分成 4 堆，還剩下 2 顆桃子，可以記成 $14 \div 3 = 4 \dots 2$」，幫助學生
------------	---

認識餘數不是 0 情境的乘除互逆。

教師也可以將上述桃子的情境，改用下面的線段圖來表徵。在線段圖中也可以同時看到「 $3 \times 4 + 2 = 14$ 」、「 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」及「 $14 \div 3 = 4 \dots 2$ 」。



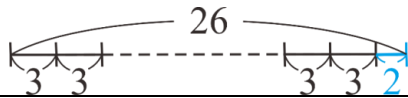
4. 下面以「26 顆桃子，平分成幾堆後，每堆有 3 顆，還剩下 2 顆？」為例，說明如何幫助學生利用乘除互逆的關係來解題。

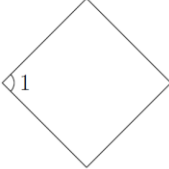
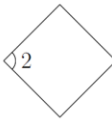
第一種：透過文字題的情境

「26 顆桃子，平分成幾堆後，每堆有 3 顆，還剩下 2 顆」和「26 個桃子，拿走 2 顆桃子後，每 3 顆桃子分成一堆，全部可以分成幾堆桃子」的意思相同，因此可以利用 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = 8$ ，算出平分成 8 堆。

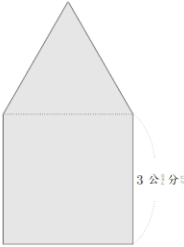
第二種：透過線段圖

線段圖中可以知道 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = \square$ 和 $26 \div 3 = \square \dots 2$ 的意思相同，可以利用 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = 8$ 算出有 8 堆桃子。

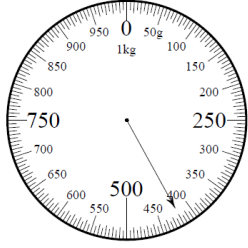


題號	16		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-s-07 能由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。		
試題內容	<p>16. ㄅ 圖和 ㄆ 圖都是正方形，請問下列哪個說法<u>錯誤</u>？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>ㄅ 圖</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>ㄆ 圖</p> </div> </div> <p>① 角 1 比角 2 大 ② 角 1 和角 2 都是直角 ③ ㄅ 圖的四條邊都一樣長 ④ ㄆ 圖的四個角都一樣大</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.63	0.34	0.89
2	0.22	0.34	0.08
3	0.07	0.16	0.01
4	0.07	0.15	0.02
未作答	0.01		
通過率	0.63	鑑別度	0.55
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定描述大、小兩正方形角與邊的四種說法，要求學生選出錯誤的說法，評量學生能由邊長和角的特性來認識正方形的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項 1，通過率為 63%，顯示超過六成的學生已知道正方形四邊等長、四個角都是直角。</p> <p>2. 有 22% 的學生選擇選項 2 (低分組有 34%)，這些學生可能誤解題意，選出正確的說法；也可能誤認為兩邊必須是水平方向和鉛垂方向的角才是直角，本題給的正方形的邊不是水平和鉛垂方向，因此角 1 和角 2 都不是直角；也可能途中沒有劃出直角記號，學生認為這兩個角不是直角。</p>		

	<p>3.有 7%的學生選擇選項 3(低分組有 16%)，7%的學生選擇選項 4(低分組有 15%)，這些學生可能不知道正方形四邊等長、四個角都是一樣大的直角；也可能受到本題給定正方形的邊不是水平和鉛垂方向，因此認為四個邊不一樣長，或四個角不一樣大。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	<p>2-s-05 認識簡單平面圖形的邊長關係。</p>	<p>3-s-07 能由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。</p>	<p>4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。</p>
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生可能誤認為兩邊必須是水平方向和鉛垂方向的角才是直角。 2.學生可能不知道正方形四邊等長、四個角都是一樣大的直角。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.教師常混淆「長方形的定義(如何辨識圖形為長方形)」與「長方形的性質(長方形有哪些特徵)」，誤認為一個四邊形要同時滿足「四個角都是直角，對邊等長、對邊互相平行，對角線互相平分且等長」這些條件，才能辨識這個四邊形是長方形。 數學上利用最少的條件來辨識長方形，一個四邊形，只要四個角都是直角，就能確認該四邊形為長方形。 此處定義四個角都是直角的四邊形為長方形，因此只要一個四邊形的四個角都是直角，該四邊形就是長方形。 定義長方形之後，可以探討長方形還有哪些共同特徵，例如長方形對邊等長、長方形對邊互相平行等，都屬於長方形的性質。 2.學生可能會認為斜擺的長方形或正方形不是長方形或正方形，教師可協助學生 利用直尺和三角板檢查斜擺的長方形或正方形依舊是長方形或正方形。 3.三年級只能在給定的長方形或正方形圖形中，幫助學生認識四邊等長且四個角都是直角的四邊形是正方形；兩對邊等長且四個角都是直角的四邊形是長方形。 <u>不宜</u>要求學生知道所有的正方形或長方形都滿足上面的性質。 			

題號	17		
內容領域	幾何	認知歷程向度	解題思考
分年細目	3-s-02 能認識周長，並實測周長。		
試題內容	<p>17. 弟弟用一個正三角形圖形板和一個正方形圖形板，拼成下面的圖形，請問這個圖形的周長是幾公分？</p>  <p>① 9 公分 ② 12 公分 ③ 15 公分 ④ 18 公分</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.09	0.20	0.01
2	0.14	0.24	0.05
3*	0.58	0.32	0.82
4	0.17	0.21	0.12
未作答	0.01		
通過率	0.58	鑑別度	0.49
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定邊長相等且一邊重合的正三角形和正方形拼成的複合圖形，要求學生算出複合圖形的周長，評量學生認識周長並實測周長的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題鑑別度為 0.49，正確答案為選項 3，通過率為 58%，顯示近六成的學生已具備認識正方形及正三角形周長及實測周長的能力。 2. 有 9% 的學生選擇選項 1 (低分組有 20%)，這些學生可能不理解題意或不理解圖形周長的意義，僅計算正三角形的周長。 3. 有 14% 的學生選擇選項 2 (低分組有 24%)，這些學生可能不理解題意或不理解圖形周長的意義，僅計算正方形的周長。 		

	4.有 17%的學生選擇選項 4(低分組有 21%)，這些學生可能混淆「複合圖形周長」和「正方形及正三角形邊長和」的意義，多算了正方形及正三角形共同邊的長(虛線部份的長度)。			
教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	2-s-03 能使用直尺處理與線段有關的問題。	3-s-02 能認識周長，並實測周長。	4-n-18 能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。(同 4-s-09)
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生可能混淆「複合圖形周長」和「正方形及正三角形邊長和」的意義，誤將正方形及正三角形共同的邊長視為複合圖形的周長。 2.學生可能不知道正方形四邊一樣長，正三角形三邊一樣長。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.本題一個用正三角形和正方形拼成的新圖形，學生要先理解新圖形的周長範圍是指哪裡，再依據其中一個邊的長度線索，推算整個新圖形的周長。 2.如果學生不理解兩塊圖形合併後的新周長範圍，建議老師引導學生關注題目中合併後的新圖形為一個五邊形，並再次重申「多邊形的周長就是所有邊長的總和」的意思。 3.如果學生無法判斷新圖形的每個邊長都是 3 公分，建議老師可以透過以下提問引導學生發現： <ul style="list-style-type: none"> 「新五邊形的下方是正方形板，正方形每個邊都一樣是 3 公分」 「新五邊形的上方是正三角形板，正三角形每個邊都一樣，也是 3 公分」 			

題號	18		
內容領域	量與實測	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-n-16 能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並做相關的實測、估測與計算。		
試題內容	<p>18. 如圖，磅秤指針所指的刻度是多少公克？</p>  <p>① 404 公克 ② 405 公克 ③ 410 公克 ④ 420 公克</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.20	0.32	0.08
2	0.13	0.23	0.04
3	0.05	0.10	0.01
4*	0.62	0.32	0.86
未作答	0.01		
通過率	0.62	鑑別度	0.55
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定 1 公斤秤的秤面，要求學生說出指針所指的刻度是多少公克，評量學生報讀秤面刻度的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項 4，通過率為 62%，顯示超過六成的學生已具備正確報讀秤面刻度的能力。</p> <p>2. 有 20% 的學生選擇選項 1 (低分組有 32%)，這些學生誤將每 1 小格 (5 公克) 當成 1 公克，指針位置在的 4 個小格，所以報讀成 404 公克。</p> <p>3. 有 13% 的學生選擇選項 2 (低分組有 23%)，這些學生誤將每 1 大格 (50 公克) 當成 10 公克，直觀的認為指針指在 400 和 450 這兩大格的中間，所以報讀成 405 公克。</p>		

	4.有 5%的學生選擇選項 3(低分組有 10%)，這些學生誤將 1 中格(10 公克)當作 5 公克，指針位置在第 2 個中格，所以報讀成 410 公克。			
教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年 細目	2-n-17： 能認識重量	3-n-16 能認識重量單位 「公斤」、「公克」 及其關係，並做相 關的實測、估測與 計算。	4-n-14：能以複 名數解決量(長 度、容量、重量) 的計算問題
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.一公斤秤秤面有大格(50 公克)，中格(10 公克)及小格(5 公克)三種刻度，學生混淆這三種刻度描述的重量。 2. 20%的學生(高分組 8%、低分組 32%)誤將每 1 小格(5 公克)當成 1 公克 13%的學生(高分組 4%、低分組 23%)誤將每 1 大格(50 公克)當成 10 公克 5%的學生(高分組 1%、低分組 10%)誤將每 1 中格(10 公克)當成 5 公克 學生報讀小格錯誤的比率最高。 3.應幫助學生養成先尋找大單位的範圍，再報讀小單位的習慣。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>國小課程中較常使用 1 公斤秤，1 公斤秤面最大刻度上標示 100g、200g、300g、…、1000g 等數字，教師可以利用每次累加 100 公克砝碼的方式，幫助學童報讀最大的刻度；而秤面上次大刻度上標示 50g、150g、250g、…、950g 等數字；教師可以先放置 50 公克的砝碼，幫助學童掌握 50g 刻度的意義，再透過每次累加 100 公克砝碼的方式，幫助學童報讀次大刻度。當學童掌握這些有數字刻度的意義後，才能透過累加 10 公克及 5 公克的方式，報讀秤面上次小及最小的刻度，例如先透過每次累加 10 公克砝碼，幫助學生報讀 10g、20g、30g、40g、50g、…、90g、100g，或先放置 200 公克的砝碼，再透過每次累加 5 公克砝碼，幫助學童報讀 200g、205g、210g、215g、220g、…、250g、255g。</p> <p>學童學會報讀秤面的刻度後，就可以開始進行實測的活動，實測的順序是先找出有數字的刻度，再報讀次小及最小的刻度，例如先找出指針指在 350g 和 400g 之間，再透過報讀 350g、360g、370g、380g、385g 的方式，得到物重 385g 的結果。</p>			

題號	19		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-01 能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。		
試題內容	<p>19. 四_十位_十數_十 1111 中_十， 千_十位_十數_十字_十 1 所_十代_十表_十的_十值_十比_十十_十位_十數_十字_十 1 所_十代_十表_十的_十值_十大_十多_十少_十？</p> <p>① 990 ② 100 ③ 99 ④ 0</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.53	0.29	0.75
2	0.30	0.38	0.20
3	0.10	0.19	0.03
4	0.06	0.11	0.02
未作答	0.01		
通過率	0.53	鑑別度	0.46
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定一個各位數字相同的四位數，要求學生說出千位數字所代表的值比十位數字所代表的值大多少，評量學生認識千位位名及位值單位換算的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.本題鑑別度為 0.46，正確答案為選項 1，通過率為 53%，顯示超過五成的學生已認識千位位名並具備位值單位換算的能力。 2.有 30%的學生選擇選項 2(低分組有 38%)，這些學生可能誤解題意，回答千位數字所代表的值是十位數字所代表的值的 100 倍。 3.有 10%的學生選擇選項 3(低分組有 19%)，這些學生可能知道千位數字所代表的值是十位數字所代表的值的 100 倍，誤以為千位數字所代表的值比十位數字所代表的值大 99 倍。 4.有 6%的學生選擇選項 4(低分組有 11%)，這些學生能誤解題意，誤認為千位數字 1 代表 1 個千，十位數字 1 代表 1 個十，它們的個數都是 1 個，$1-1=0$，得到千位數字 1 所代表的值比十位數字 1 所代 		

	表的值大0的答案。			
教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細 目	2-n-01 能認識1000以內的數及「百位」的位名，並進行位值單位換算。	3-n-01 能認識10000以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。	4-n-01 能透過位值概念，延伸整數的認識到大數(含「億」、「兆」之位名)，並做位值單位的換算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1.千位數字1有兩種意義： (1)描述千單位的個數，也就是1個1000 (2)換成以一為單位的值是1000，也就是代表的值是1000。 學生可能混淆這兩種意義。</p> <p>2.學生知道千位數字的1是十位數字1的100倍，但是不知道其意義。 不知道必須將千位的1換成1000，十位的1換成10，1000和10的單位相同，才能求倍數關係或差異量。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1.進行1000以內位值單位的換算，指的是： 能將「幾千幾百幾十幾」聚成「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」，例如將「2357」聚成「2個千、3個百、5個十、7個一」，以及將「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」化成「幾千幾百幾十幾」，例如將「2個千、3個百、5個十、7個一」化成「2357」的雙向化聚。</p> <p>2.建議教師透過下列步驟幫助學生解題</p> <p>步驟一：說明四位數1111中，千位數字1的意義 (1)溝通個數，千位數字1指的是有1個千 (2)溝通是多少個一，1個千和1000一樣大。</p> <p>步驟二：不同單位不可以相加減，必須將千位數字和十位數字轉換成相同的單位 千位數字1所表示的值(以一為單位)是1000 十位數字1所表示的值(以一為單位)是10</p> <p>步驟三：算出千位數字1所代表的值比十位數字1所代表的值大多少 $1000 - 10 = 990$</p>			

題號	20		
內容領域	量與實測	認知歷程向度	解題思考
分年細目	3-n-14 能認識長度單位「毫米」及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並做相關的實測、估測與計算。		
試題內容	<p>20. 有甲、乙、丙、丁四條繩子， 甲繩長 210 公分，乙繩長 1900 毫米， 丙繩長 2 公尺 3 毫米，丁繩長 205 公分 3 毫米。 請問哪條繩子最長，哪條繩子最短？ (1 公尺 = 100 公分，1 公尺 = 1000 毫米， 1 公分 = 10 毫米)</p> <p>① 甲繩最長，乙繩最短 ② 乙繩最長，丙繩最短 ③ 丙繩最長，乙繩最短 ④ 丁繩最長，丙繩最短</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.43	0.19	0.72
2	0.15	0.24	0.06
3	0.26	0.33	0.14
4	0.15	0.23	0.07
未作答	0.01		
通過率	0.43	鑑別度	0.54
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定四條繩子的長度及「公尺」、「公分」、「毫米」單位間的換算關係，要求學生選出最長及最短的繩子，評量學生比較不同單位長度長短關係的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項 1，通過率為 43%，顯示超過四成的學生已具備比較「公尺」、「公分」、「毫米」等不同單位長度長短的能力。 2. 有 15% 的學生選擇選項 2 (低分組有 24%)，這些學生不能具備比較「公尺」、「公分」、「毫米」等不同單位長度長短的能力，直接比較數字的大小，1900 最大、2 最小，得到乙繩最長，丙繩最短的答案。 3. 有 26% 的學生選擇選項 3 (低分組有 33%)，這些學生可能不能具備比較「公尺」、「公分」、「毫米」等不同單位長度長短的能力，直接比較單位的大小，「公尺」、「公</p>		

	<p>分」、「毫米」三個單位中，「公尺」最長、「毫米」最短，只有丙繩的單位中有公尺，所以丙繩最長，只有乙繩的單位是毫米，所以乙繩最短。</p> <p>4.有 15%的學生選擇選項 4(低分組有 23%)，這些學生可能不具備比較「公尺」、「公分」、「毫米」等不同單位長度長短的能力，也不理解複名數的意義，直接比較數字的大小，2053 最大、23 最小，得到丁繩最長，丙繩最短的答案。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	<p>2-n-15 能認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並能作相關的實測、估測與同單位的計算。</p>	<p>3-n-14 能認識長度單位「毫米」及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並做相關的實測、估測與計算。</p>	<p>3-s-02 能認識周長，並實測周長。 4-n-14 能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。</p>
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生能不具備比較「公尺」、「公分」、「毫米」等不同單位長度長短的能力，直接比較數字的大小，不管後面的單位。 2.學生不具備比較「公尺」、「公分」、「毫米」等不同單位長度長短的能力，直接比較單位的大小，不管單位後面的數字。 3.解題時，都換成公分單位比都換成毫米單位(類比整數由高位開始比較大小的解題方法最有效率)。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.以「3 公尺=()公分」為例，說明如何幫助學生將大單位化成小單位。 3 公尺是 3 個 1 公尺，也就是 3 個 100 公分，可以利用 $100+100+100=300$ 或 $100\times 3=300$ 算出 3 公尺=300 公分，建議教師要求利用加法解題的學生，將加法算式改記成乘法算式，為五年級學習分、小數倍化聚鋪路。 2.以「300 公分=()公尺」為例，說明如何幫助學生將小單位聚成大單位。 類比「3 公尺=()公分」的解題方法，300 公分是 300 			

個 1 公分，也就是

300 個 0.01 公尺，可以利用 $0.01 \times 300 = 3$ ，算出 300 公分 = 3 公尺。

但是三年級尚未引入二位小數，因此只能改用拿 100 公分換 1 公尺的方法來解題，利用 $300 - 100 = 200$ ， $200 - 100 = 100$ ， $100 - 100 = 0$ ，算出 300 公分 = 3 公尺，建議教師要求學生將減法算式改記成除法算式 $300 \div 100 = 3$ ，為五年級學習分、小數倍化聚鋪路。

3. 本題有兩種解題的方法：

方法一：都轉換成毫米單位

甲繩：210 公分 = 2100 毫米

乙繩：1900 毫米

丙繩：2 公尺 3 毫米 = 2 公尺 + 3 毫米 = 200 公分 + 3 毫米

= 2000 毫米 + 3 毫米 = 2003 毫米

丁繩：205 公分 3 毫米 = 205 公分 + 3 毫米 = 2050 毫米 + 3 毫米

= 2053 毫米

得到甲繩最長，乙繩最短的答案。

方法二：都轉換成公分單位

甲繩：210 公分

乙繩：1900 毫米 = 190 公分

丙繩：2 公尺 3 毫米 = 2 公尺 + 3 毫米 = 200 公分 3 毫米

丁繩：205 公分 3 毫米

因為 1 公分 = 10 毫米，因此只要比較公分單位就可以得到答案。

得到甲繩最長，乙繩最短的答案。

教師應幫助利用方法一解題的學生改用方法二來解題。

題號	21		
內容領域	量與實測	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-n-16 能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並做相關的實測、估測與計算。		
試題內容	<p>21. 農夫採收了 1 公斤 75 公克重的小蕃茄，拿了一個 25 公克的空箱子來裝小蕃茄，請問箱子和小蕃茄合起來有多重？</p> <p>① 110 公克 ② 1 公斤 100 公克 ③ 2 公斤 ④ 11 公斤</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.07	0.15	0.01
2*	0.41	0.34	0.51
3	0.48	0.41	0.47
4	0.03	0.07	0.01
未作答	0.01		
通過率	0.41	鑑別度	0.17
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定幾公斤幾公克和幾公克，要求學生算出其和是多少公斤多少公克， 評量學生「公斤」、「公克」複名數加法計算的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.17，正確答案為選項 2，通過率為 41%，顯示超過四成的學生已具備「公斤」、「公克」複名數加減計算的能力。</p> <p>2. 有 7% 的學生選擇選項 1(低分組有 15%)，這些學生可能誤解 1 公斤=100 公克，1 公斤 75 公克=175 公克，並在計算 175+25 時進位發生錯誤。</p> <p>3. 有 48% 的學生選擇選項 3(低分組有 41%)，這些學生可能誤解 1 公斤=100 公克，先透過公斤、公克的位值板(定位板)，將 1 公斤 75 公克改記成 1.75 公斤，將 25 公克改記成 0.25 公斤，$1.75+0.25=2$，得到 2 公斤的答案。</p> <p>4. 有 3% 的學生選擇選項 4(低分組有 7%)，這些學生可能誤解 1 公斤=10 公克，先算出 $75+25=100$(公克)，100 公克=10 公斤，$10+1=11$，得到 11 公斤的答案。</p>		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細 目	2-n-17 能認識重量。	3-n-16 能認識重量單位 「公斤」、「公 克」及其關係， 並做相關的實 測、估測與計 算。	4-n-14 能以複名數解決 量(長度、容量、 重量)的計算問 題。 5-n-16 能認識重量單位 「公噸」、「公 噸」及「公斤」 間的關係，並做 相關計算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1. 學生沒有熟記 1 公斤 = 1000 公克的單位換算關係。 2. $75 + 25 = 100$，讓學生誤認為 1 公斤 = 100 公克。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 公制單位</p> <p>「公制單位」是十進位制的單位，全世界通用，而且方便記憶。國小課本中出現的單位是社會上較常使用的「公制單位」，稱之為「常用單位」。</p> <p>在測量長度、重量、容量、...時，公制單位都先選擇一個基準單位，並使用一組形容詞來描述各單位與基準單位間的十進關係。</p> <p>以「長度」單位為例，公制單位選擇「米」當做長度的基本單位，然後在米前面加上「十、百、千、...、百萬、...、十億、...」等形容詞表示這些單位與米的「十倍、百倍、千倍、...百萬倍、...、十億倍、...」的關係，例如千米表示和 1000 個 1 米接來一樣長。在米前面加上「分、厘、毫、...、微、...奈、...」等形容詞表示這些單位與米的「十分之一倍、百分之一倍、千分之一倍、百萬分之一倍、...、十億分之一倍、...」的關係，例如：厘米表示百分之一米，毫米表示千分之一米，微米表示百萬分之一米，奈米表示十億分之一米。</p> <p>相同的，公制單位選擇了「公升」當做「容量」的基準單位，分公升表示十分之一公升，毫公升表示千分之一公升，微公升表示百萬分之一公升，有時也將分公升、毫公升等簡稱為分升、毫升。</p> <p>因此，當我們知道不同單位的基準單位之後，只要記憶</p>			

一組形容詞，就能夠掌握單位間的倍數關係，對解決單位間的化聚有很大的幫助。

下面提供長度及容量不同單位對應的表格，第三行的描述方式和第二行英文公制單位的描述方式一致。

長度單位：

公里	公引	公丈	公尺	公寸	公分	公釐
Km	hm	dam	m	dm	cm	mm
千米	百米	十米	米	分米	厘米	毫米

容量單位：

公秉	公石	公斗	公升	公合	公勺	公撮
Kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
千公升	百公升	十公升	公升	分公升	厘公升	毫公升

2. 常用單位

以長度的單位為例，我國每十倍就有一個單位的名稱，例如公里、公引、公丈、公尺、公寸、公分、公厘都是長度的單位；公制單位每十倍也有一個單位的名稱，例如 km(千米)、hm(百米)、dam(十米)、m(米)、dm(分米)、cm(厘米)、mm(毫米)等都是長度的單位，但是日常生活中，並不需要用到這麼多的單位。

以公制長度的基本單位「米」為例，西方人認為 1000 以內的數量都是可以掌握的，因此 13 個「1 米」稱為 13 米即可，並不需要引入新的單位「十米」，將 13 米稱為 1「十米」3「米」；278 個「1 米」稱為 278 米即可，並不需要引入新的單位「百米」和「十米」，將 278 米稱為 2「百米」7「十米」8「米」。當「1 米」的個數超過 1000 個時，才需要引入新的單位「千米」，並將 2465 個「1 米」稱為 2「千米」465「米」。

公制單位是西方人發明的，延伸西方人三位一撇的概念，在長度單位中，經常使用的單位是「千米」、「米」、「毫米」、「微米」、「奈米」，其中「千米」是「米」的 1000 倍，「米」是「毫米」的 1000 倍、「毫米」是「微米」的 1000 倍、「微米」是「奈米」的 1000 倍，也就是說，經常使用的單位間都滿足 1000 倍的關係。

轉換成我們熟悉的單位，日常生活中經常使用的長度單位是「公里」、「公尺」、「公分」、「公厘」，重量單位是「公噸」、「公斤」、「公克」，容量單位是「公秉」、「公升」、「公撮」，如果將公分拿走，相鄰兩個單位間都是 1000 倍的關係。

引入換單位概念時，應該先引入兩單位間的 10 倍關係，再引入兩單位間的 100 倍關係，最後才引入兩單位間的 1000 倍關係，因此國小數學教材，除了出現上面這些常用的單位外，還要引入 1 公尺=100 公分、1 公分=10 毫米。換句話說，只要能掌握三位一撇的概念，再記憶公分和公尺、公分和毫米的倍數關係，就可以掌握國小階段所有不同單位間的倍數關係。

3.下面以「 $35+58$ 」和「3 公尺 5 公分+5 公尺 98 公分」為例，說明這兩個運算的方式相同，滿足同構的關係，二位數的加法是逢十進一（10 個①聚成 1 個⑩），長度的加法是逢百進一（100 個 1 公分聚成 1 個 1 公尺）。

	十	個	
	⑩	①	
	3	5	
+	5	8	
		13	⇒5 個①加 8 個①是 13 個①
	8		⇒3 個⑩加 5 個⑩是 8 個⑩
	1	3	⇒13 個①是 1 個⑩是 3 個①
	8		
	9	3	⇒合起來是 9 個⑩和 3

題號	22		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。		
試題內容	<p>22. 老師買了 12 條緞帶，拿出 1 條緞帶平分成 6 份，其中的 5 份是多多少條緞帶？</p> <p>① $\frac{5}{12}$ 條</p> <p>② $\frac{5}{6}$ 條</p> <p>③ $\frac{6}{5}$ 條</p> <p>④ $\frac{12}{5}$ 條</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.39	0.53	0.18
2*	0.48	0.22	0.77
3	0.07	0.12	0.03
4	0.05	0.10	0.01
未作答	0.01		
通過率	0.48	鑑別度	0.55
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定「老師買了 12 條緞帶」的情境，要求學生說出將拿出的 1 條緞帶平分成 6 份，其中的 5 份是多少條緞帶，評量學生分數命名的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項 2，通過率為 48%，顯示近五成的學生已具備連續量情境真分數命名的能力。</p> <p>2. 有 39% 的學生選擇選項 1 (低分組有 53%)，這些學生可能不具備連續量情境真分數命名的能力，選擇題目最前面和最後面的兩個數字為分子和分母，這些學生可能認為分數的分子一定比分母小，得到 $\frac{5}{12}$ 條的答案。</p> <p>3. 有 7% 的學生選擇選項 3 (低分組有 12%)，這些學生可能具備連續量情境真分數命名的能力，但是將分子分母的位置寫顛倒了。</p> <p>4. 有 5% 的學生選擇選項 4 (低分組有 10%)，這些學生可能不具備連續量情境真分數命名的能力。</p>		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細 目	2-n-07 能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。	3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分。母分數的比較與加減問題。	4-n-08 能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 只要題目中有兩個或兩個以上的單位，教師教學或評量時應強調處理或運算的是甚麼單位，養成學生注意單位的習慣。 學生受到多餘資訊的影響，多餘資訊出現在題目最前面，學生誤將多餘資訊當作被平分的對象。 有 39% 選擇選項①(高分組 18%、低分組 53%)，5% 選擇選項④(高分組 1%、低分組 10%)，這些學生都受到多餘條件「12 條」的干擾。 選擇選項①的學生遠多於選擇選項④的學生，可能的原因是三年級學生認為分數的分母一定比分子大。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>以「將 1 塊蛋糕平分切成 4 份，其中的 1 份是多少塊蛋糕？」為例，有兩種命名 1 份蛋糕的方法：</p> <p>第一種：透過 1 份蛋糕和 4 份蛋糕的關係來命名，將 4 份蛋糕看成全體，</p> <p style="padding-left: 40px;">1 份蛋糕是 4 份裡面的 1 份，稱 1 份為 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕。</p> <p>第二種：透過 1 份蛋糕和 1 塊蛋糕的關係來命名，1 份蛋糕是從 1 塊蛋糕分出來的，而且是平分成 4 份中的 1 份，稱 1 份為 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕。</p> <p>第一種命名的方法是比率的關係，將 4 份看成基準量 1，其中的 1 份是 $\frac{1}{4}$，不是 $\frac{1}{4}$ 塊。五年級才引入比率問題，教師應透過第二種方法來命名。</p>			

題號	23		
內容領域	量與實測	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-s-06 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。		
試題內容	<p>23. 有一塊長方形地板， 用藍色正方形磁磚鋪要 540 塊可以鋪滿， 用綠色正方形磁磚鋪要 360 塊可以鋪滿， 用黃色正方形磁磚鋪要 135 塊可以鋪滿， 用紅色正方形磁磚鋪要 60 塊可以鋪滿， 請問哪種顏色的磁磚面積最大？</p> <p>① 藍色 ② 綠色 ③ 黃色 ④ 紅色</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.38	0.54	0.18
2	0.04	0.11	0.00
3	0.04	0.10	0.00
4*	0.52	0.23	0.81
未作答	0.02		
通過率	0.52	鑑別度	0.58
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定用四種不同個別單位測量同一長方形地板的結果，要求學生選出面積最大的個別單位，評量學生是否理解用不同個別單位測量同一面積時，其數值不同。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.58，正確答案為選項 4，通過率為 52%，顯示超過五成的學生已理解用不同個別單位測量同一面積時，其數值不同。</p> <p>2. 有 38% 的學生選擇選項 1 (低分組有 54%)，這些學生可能尚未理解用不同個別單位測量同一面積時，其數值不同，誤認為個數比較多時，個別單位的面積比較大；也可能不理解題意，誤認為數字大的選項面積比較大。</p> <p>3. 有 4% 的學生選擇選項 2 (低分組有 11%)，4% 的學生選擇選項 3 (低分組有 10%)，這些學生可能尚未理解用不同個別單位測量同一面積時，其數值不同；也可能不理解題意。</p>		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細 目	2-n-14 能理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因。	3-s-06 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。	5-n-18 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-s-05)
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生不理解為何用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，也無法說明原因。 2. 學生無法將長度情境「能理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因」的解題能力，類推到面積的情境。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 二年級分年細目 2-n-14 已引入「能理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因」，本題只是將長度的情境轉換至面積的情境。 如果學生無法解題，教師應先復習二年級的教材，例如先利用差異量較大的個別單位，幫助學生看到用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同的現象，例如 1 條繩子和 3 條橘色積木接起來一樣長，也和 30 個白色積木接起來一樣長，因為橘色積木比白色積木長很多，所以橘色積木的個數比白色積木少；再利用差異量較小的個別單位，例如利用橡皮擦和迴紋針來測量，檢查學生是否掌握其意義。 2. 當學生有足夠的解題經驗後，教師也可以布置重量或面積等情境的問題，例如甲地和 16 塊一樣大的紅色地磚鋪起來一樣大，也和 25 塊一樣大的藍色地磚鋪起來一樣大，問紅色地磚和藍色地磚誰比誰大，檢查學生是否能類推出用不同個別單位測量同一塊土地的面積時，其數值不同，並能說明原因。 			

題號	24		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-s-03 能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。		
試題內容	<p>24. 甲用圓規畫了一個圓，筆尖和針尖距離 10 公分。</p> <p>乙用圓規畫了一個圓，圓心和圓周上一點的距離是 10 公分。</p> <p>丙將一張圓形色紙對摺成一半，摺痕的長度是 20 公分。</p> <p>請問哪個圓的直徑最長？</p> <p>① 甲畫的圓</p> <p>② 乙畫的圓</p> <p>③ 丙對摺的圓</p> <p>④ 三個圓的直徑一樣長</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.05	0.10	0.01
2	0.08	0.17	0.02
3	0.37	0.44	0.22
4*	0.48	0.24	0.74
未作答	0.02		
通過率	0.48	鑑別度	0.50
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定畫圓時筆尖和針尖的距離甲及畫完圓後圓心和圓周上一點的距離乙，以及將圓形對摺後摺痕的長度丙，要求學生選出直徑最長的圓，評量學生辨識圓半徑及直徑的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.50，正確答案為選項 4，通過率為 48%，顯示近五成的學生已具備辨識圓半徑及直徑的能力。</p> <p>2. 有 5% 的學生選擇選項 1(低分組有 10%)，8% 的學生選擇選項 2(低分組有 17%)，這些學生可能不具備辨識圓半徑及直徑的能力；也可能不理解題意，不知道筆尖和針尖的距離，以及圓心和圓周上一點的距離是半徑，也不知道圓形色紙對摺成一半摺痕的長度是直徑。</p> <p>3. 有 37% 的學生選擇選項 3(低分組有 44%)，這些學生可能不具備辨識圓半徑及直徑的能力，選擇題目中最大的數 20 為答案。</p>		

教材地位 分析	分年細 目	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
		1-s-03 能描繪或仿製簡單平面圖形。	3-s-03 能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。	5-s-03 能認識圓心角，並認識扇形。 6-n-14 能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。(同6-s-03)
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生不理解距離的意義，不知道筆尖和針尖的距離，以及圓心和圓周上一點的距離是半徑。 2. 學生不知道圓形色紙對摺成一半摺痕的長度是直徑。 3. 課本常透過畫圓引入圓的半徑，透過摺紙引入圓的半徑，教師應幫助學生聯絡半徑和直徑的關係。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 圓規只能畫出與圓心 O 的距離是半徑長的點 P，無法畫出長度是半徑的線段 OP，因此國小學生利用圓規畫線段時，常無法掌握筆尖及針尖的距離與半徑長度的意義。下面提出兩種幫助學生澄清筆尖及針尖的距離與半徑長度意義的方法： <ol style="list-style-type: none"> (1) 在圓規筆尖及針尖之間綁上繩子或橡皮筋，幫助學生在畫圓時，同時看到筆尖及針尖的距離，以及連接筆尖及針尖兩點長度的線段。 (2) 先畫出一條直線段，與學生溝通如何在直線段上畫出長 a 公分的線段，學生先張開圓規的筆尖及針尖，在直尺上量出筆尖及針尖距離是 a 公分，再以直線段的端點 A 為圓心，畫弧和直線段交於 B 點，最後再要求學生測量 AB 的長度，幫助學生察覺筆尖及針尖的距離為 a 公分時，連接筆尖及針尖的線段長也是 a 公分。 2. 有兩種溝通半徑與直徑關係的方法： <p>方法一：分別量出半徑與直徑的長度，例如半徑長 5 公分，直徑長 10 公分，再利用除法算式 $10 \div 5 = 2$，說明直徑長是半徑長的 2 倍。</p> 			

	<p>方法二：在圓上畫出直徑，幫助學生發現直徑是由兩條半徑組成的，</p> <p>所以 2 條半徑接起來的長度和直徑一樣長。</p> <p>10 是 5 的 2 倍是基準量和比較量關係的描述，指的是以 5 為基準量 1 時，比較量 10 會是 2，三年級學生較無法掌握 10 是 5 的 2 倍的意義。</p> <p>建議教師利用方法二說明半徑與直徑的關係。</p>
--	---

題號	25		
內容領域	幾何	認知歷程向度	解題思考
分年細目	3-s-04 能認識角，並比較角的大小。(同 3-n-17)		
試題內容	<p>25. 「三點鐘」的時候，鐘面上分針和時針的夾角是直角。下面圖是關於鐘面上分針和時針夾角大小小的說法。</p> <p>甲說：「四點鐘」的時候，鐘面上分針和時針的夾角比「五點鐘」大。</p> <p>乙說：「三點半鐘」的時候，鐘面上分針和時針的夾角比「四點半鐘」大。</p> <p>哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲正確 ② 只有乙正確 ③ 兩人都正確 ④ 兩人都都不正確</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.09	0.16	0.04
2*	0.26	0.20	0.37
3	0.18	0.25	0.11
4	0.43	0.34	0.47
未作答	0.03		
通過率	0.26	鑑別度	0.17
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題提示「三點鐘」的時候，鐘面上分針和時針的夾角是直角，要求學生判斷「四點和五點」，以及「三點半和四點半」分針和時針夾角的大小，評量學生比較兩角大小的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.17，正確答案為選項 2，通過率為 26%，顯示近三成的學生已具備比較兩角大小的能力。</p> <p>2. 有 9% 的學生選擇選項 1 (低分組有 16%)，這些學生可能沒有畫出「四點和五點」，以及「三點半和四點半」鐘面的圖像。</p> <p>3. 有 18% 的學生選擇選項 3 (低分組有 25%)，這些學生可能沒有畫出「四點和五點」，以及「三點半和四點半」鐘面的圖像，誤以為 4 比 5 小，所以四點分針和時針所夾的角比五點大，3 比 4 小，所以三點半分針和時針所夾的角比四點半大。</p>		

	<p>4.有 43%的學生選擇選項 4(低分組有 34%)，這些學生可能沒有畫出「四點和五點」，以及「三點半和四點半」鐘面的圖像，誤以為 4 比 5 小，所以四點分針和時針所夾的角比五點小，3 比 4 小，所以三點半分針和時針所夾的角比四點半小。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	<p>2-s-01 能認識周遭物體上的角、直線與平面(含簡單立體形體)。</p>	<p>3-s-04 能認識角，並比較角的大小。(同 3-n-17)</p>	<p>4-s-04 能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角度。(同 4-n-16)</p> <p>4-s-05 能理解旋轉角(包括平角和周角)的意義。</p>
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生沒有畫出「四點」和「五點」，以及「三點半」和「四點半」鐘面的圖像。 2.學生受關鍵字的影響，誤以為 4 比 5 小，所以四點分針和時針所夾的角比五點小，3 比 4 小，所以三點半分針和時針所夾的角比四點半小。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.本題先說明「三點」的時候，鐘面上分針和時針的夾角是直角，主要的理由是溝通鐘面上分針和時針可以夾出一個角。 2.三年級角的教學重點是張開角，四年級角的教學重點是旋轉角。 <p>雖然討論時針旋轉以及討論分針旋轉都是旋轉角的概念，但是給定時刻後，鐘面時針和分針所形成的角，和共端點兩線段張開後所形成的角相同，換句話說，學生比較兩個不同時刻時針和分針所夾角的大小，和比較畫出兩個角的大小，解題時並沒有差異。</p> <p>因此，學生只要能畫出「四點」和「五點」鐘面的圖像，就能判斷「五點」分針和時針的夾角比「四點」大。</p>			

	<p>學生只要能畫出「三點半」和「四點半」鐘面的圖像，就能判斷「三點半」分針和時針的夾角比「四點半」大。</p> <p>3.表徵轉換視數學上重要的概念，建議教師幫助學生養成將文字描述轉換成圖像的能力，以本題為例，學生只要畫出「四點」和「五點」，以及「三點半」和「四點半」鐘面的圖像，就能夠解題成功。</p> <p>4.教師應鼓勵學生形成心像，不必畫出鐘面的圖像就能比較分針和時針夾角的大小。</p>
--	---

四年級試題選項分析與教學建議

題號	1			
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行	
分年細目	4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算。			
試題內容	<p>1. 曉華的爸爸買了一臺冷氣機，用分期付款的方式付費，每期要付 802 元，總共要付 12 期，請問 12 期一共付了多少元？</p> <p>① 9624 元 ② 8184 元 ③ 2424 元 ④ 984 元</p>			
選答率	答題反應比率（*表正確答案）			
選項	整體	低分組	高分組	
1*	0.92	0.79	0.99	
2	0.04	0.11	0.01	
3	0.03	0.07	0.00	
4	0.01	0.03	0.00	
未作答	0.00			
通過率	0.92	鑑別度	0.20	
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題是三位數乘以二位數的文字題，要求學生算出答案，評量學生利用乘法直式計算解題能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.20，正確答案為選項 1，通過率為 92%，顯示超過九成的學生已具備乘法直式計算的能力。 2. 有 4% 的學生選擇選項 2(低分組有 11%)，3% 的學生選擇選項 3(低分組有 7%)，1% 的學生選擇選項 4(低分組有 3%)，這些學生可能尚未具備乘法直式計算的能力。也可能已具備乘法直式計算的能力，但是在進位時計算發生錯誤。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	3-n-04 能熟練三位數乘以一位數的直式計算。	4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算。	5-n-01 能熟練整數乘、除的直式計算。

補救教學
建議

(一) 錯誤類型的可能原因

- 1.學生進行直式乘法計算時，位值概念理解不清楚，可能未將乘完後的結果(數字)擺放在正確位置。
- 2.大數字乘法和除法的教學流程：九九乘法 ⇨ 多位乘以一位的乘法 ⇨ 大數字乘法和除法

(二) 核心概念與本題的教學重點

- 1.二位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為二位數乘法直式計算的基礎，也是除數為二位數除法直式計算的基礎。

以 34×678 為例，直式進行 3 次 34 乘以一位數 6、7、8 的計算。

以 $4613 \div 72$ 為例，學生估商時進行 2 次 72 乘以一位數的計算。

三位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為三位數乘法直式計算的基礎，也是除數為三位數除法直式計算的基礎。

以 345×678 為例，直式進行了 3 次 345 乘以一位數 6、7、8 的計算。

以 $4613 \div 172$ 為例，學生估商時進行了 2 次 172 乘以一位數的計算。

- 2.有兩種分解 147 的方法，第一種是將 147 分解成 100、40 和 7；第二種是將 147 分解成 1 個百 4 個十和 7 個一。乘法直式計算採用第二種分解方式，使得每一個單位的個數都不超過 10，藉以簡化計算。

下面的圖一是第一種分解方法的乘法直式計算，圖二是第二種分解方法的乘法直式計算。

不易將第一種分解方法的乘法直式計算結果記成一行，學生必須先將 7×6 、 40×6 、 200×6 的計算結果記在心裡，再心算出這三個數的和，才能將圖一的計算結果改記成一行，國小三年級的學生不易做到。

	千	百	十	個
	1000	100	⑩	①
		2	4	7
×				6
			4	2
		2	4	0
+ 1	2	0	0	
	1	4	8	2

圖 一

	千	百	十	個
	1000	100	⑩	①
		2	4	7
×				6
			4	2
		2	4	
+ 1	2			
	1	4	8	2

圖 二

下面說明如何幫助學生將乘法直式計算的積摘要的記成一行。

	千	百	十	個
	1000	100	⑩	①
		1	4	7
×				6
			4	2
		2	4	
+		6		
		8	8	2

	千	百	十	個
	1000	100	⑩	①
		1	4	7
×				6
			8	8
				2

因為「4」和「24」都是「十」單位，只要心算出「4+24」，就可以省略記成一行。
 因為「2」和「6」都是「百」單位，只要出「2+6」，就可以省略記成一行。
 因此可以省略記成一行。

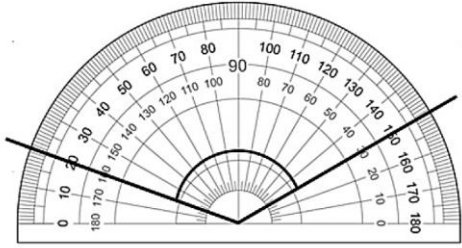
3. 以「 307×46 」為例，有三種分解被乘數或乘數的方法。
- 第一種將「 307×46 」分解成「 $307 \times (40 + 6)$ 」
 - 第二種是將「 307×46 」分解成「 $(300 + 7) \times 46$ 」
 - 第三種是將「 307×46 」分解成「 $(300 + 7) \times (40 + 6)$ 」
- 建議教師透過第一種方法幫助學生學習乘法直式計算，將「 307×46 」分解成「 307×6 」和「 $307 \times 40 = (37 \times 4) \times 10$ 」後，再進行兩次兩位數乘以一位數的直式計算。

$$\begin{array}{r}
 307 \\
 \times 46 \\
 \hline
 1842 \\
 12280
 \end{array}
 \Rightarrow 307 \times 6 = 1842$$

$$12280 \Rightarrow 307 \times 40 = 12280,$$

省略個位數的 0，直接計算 $307 \times 4 = 1228$ 後，將 8 記在十位。

4. 學習乘法直式計算時，不鼓勵利用乘法交換律來解題，因為二位數乘以三位數和三位數乘以二位數直式計算的解題意義不同，但是平常解文字題或計算題時，應鼓勵學生使用自己比較能掌握或計算比較簡單的方法來解題，例如利用乘法交換律來簡化計算。

題號	2		
內容領域	量與實測	認知歷程向度	程序執行
分年細目	4-n-16 能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角。(同 4-s-04)		
試題內容	<p>2. 小明用量角器測量圖中的角，請問這個角的角度是多少度？</p>  <p>① 20 度 ② 30 度 ③ 130 度 ④ 150 度</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.04	0.09	0.00
2	0.03	0.07	0.00
3*	0.83	0.60	0.98
4	0.10	0.23	0.01
未作答	0.00		
通過率	0.83	鑑別度	0.38
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定兩邊不在量角器刻度 0 上的角，要求學生報讀該角的角度，評量學生利用量角器測量角度的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題鑑別度為 0.38，正確答案為選項 3，通過率為 83%，顯示超過八成的學生已具備利用量角器測量角度的能力。 2. 有 4% 的學生選擇選項 1(低分組有 9%)，這些學生可能不具備利用量角器測量角度的能力，直接以其中一邊外圈對應的刻度 20 度為答案。 3. 有 3% 的學生選擇選項 2(低分組有 7%)，這些學生可能不具備利用量角器測量角度的能力，直接以其中一邊內圈對應的刻度 30 度為答案。 		

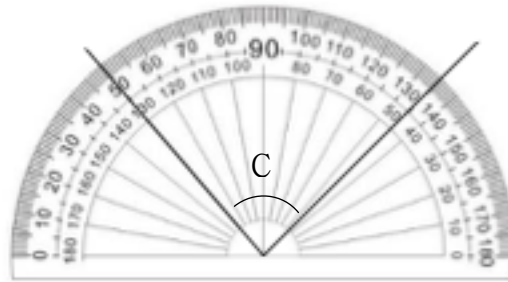
	4.有 10%的學生選擇選項 4(低分組有 23%)，這些學生可能不具備利用量角器測量角度的能力，直接以其中一邊外圈對應的刻度 150 度為答案。			
教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	3-n-17 能認識角，並比較角的大小(同 3-s-04)。	4-s-04 能認識「度」的角度單位，使用量角器實測角度或畫出指定的角。(同 4-n-16)	4-s-05 能理解旋轉角(包括平角和周角)的意義。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1.10%選擇選項④(高分組 1%、低分組 23%)，他們只報讀外圈右邊的刻度。</p> <p>4%選擇選項①(高分組 0%、低分組 9%)，他們只報讀外圈左邊的刻度。</p> <p>3%選擇選項②(高分組 0%、低分組 7%)，他們只報讀內圈右邊的刻度。</p> <p>2.學生不理解角度測量的是共端點兩線張開的程度，或固定端點一線旋轉的程度，直接以一邊對應量角器的刻度為答案。</p> <p>3.兩點才能決定一線，學生沒有養成報讀兩邊刻度的習慣，例如用直尺測量繩長時，繩子一端對齊刻度 0，另一端對齊刻度 a，稱繩子的長度是 a 公分。</p> <p>相同的方式，用量角器測量角的角度時，角的一邊對齊刻度 0，另一邊對齊刻度 a 時，稱該角的角度為 a 度。</p> <p>4.測量兩邊不在量角器刻度 0 上的角，和利用斷尺測量繩子的長度滿足同構的關係，教師可以類比斷尺測量繩子長度的兩種方法幫助學生解題。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1.為了方便量角度，量角器都有兩組刻度，其中一組是順時針方向，另一組是逆時針方向，因此，部份學生使用量角器測量角度時，常將 70 度報讀為 110 度。當學生尚未掌握直角、銳角及鈍角的意義前，報讀角度時，應要求同時報讀始邊和終邊兩個刻度，養成先將始邊對齊刻度 0，也就是先找 0 度，再看終邊刻度的習慣，並將刻度 0 到刻度 70 間的角度稱為 70 度。當學生掌握鈍角及銳角的意義，知道被測量角度和直角 90 度大小關係後，面對</p>			

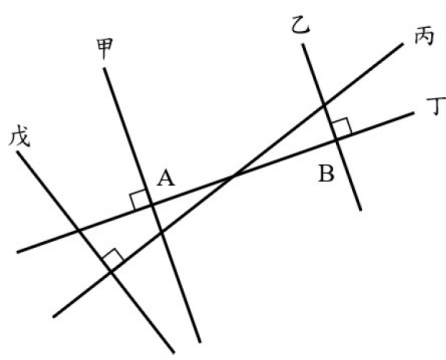
銳角 70 度時，不會將它報讀為 110 度。

2. 以「下圖中角 C 的角度是多少度？」為例，提出兩種幫助學生解題的方法。

(1) 透過點數刻度解題：先找出角兩邊在量角器上外圈(或內圈)所對應的刻度，例如 50 度和 135 度，再由 50 度開始，往角的另一邊開始 10 度及 1 度一數，10、20、30、40、50、60、70、80，81、82、83、84、85，得到該角角度為 85 度的答案。

(2) 透過旋轉角及減法解題：先找出角兩邊在量角器上外圈(或內圈)所對應的刻度，例如 50 度和 135 度，先說明可以利用減法算式 $50-0=50$ 算出由刻度 0 度旋轉到刻度 50 度所夾的角是 50 度， $135-0=135$ 算出由刻度 0 度旋轉到刻度 135 度所夾的角是 135 度，再說明可以利用減法算式 $135-50=85$ 算出刻度 50 度旋轉到刻度 135 度所夾的角是 85 度。



題號	3		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-s-06 能理解平面上直角、垂直與平行的意義。		
試題內容	<p>3. 下圖中甲、乙、丙、丁、戊為五條線，A 點為甲線跟丁線的交點，B 點為乙線跟丁線的交點。請問下列敘述何者<u>錯誤</u>？</p>  <p>① 甲、乙兩線平行 ② 甲、戊兩線平行 ③ 乙、丁兩線垂直 ④ 丙、戊兩線垂直</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.08	0.17	0.01
2*	0.84	0.61	0.98
3	0.05	0.13	0.01
4	0.03	0.09	0.00
未作答	0.00		
通過率	0.84	鑑別度	0.37
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定五條直線，要求學生選出正確描述平行或垂直關係的敘述，評量學生判斷兩線平行或垂直的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.37，正確答案為選項 2，通過率為 84%，顯示超過八成的學生已具備判斷兩線平行或垂直的能力。 2. 有 8% 的學生選擇選項 1(低分組有 17%)，5% 的學生選擇選項 3(低分組有 13%)，3% 的學生選擇選項 4(低分組有 9%)，這些學生可能尚未具備判斷兩線平行或垂直的能力。</p>		

		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
教材地位 分析	分 年 細 目	2-s-02 能認識生活周 遭中平行與垂 直的現象。	4-s-06 能理解平面上直角、 垂直與平行的意義。	4-s-07 能認識平行四邊形 和梯形。 4-s-08 能利用三角板畫出 直角與兩平行線 段，並用來描繪平面 圖形。 6-s-04 能認識面與面的平 行與垂直，線與面的 垂直，並描述正方體 與長方體中面與 面、線與面的關係。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生直觀的判斷兩線是否平行或垂直，沒有利用平行或垂直的定義來檢驗兩線是否平行或垂直。 平行線的定義：同時垂直於另一條直線的兩直線互相平行。 垂直線的定義：兩直線相交且交角中有一個角為直角，稱這兩條直線互相垂直。 2. 學生可能在兩條直線的情境中能夠判斷這兩條直線是否平行或垂直，但是在五條直線的情境中，可能漏判斷某兩條直線的平行或垂直關係。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 分年細目 4-s-06 針對平行與垂直下定義，也就是給定一個判斷兩線是否互相平行或互相垂直的方法。 兩線平行：L_1 與 L_2 同時垂直於 L，稱 L_1 與 L_2 兩線互相平行。 兩線垂直：L_1 與 L_2 相交且有一個交角為直角，稱 L_1 與 L_2 兩線互相垂直。 2. 平面上存在下圖中三種垂直的情境，第一種情境只存在 1 個直角，第二種情境存在 2 個直角，第三種情境存在 4 個直角，這三種情境經常隱藏在幾何圖形中，它們都滿足兩直線互相垂直的關係。建議教師在教學時，這三種情境都要溝通，不能只討論其中一種情境。 			



3.兩直線不會相交是平行線的現象，但是不能當作判斷兩線是否平行的方法，因為無法檢驗兩線是否不會有交點。

4.日常生活中常出現「水平線」和「鉛垂線」的名詞，水平線是伴隨著水平面出現的一條虛擬直線，將一杯水平放在桌面上，水面會是水平面，當我們將注意力放在水平面上的邊時，就能觀察到水平線的現象；日常生活中到處都存在鉛垂線，垂吊的燈飾，懸掛燈籠的繩子等都是鉛垂線。

學生可能混淆「水平線」和「平行線」，以及「鉛垂線」和「垂直線」的意義，誤認為「水平線」就是「平行線」，「鉛垂線」就是「垂直線」。

水平線和鉛垂線是日常生活中自然存在的一條直線，而平行線和垂直線是描述兩條直線間的關係。

題號	4		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行
分年細目	4-n-01 能透過位值概念，延伸整數的認識到大數（含「億」、「兆」之位名），並做位值單位的換算。		
試題內容	<p>4. 將「六千五百萬」記成數字，數字 5 的後面需要再寫幾個 0 ？</p> <p>① 2 個</p> <p>② 5 個</p> <p>③ 6 個</p> <p>④ 8 個</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.08	0.16	0.01
2	0.12	0.23	0.03
3*	0.76	0.52	0.95
4	0.04	0.08	0.01
未作答	0.00		
通過率	0.76	鑑別度	0.43
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定一個大數的讀法，要求學生改記成數字，評量學生大數讀、寫的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.43，正確答案為選項 3，通過率為 76%，顯示近八成的學生已具備大數讀、寫的能力。</p> <p>2. 有 8% 的學生選擇選項 1 (低分組有 16%)，這些學生可能誤解題意或忽略題意中的「萬」，直接將「六千五百」記成數字「6500」。</p> <p>3. 有 12% 的學生選擇選項 2 (低分組有 23%)，這些學生可能尚未具備大數讀、寫的能力；也可能誤解題意，寫出 6000 有 3 個 0、500 有 2 個 0，合起來有 5 個 0。</p> <p>4. 有 4% 的學生選擇選項 4 (低分組有 8%)，這些學生可能尚未具備大數讀、寫的能力；也可能誤解題意，認為 65000000 有 8 個數字。</p>		

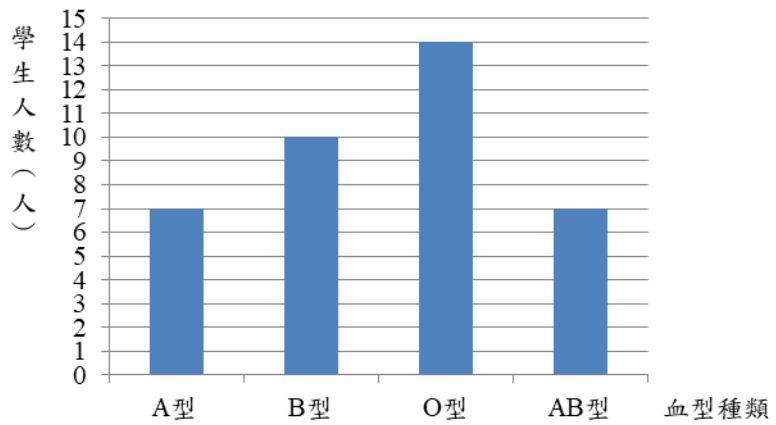
教材地位 分析	分年 細目	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
		3-n-01 能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。	4-n-01 能透過位值概念，延伸整數的認識到大數(含「億」、「兆」之位名)，並做位值單位的換算。	7-n-04 能認識負數，並能以「正、負」表徵生活中性質相反的量。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生尚未具備大數的十進位記數法與萬進位記數法的互換能力。 2.盡量不要評量數字的讀法，因為無法評量讀出的聲音，只能將讀法寫成國字。 3.學生可能混淆數字讀法和記法的意義： 7000000、700 萬、7 百萬，這三個數的讀法相同，但所代表單位的意義不同 7000000 是以一為單位的記法，700 萬是以萬為單位的記法，表示 700 個萬， 7 百萬是以百萬為單位的記法，表示 7 個百萬。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.進行「萬」及「億」單位教學時，必須進行 1 萬到 9999 萬與 1 億的命名。以「萬」為單位的教學為例，十進位記數法逢十進一，只要學會 1 萬到 9 萬，10 個「萬」就換成 1 個「十萬」，「萬」的個數最多只有 9 個;而萬進位記數法逢萬進一，學生必須學會 1 萬到 9999 萬，10000 個「萬」才會換成 1「億」。 日常生活中大數的讀法都是萬進位的讀法，以 23456789 的讀法為例，我們讀作二千三百四十五「萬」六千七百八十九，不會讀做二「千萬」三「百萬」四「十萬」五「萬」六千七百八十九。教師應透過萬進位記數法的定位板或改記成四位一撇的方法，幫助學生熟悉大數的讀法。 2.大數的命名包含十進位記數法及萬進位記數法： 十進位記數法將「634567891」這個大數字讀做:六「億」三「千萬」四「百萬」五「十萬」六「萬」七「千」八「百」九「十」一。 634567891 萬進位記數法先將「634567891」這個大數字由右至左、四位一撇改.記成 6,3456,7891 後，讀做:六 			

	<p>「億」、三千四百五十六「萬」、七千八百九十一。教師應協助學生進行十進位記數法與萬進位記數法的互換。</p> <p>3. 「5 百萬」、「500 萬」和「5000000」都一樣大，而且讀法都相同，但是這三種記法所表示單位的意義不相同。「5 百萬」是以「百萬」為單位，指的是 5 個「百萬」合起來的數；「500 萬」是以「萬」為單位，指的是 500 個「萬」合起來的數；5000000 是以「一」為單位，指的是 5000000 個「一」合起來的數。</p> <p>4. 教師應幫助學生將「個、十、百、千」的關係，類推到「萬、十萬、百萬、千萬」的關係。例如，由 1 個十是 10 個一，類推出 1 個十萬是 10 個萬；由 1 個百是 100 個一、也是 10 個十，類推出 1 個百萬是 100 個萬、也是 10 個十萬；由 1 個千是 1000 個一、也是 100 個十、也是 10 個百，類推出 1 個千萬是 1000 個萬、也是 100 個十萬，也是 10 個百萬。</p>
--	---

題號	5		
內容領域	統計與機率	認知歷程向度	程序執行
分年細目	4-d-01 能報讀生活中常用的長條圖。		
試題內容	<p>5. 下圖為民國 101 年至 108 年的出生人數與死亡人數統計圖。 請問 105 年到 108 年出生人數與死亡人數的變化為何？</p> <p style="text-align: center;">民國101年至108年出生人數與死亡人數統計圖</p> <p>① 出生人數越來越多 ② 出生人數與死亡人數差距越來越小 ③ 出生人數與死亡人數差距一直不變 ④ 出生人數一直都在 20 萬人以下</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.08	0.19	0.01
2*	0.82	0.61	0.96
3	0.04	0.09	0.01
4	0.05	0.11	0.02
未作答	0.00		
通過率	0.82	鑑別度	0.35
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定「民國 101 年至 108 年的出生人數與死亡人數統計圖」，要求學生選出正確的敘述，評量學生報讀長條圖的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.35，正確答案為選項 2，通過率為 82%，顯示超過八成的學生已具備報讀複雜長條圖的能力。 2. 有 8% 的學生選擇選項 1 (低分組有 19%)，這些學生可能誤解題意，因為每年都有人出生，所以出生的人數越來越多。</p>		

	3.有 4%的學生選擇選項 3(低分組有 9%)，5%的學生選擇選項 4(低分組有 11%)，這些學生可能尚未具備報讀複雜長條圖的能力。			
教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	3-d-01 能報讀生活中 常見的表格。	4-d-01 能報讀生活中常用的長 條圖。	6-d-01 能整理生活中的 資料，並製成長條 圖。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1.本題通過率為 82%，顯示四年級學生已掌握報讀生活中常用長條圖的能力，答錯的學生中，部分學生可能是誤解題意。</p> <p>2. 8%的學生選擇選項①，這些學生可能誤解題意，認為每年都有人出生，所以出生的人數越來越多。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1.由於資料的屬性不同，適用的統計圖形也不相同，若資料項目屬於類別變數，也就是只知道某一個項目和其它的項目不同，這些項目間沒有顯著的關聯性、次序性，數學上經常使用長條圖來溝通。以統計某年級學生血型人數的長條圖為例，當改變類別變數(血型)的位置時，並不會影響長條圖的意義。</p> <p>長條圖很容易看到部份與部份間的差異量關係，但是不容易看到部份與全體間的倍數關係。以圖一為例，我們較容易看到不同血型人數的差異量，例如 A 型的學生比 O 型的學生少 7 人、A 型和 AB 型學生人數和與 O 型學生人數一樣多；較不容易看到不同血型學生人數和全體學生人數間的倍數關係，例如 A 型學生人數佔全體學生人數的幾分之幾。</p>			

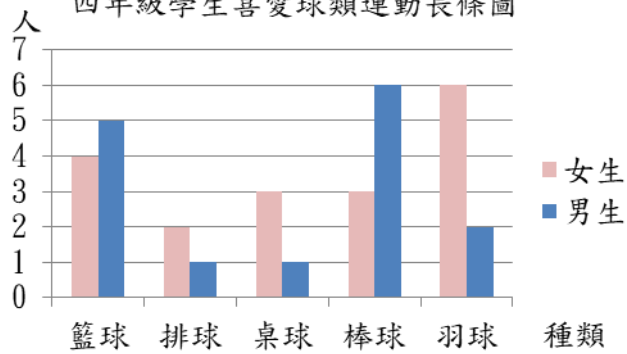
四年級學生血型人數統計圖



(圖一)

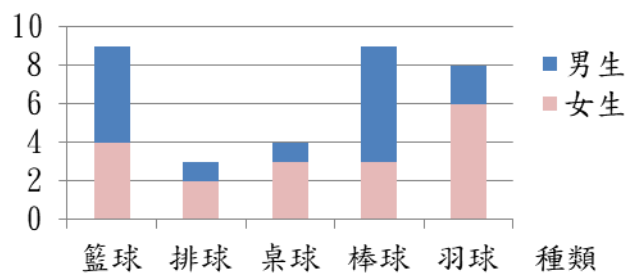
2.本分年細目要求學生必須有有足夠報讀經驗後，才能要求學生報讀「複雜的長條圖」(如圖二和圖三)。

四年級學生喜愛球類運動長條圖



(圖二)

人 四年級學生喜愛球類運動長條圖



(圖三)

題號	6		
內容領域	量與實測	認知歷程向度	程序執行
分年細目	4-n-14 能以複名數解決量（長度、容量、重量）的計算問題。		
試題內容	<p>6. 媽媽到菜市場買豬肉，連籃子一起秤是 3 公斤 1 公克。 已知籃子淨重 502 公克，請問豬肉重多少公斤多少公克？</p> <p>① 2 公斤 499 公克 ② 2 公斤 508 公克 ③ 2 公斤 602 公克 ④ 3 公斤 503 公克</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.78	0.48	0.97
2	0.08	0.18	0.01
3	0.04	0.11	0.00
4	0.10	0.23	0.01
未作答	0.00		
通過率	0.78	鑑別度	0.49
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定幾公斤幾公克和幾公克，要求學生算出其差是多少公斤多少公克，評量學生「公斤」、「公克」複名數減法計算的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題鑑別度為 0.49，正確答案為選項 1，通過率為 78%，顯示近八成的學生已具備利用公斤、公克複名數加減計算解題的能力。 2. 有 8% 的學生選擇選項 2(低分組有 18%)，這些學生拿 1 公斤換 1000 公克後，在計算公克單位時發生兩個錯誤，第一個錯誤：$1000 - 502 = 508$，第二個錯誤：忘記加上原來的 1 公克。 3. 有 4% 的學生選擇選項 3(低分組有 11%)，這些學生可能上不具備利用公斤、公克複名數加減計算解題的能力。 4. 有 10% 的學生選擇選項 4(低分組有 23%)，這些學生可能誤解題意，利用加法算出答案。 		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	3-n-16 能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並做相關的實測、估測與計算。	4-n-14 能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。	5-n-16 能認識重量單位「公噸」及「公噸」、「公斤」間的關係，並做相關計算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生沒有熟記公斤和公克單位間「1 公斤=1000 公克」的關係。 2. 學生無法類比整數情境兩位加減兩位的直式計算，進行公斤、公克的複名數加減計算。 3. 三年級第 21 題「農夫採收了 1 公斤 75 公克重的小蕃茄，拿了一個 25 公克的空箱子來裝小蕃茄，請問箱子和小蕃茄合起來有多重？」也是重量複名數的加減問題，三年級的通過率只有 41%(高分組 51%、低分組 34%)，遠低於本題的 76%，三年級學生中有 48% 選擇答案是 2 公斤(高分組 47%、低分組 41%)，可能的原因是 $25+75=100$，學生誤認為 1 公斤=100 公克。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 二位數加減二位數的加減問題，與相鄰二階單位的時間、長度、重量、容量等加減問題，它們的運算方式都相同，例如「$38+25$」、「3 小時 40 分鐘+2 小時 50 分鐘」、「3 公尺 60 公分+5 公尺 80 公分」、「3 公斤 460 公克+5 公斤 860 公克」、「13 公升 780 毫公升+23 公升 380 毫公升」等加法運算都相同，只是二位數的加法是逢十進一(10 個①聚成 1 個⑩)。例子中時間的加法是逢六十進一(60 個 1 分鐘聚成 1 小時)，長度的加法是逢一百進一(100 個 1 公分聚成 1 公尺)，重量及容量的加法都是逢一千進一(1000 個 1 公克或毫公升聚成 1 公斤或 1 公升)。教師可以幫助學生發現它們之間運算相同的關係，將長度、容量、重量的複名數加減視為相同的解題方式。 2. 下面以「$35+58$」和「3 公斤 500 公克+5 公斤 800 公克」為例，建議教師幫助學生理解這兩個運算相同，二位數的加法是逢十進一(10 個①聚成 1 個⑩)，重量的加法是逢一千進一(1000 個 1 公克聚成 1 公斤)。 			

	ⓐ	ⓑ	
	3	5	
+	5	8	
		13	⇒ 5 個ⓑ加 8 個ⓑ是 13 個ⓑ
+	8		⇒ 3 個ⓐ加 5 個ⓐ是 8 個ⓐ
	1	3	⇒ 13 個ⓑ是 1 個ⓐ3 個ⓑ
+	8		
	9	3	⇒ 合起來是 9 個ⓐ3 個ⓑ

	公斤	公克	
	3	500	
+	5	800	
		1300	⇒ 500 公克加 800 公克是 1300 公克
+	8		⇒ 3 公斤加 5 公斤是 8 公斤
	1	300	⇒ 1300 公克是 1 公斤 300 公克
+	8		
	9	300	⇒ 合起來是 9 公斤 300 公克

3. 公制單位

「公制單位」是十進位制的單位，全世界通用，而且方便記憶。國小課本中出現的單位是社會上較常使用的「公制單位」，稱之為「常用單位」。

在測量長度、重量、容量、...時，公制單位都先選擇一個基準單位，並使用一組形容詞來描述各單位與基準單位間的十進關係。以「長度」單位為例，公制單位選擇「米」當做長度的基本單位，然後在米前面加上「十、百、千、....、百萬、....、十億、....」等形容詞表示這些單位與米的「十倍、百倍、千倍、....百萬倍、....、十億倍、....」的關係，例如千米表示和 1000 個 1 米接來一樣長。在米前面加上「分、厘、毫、....、微、....奈、....」等形容詞表示這些單位與米的「十分之一倍、百分之一倍、千分之一倍、百萬分之一倍、....、十億分之一倍、....」的關係，例如：厘米表示百分之一米，毫米表示千分之一米，微米表示百萬分之一米，奈米表示十億分之一米。相同的，公制單位選擇了「公升」當做「容量」的基準單位，分公升表示十分之一公升，毫公升表示千分之一公升，微公升表示百萬分之一公升，有時也將分公升、毫公升等簡稱為分升、毫升。因此，當我們知道不同單位的基準單位之後，只要記憶一組形容詞，就能夠掌握單位間的倍數關係，對解決單位間的化聚有很大的幫助。

下面提供長度及容量不同單位對應的表格，第三行的描述方式和第二行英文公制單位的描述方式一致。

長度單位：

公里	公引	公丈	公尺	公寸	公分	公釐
Km	hm	dam	m	dm	cm	mm
千米	百米	十米	米	分米	厘米	毫米

容量單位：

公秉	公石	公斗	公升	公合	公勺	公撮
Kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
千公升	百公升	十公升	公升	分公升	厘公升	毫公升

4. 常用單位

以長度的單位為例，我國每十倍就有一個單位的名稱，例如公里、公引、公丈、公尺、公寸、公分、公厘都是長度的單位；公制單位每十倍也有一個單位的名稱，例如 km(千米)、hm(百米)、dam(十米)、m(米)、dm(分米)、cm(厘米)、mm(毫米) 等都是長度的單位，但是日常生活中，並不需要用到這麼多的單位。

以公制長度的基本單位「米」為例，西方人認為 1000 以內的數量都是可以掌握的，因此 13 個「1 米」稱為 13 米即可，並不需要引入新的單位「十米」，將 13 米稱為 1「十米」3「米」；278 個「1 米」稱為 278 米即可，並不需要引入新的單位「百米」和「十米」，將 278 米稱為 2「百米」7「十米」8「米」。當「1 米」的個數超過 1000 個時，才需要引入新的單位「千米」，並將 2465 個「1 米」稱為 2「千米」465「米」。

公制單位是西方人發明的，延伸西方人三位一撇的概念，在長度單位中，經常使用的單位是「千米」、「米」、「毫米」、「微米」、「奈米」，其中「千米」是「米」的 1000 倍，「米」是「毫米」的 1000 倍、「毫米」是「微米」的 1000 倍、「微米」是「奈米」的 1000 倍，也就是說，經常使用的單位間都滿足 1000 倍的關係。

轉換成我們熟悉的單位，日常生活中經常使用的長度單位是「公里」、「公尺」、「公分」、「公厘」，重量單位是「公噸」、「公斤」、「公克」，容量單位是「公秉」、「公升」、「公撮」，如果將公分拿走，相鄰兩個單位間都是 1000 倍的關係。

引入換單位概念時，應該先引入兩單位間的 10 倍關係，再引入兩單位間的 100 倍關係，最後才引入兩單位間的

	<p>1000 倍關係，因此國小數學教材，除了出現上面這些常用的單位外，還要引入 1 公尺=100 公分、1 公分=10 毫米。換句話說，只要能掌握三位一撇的概念，再記憶公分和公尺、公分和毫米的倍數關係，就可以掌握國小階段所有不同單位間的倍數關係。</p>
--	--

題號	7		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行
分年細目	4-n-01 能透過位值概念，延伸整數的認識到大數（含「億」、「兆」之位名），並做位值單位的換算。		
試題內容	<p>7. 將 12345678 的百萬位數字 2 加 2，萬位數字 4 減 2，其他位的數字不變，得到一個新的甲數，請問甲數和 12345678 相差多少？</p> <p>① 2020000 ② 1980000 ③ 1080000 ④ 1008000</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.11	0.20	0.04
2*	0.70	0.40	0.93
3	0.11	0.24	0.02
4	0.08	0.16	0.01
未作答	0.00		
通過率	0.70	鑑別度	0.53
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定一個八位數及改變百萬位和萬位數字後得到的新八位數，要求學生算出這兩個八位數的差，評量學生大單位位值單位換算及大數加減直式計算的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.53，正確答案為選項 2，通過率為 70%，顯示七成的學生已具備大單位位值單位換算及大數加減直式計算的能力。</p> <p>2. 有 11% 的學生選擇選項 1(低分組有 20%)，這些學生誤解題意，把萬數字 4 減 2 解讀成 4 加 2，$14365678 - 12345678 = 2020000$。也可能誤解題意，把百萬位數字 2 加 2 解讀成 2 減 2，$12345678 - 10325678 = 2020000$。</p> <p>3. 有 11% 的學生選擇選項 3(低分組有 24%)，8% 的學生選擇選項 4(低分組有 16%)，這些學生可能不具備位值單位換算的能力；也可能已具備位值單位換算的能力，但在減法計算時發生錯誤。</p>		

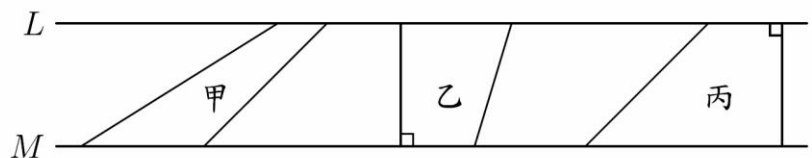
教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	3-n-01 能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。	4-n-01 能透過位值概念，延伸整數的認識到大數(含「億」、「兆」之位名)，並做位值單位的換算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1. 百萬位數字 2 有兩種意義：</p> <p>(1) 描述百萬單位的個數，也就是 2 個 1000000</p> <p>(2) 換成以一為單位的值是 2000000，也就是代表的值是 2000000。</p> <p>學生可能混淆這兩種意義。</p> <p>2. 學生可能有兩種解題的方法：</p> <p>方法一：改記成八位數字後再計算</p> <p>百萬位數字 2 加 2，萬位數字 4 減 2，將數字 12345678 改記成 14325678。</p> $14325678 - 12345678 = 1980000$ <p>方法二：利用位值直接計算</p> <p>百萬位數字 2 加 2，數值多了 2000000</p> <p>萬位數字 4 減 2，數值少了 20000</p> $2000000 - 20000 = 1980000$ <p>3. 三年級試題第 9 題「將 5678 的千位數字 5 減 2，十位數字 7 加 2，百位數字和個位數字不變，得到一個新的甲數，請問甲數和 5678 相差多少？」的通過率是 65%(高分組 87%、低分組 38%)，本題的通過率是 69%(高分組 91%、低分組 41%)，顯示四年級學生對多單位的認識比三年級學生好一點。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 分年細目 4-n-01 為國小整數數概念的總結，學生應掌握大數的意義。</p> <p>2. 大數的命名包含十進位記數法及萬進位記數法：</p> <p>(1) 十進位記數法將「145240607143825」這個大數字讀做：一「百兆」四「十兆」五「兆」二「千億」四「百億」零「十億」六「億」零「千萬」七「百萬」一「十萬」四「萬」三「千」八「百」二「十」五。</p>		

百兆	十兆	兆	千億	百億	十億	億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	一
1	4	5	2	4	0	6	0	7	1	4	3	8	2	5

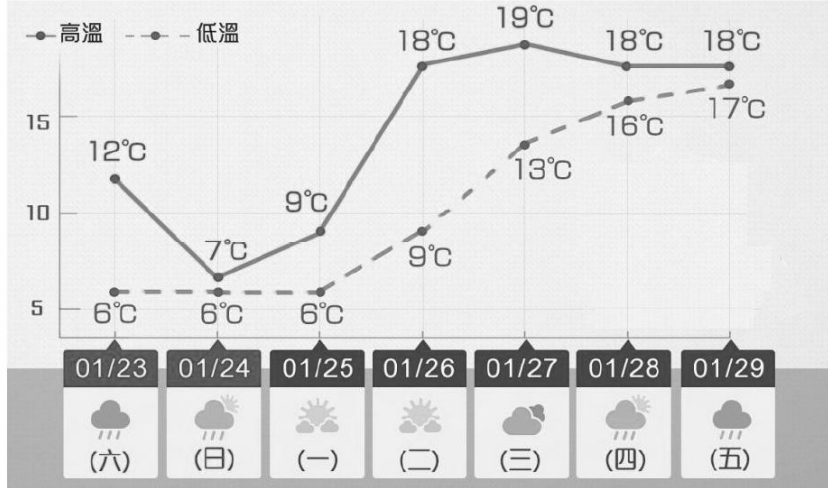
(2)萬進位記數法先將「145240607143825」這個大數字由右自左、四位一撇改記成 145,2406,0714,3825 後，讀做：一百四十五「兆」、二千四百零六「億」、七百一十四「萬」、三千八百二十五(見下圖)。

兆	億	萬	一
145	2406	0714	3825

- 3.英、美等西方國家及我國的金融界都習慣使用千進位記數法，千進位記數法以「個、十、百」這組數詞為基礎，利用1千以內的數量來描述有多少個「一(one)」、多少個「千(thousand)」、多少個「百萬(million)」、多少個「十億(billion)」....等，所以遇到大數字時，經常每三位一撇做一個記號，例如先將 10234567891 這個大數字改記成 10,234,567,891 後，讀做 ten 「billion」,two hundred and thirty-four 「million」,five hundred and sixty-seven 「thousand」,eight hundred and ninety one。
- 4.進行「萬」、「億」及「兆」單位教學時，必須進行1萬到9999萬、1億到9999億、以及1兆到9999兆的命名。以「萬」單位的教學為例，十進位記數法逢十進一，學生只要學會1萬到9萬，10個「萬」就換成1個「十萬」，「萬」的個數最多只有9個；而萬進位記數法逢萬進一，學生必須學會1萬到9999萬，10000個「萬」才會換成1億。
- 5.«5百萬»、「500萬»和«5000000»都一樣大，而且讀法相同，但是三者所表示單位的意義不相同，«5百萬»是以«百萬»為單位，指的是5個«百萬»；«500萬»是以«萬»為單位，指的是500個«萬»；5000000是以«一»為單位，指的是5000000個«一»。

題號	8		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-s-07 能認識平行四邊形和梯形。		
試題內容	<p>8. L 和 M 是互相平行的兩條直線，下列關於梯形的敘述何者正確？</p>  <p>① 只有甲和丙是梯形 ② 只有乙和丙是梯形 ③ 三個圖形都是梯形 ④ 三個圖形都不是梯形</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.05	0.11	0.01
2	0.41	0.43	0.35
3*	0.44	0.30	0.60
4	0.09	0.15	0.04
未作答	0.00		
通過率	0.44	鑑別度	0.30
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定三個上底及下底分別在平行線上的四邊形，要求學生判斷哪些四邊形是梯形，評量學生辨認梯形的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題鑑別度為 0.30，正確答案為選項 3，通過率為 44%，顯示超過四成的學生已具備辨認梯形的能力。 2. 有 5% 的學生選擇選項 1 (低分組有 11%)，這些學生可能不具備辨認梯形的能力；也可能在學習梯形的過程中，沒有看過底邊和腰垂直的梯形。 3. 有 41% 的學生選擇選項 2 (低分組有 43%)，這些學生可能不具備辨認梯形的能力；也可能在學習梯形的過程中，沒有看過像圖形甲這種形狀的梯形。 4. 有 9% 的學生選擇選項 4 (低分組有 15%)，這些學生可能不具備辨認梯形的能力；也可能在學習梯形的過程中，沒有看過這三種形狀的梯形。 		

教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	3-s-07 能由邊長和角的特 性來認識正方形和 長方形。 4-s-06 能理解平面上直 角、垂直與平行的 意義。	4-s-07 能認識平行四邊形 和梯形。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1.如果教師給定的梯形定義是「有一雙對邊平行的四邊形」，學生可能混淆梯形的定義，因為「有」有三種意義，①至多有，②至少有，③恰有。 建議透過「一雙對邊平行，另一雙對邊不平行的四邊形稱為梯形」定義梯形。</p> <p>2.四年級已給梯形下定義，學生必須掌握所有滿足梯形定義的圖形，如果教師上課時沒有畫出像甲圖這樣形狀的梯形，學生會認為甲圖不是梯形。 3.41%(高分組 35%、低分組 43%)的學生認為圖形甲不是梯形。 5%(高分組 1%、低分組 11%)的學生認為圖形乙不是梯形。 9%(高分組 4%、低分組 15%)的學生認為三個圖形都不是梯形。 顯示教師可能很少畫出像甲圖這類的梯形。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1.數學上透過「平行」的關係，辨認下列的平面圖形。 平行四邊形：兩雙對邊都平行的四邊形。 梯形：一雙對邊平行，另一雙對邊不平行的四邊形。 等腰梯形：兩腰等長的梯形。</p> <p>2.教師不宜稱「有一組對邊平行的四邊形為梯形」，應該稱「一雙對邊平行，另一雙對邊不平行的四邊形為梯形」。因為「有」可以包含三種意義，第一種是「至多有」，第二種是「恰有」，第三種是「至少有」，學生可能混淆其意義。</p> <p>3.四年級給梯形下定義，指的是學生應能判斷所有形狀的梯形。 建議教師定義梯形時，應提供不同樣式的梯形，相當多學生(低分組有 35%，低分組有 43%)不認為甲圖是梯形，可能的原因是教師上課時沒有畫出這樣形狀的梯形。</p>		

題號	9		
內容領域	統計與機率	認知歷程向度	程序執行
分年細目	4-d-02 能報讀生活中常用的折線圖。		
試題內容	<p>9. 下圖為 1 月 23 日至 1 月 29 日的氣溫預報圖，請問有關圖中溫度的敘述，下列何者正確？</p>  <p>1 月 23 日至 1 月 29 日的氣溫預報圖</p> <p>① 1 月 23 日高溫跟低溫的差距最小 ② 1 月 27 日高溫跟低溫的差距最大 ③ 最低溫度出現在 1 月 26 日 ④ 最高溫度出現在 1 月 27 日</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.05	0.13	0.00
2	0.09	0.21	0.01
3	0.05	0.12	0.01
4*	0.81	0.52	0.98
未作答	0.00		
通過率	0.81	鑑別度	0.46
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定「1 月 23 日至 1 月 29 日的氣溫預報圖」，要求學生選出正確的敘述，評量學生報讀折線圖的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.46，正確答案為選項 4，通過率為 81%，顯示超過八成的學生已具備報讀複雜折線圖的能力。 2. 有 5% 的學生選擇選項 1(低分組有 13%)，9% 的學生選擇選項 2(低分組有 21%)，5% 的學生選擇選項 3(低分組有 12%)，這些學生可能尚未具備報讀複雜折線圖的能力。</p>		

教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識										
	分 年 細 目	3-d-01 能報讀生活中常見的表格。	4-d-02 能報讀生活中常用的折線圖。	6-d-02 能整理生活中的有序資料，並繪製成折線圖。									
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.本題通過率為 81%，顯示四年級學生已掌握報讀生活中常用長條圖的能力，答錯的學生中，部分學生可能是誤解題意。 2.學生報讀圖表時，未能理解高溫與低溫差距的意義，而選擇錯誤選項①和②。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.由於資料的屬性不同，適用的統計圖形也不相同，如果資料項目屬於有序變數，例如時間、成績、身高、體重等，也就是當變數有方向或次序的關係時，數學上經常使用折線圖來溝通。以不同時間太陽高度角測量的折線圖為例，當我們改變有序變數(時間)的位置時，就會失去折線圖原本要傳遞訊息的意義。 <p>一般而言，折線圖是探討資料隨著時間或次序關係增加的變化情形，或用以預測可能的變化趨勢，其橫軸大都是依據時間的先後順序或數字的大小順序排列的，以下圖為例，我們很容易看到由 8 時至 14 時太陽高度角的變化情形。</p> <div style="text-align: center;"> <p>太陽高度角測量統計圖</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <caption>太陽高度角測量統計圖數據</caption> <thead> <tr> <th>時間 (時)</th> <th>太陽高度角 (度)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>8</td> <td>35</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>12</td> <td>65</td> </tr> <tr> <td>14</td> <td>50</td> </tr> </tbody> </table> </div> <ol style="list-style-type: none"> 2.本能力指標要求學生必須有報讀折線圖的能力，有足夠的報讀經驗後，才能要求學生解讀。 <p>報讀：看到資料直接讀出數據。</p> <p>解讀：觀察資料以後，能使用自己的話說出對資料的想法。</p>			時間 (時)	太陽高度角 (度)	8	35	10	50	12	65	14	50
	時間 (時)	太陽高度角 (度)											
8	35												
10	50												
12	65												
14	50												

題號	10		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	解題思考
分年細目	4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。		
試題內容	<p>10. 「媽媽烘了 78 塊餅乾，不小心烘壞了一些，把烘好的餅乾每 12 塊裝成一包，剛好裝成 6 包，媽媽烘壞了幾塊餅乾？」</p> <p>下列哪個算式可以算出正確答案？</p> <p>① $78 - 12 \div 6$</p> <p>② $(78 - 12) \div 6$</p> <p>③ $78 - 12 \times 6$</p> <p>④ $(78 - 12) \times 6$</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.14	0.21	0.06
2	0.30	0.44	0.10
3*	0.48	0.19	0.82
4	0.08	0.14	0.02
未作答	0.00		
通過率	0.48	鑑別度	0.63
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題是先乘後減的兩步驟文字題，要求學生選出能算出正確答案的算式，評量學生兩步驟問題列式的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.63，正確答案為選項 3，通過率為 48%，顯示近五成的學生已具備先乘後減兩步驟問題列式的能力。</p> <p>2. 有 14%的學生選擇選項 1(低分組有 21%)，這些學生可能不理解題意，依題目數字出現的先後順序列式，題目先出現「78 塊和 12 塊」的單位都是塊，因此先相減，後出現「剛好裝成 6 包」是分裝的語意，因此除以 6。這些學生也不知道「括號先算及先乘除後加減」運算次序的約定，直接列出算式 $78 - 12 \div 6$。</p> <p>3. 有 30%的學生選擇選項 2(低分組有 44%)，這些學生可能不理解題意，依題目數字出現的先後順序列式，題目先出現「78 塊和 12 塊」的單位都是塊，因此先相減，後出現「剛好裝成 6 包」是分裝的語意，因此除以 6。這些學生知道「括號先算及先乘除後加減」運算次序的約定，列出算式 $(78 - 12) \div 6$。</p>		

	4. 有 8%的學生選擇選項 4(低分組有 14%)，這些學生可能不理解題意，將先乘後減的兩步驟問題解讀為先減後乘的兩步驟問題。			
教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	2-n-10 能在具體情境中， 解決兩步驟問題 (加、減與乘，不含 併式)。	4-n-04 能在具體情境中， 解決兩步驟問題， 並學習併式的記法 與計算。	5-n-02 能在具體情境中， 解決三步驟問題， 並能併式計算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生解兩步驟問題時，最常遇到的困難是不知道以算式「$12 \times 6 = 72$」算出「6 包有 72 塊」後，所得到的「72 塊」還可以繼續運算，誤以為「72 塊」就是答案。建議教師可以透過分段布題的方式，幫助學生解題。 2. 學生可能可以用兩個算式記錄解題過程，但是在改記成併式時，沒有遵守「括號先算，先乘除後加減，由左往右算」運算次序的約定。 3. 學生誤解題意，題目先出現「78 塊和 12 塊」的單位都是塊，因此先相減，後出現「剛好裝成 6 包」是分裝的語意，因此除以 6。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 能在具體情境中，解決兩步驟問題的教學順序如下： <ul style="list-style-type: none"> 二年級：在具體情境中，解決「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題。 三年級：在具體情境中，解決「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題。 四年級：在具體情境中，解決「乘、除」及「連除」兩步驟問題。 六年級：分數兩步驟問題及小數兩步驟問題。 2. 下面以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，說明兩步驟問題的教學流程。 <ol style="list-style-type: none"> (1)用兩個算式記錄解題活動 $15 + 25 = 40$，$40 \div 5 = 8$，答：可以買 8 枝 (2)將兩個算式改記成併式的記法 將「$15 + 25 = 40$，$40 \div 5 = 8$」改記成「$(15 + 25) \div 5 = 8$」 (3)用併式記錄解題活動 			

$(15+25)\div 5=8$ ，答：可以買 8 枝

(4)用算式填充題來列式

$(15+25)\div 5=(\quad)$

(5)先列式，再用逐次減項記錄解題活動

$(15+25)\div 5=(\quad)$

$(15+25)\div 5$

$=40\div 5=8$ ，答：可以買 8 枝

3. 四年級兩步驟計算問題中，只會用到①括號先算、②先乘除後加減、③由左往右算，這三個約定其中的一個約定。

括號先算： $13-(2+5)=13-7=6$

$7\times(5-2)=7\times 3=21$

先乘除後加減： $5+3\times 4=5+12=17$

$12-6\div 2=12-3=9$

$5\times 6+2=30+2=32$

$60\div 2-9=30-9=21$

由左往右算： $12+3-5=15-5=10$

$12\div 3\times 2=4\times 2=8$

建議教師將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題。

第一類：有括號的兩步驟計算問題

括號的部份要先算，簡稱為括號先算。

第二類：沒有括號的兩步驟計算問題

(1)算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份。
簡稱為先乘除後加減

(2)算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。簡稱為由左往右算。

4. 對四年級學生而言，「先乘除後加減」的四則混合計算問題最困難，建議教師透過比較下列左右兩個算式的運算次序，幫助學生發現兩個共同的特徵。

(1)這些算式中，「加、減」和「乘、除」這兩類運算符號都有。

(2)左邊的算式有括號，括號的部份要先算，右邊的算式中沒有括號，有乘或除運算的部份要先算。

再說明算式中「加、減」這一類和「乘、除」這一類的運算都有的時候，要先算「乘、除」的部份，稱這種運算次序的約定為「先乘除後加減」。

	$(2 \times 3) + 7 = 6 + 7$ $= 13$	$2 \times 3 + 7 = 6 + 7$ $= 13$
	$(30 \div 3) - 7 = 10 - 7$ $= 3$	$30 \div 3 - 7 = 10 - 7$ $= 3$
	$20 - (3 \times 4) = 20 - 12$ $= 8$	$20 - 3 \times 4 = 20 - 12$ $= 8$
	$8 + (12 \div 3) = 8 + 4$ $= 12$	$8 + 12 \div 3 = 8 + 4$ $= 12$

題號	11		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-n-06 能在具體情境中，對大數在指定位數取概數（含四捨五入法），並做加、減之估算。		
試題內容	<p>11. 運動會選手有 5246 人，一人分一頂帽子。 帽子 100 頂裝一包，至少要準備幾包？也就是多少頂帽子？</p> <p>① 至少準備 53 包，也就是 5300 頂帽子 ② 至少準備 52 包，也就是 5200 頂帽子 ③ 至少準備 6 包，也就是 6000 頂帽子 ④ 至少準備 5 包，也就是 5000 頂帽子</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.75	0.47	0.96
2	0.17	0.32	0.04
3	0.05	0.13	0.00
4	0.02	0.07	0.00
未作答	0.00		
通過率	0.75	鑑別度	0.49
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定四位數和取概數的單位，要求學生選出正確的概數，評量學生利用無條件進位法取概數的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.49，正確答案為選項 1，通過率為 75%，顯示有七成五的學生已具備對大數在指定位數利用無條件進位法取概數的能力。</p> <p>2. 有 17% 的學生選擇選項 2(低分組有 32%)，這些學生可能未具備對大數在指定位數利用無條件進位法取概數的能力；也可能誤解題意或受到關鍵字「至少」的影響，將無條件進位取概數的問題解讀為無條件捨去取概數的問題。</p> <p>3. 有 5% 的學生選擇選項 3(低分組有 13%)，2% 的學生選擇選項 4(低分組有 7%)，這些學生可能未具備對大數在指定位數利用無條件進位法取概數的能力。</p>		

教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	3-n-10 能做簡單的 三位數加減 估算。	4-n-06 能在具體情境中，對 大數在指定位數取 概數(含四捨五入 法)，並做加、減之 估算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 利用無條件進入法或無條件捨去法取概數的教學重點是除法運算，不是針對給定的大數取概數。 本題透過除法算式「$5246 \div 100 = 52 \dots 46$」，只要判斷剩下 46 人是否也要戴帽子，如果要戴帽子，就多買一包，如果不要戴帽子，買 52 包就夠了。 2. 「360002 個蘋果」以萬為單位，用四捨五入法取概數，合理的答案是「36 萬」個蘋果(以「萬」為單位)，不是「360000」個蘋果(以「1」為單位) 3. 學生可能混淆「無條件進位法」和「無條件捨去法」解題的意義。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 估算與取概數都無法精確地描述個數，因而容忍少量的差異，只做大概的描述，但是它們最後描述的單位並不相同。 估算是計算的問題，例如「$402 + 299$」中的 402 很接近 400，299 很接近 300，$400 + 300 = 700$，所以「$402 + 299$」估算的答案是 700，估算的答案必須以「1」為單位來描述。 概算是先進行單位量轉換後再計算的問題，例如「$402 + 299$」中的 402 很接近 4 個百，299 很接近 3 個百，4 個百加 3 個百是 7 個百，所以「$402 + 299$」概算的答案是 7 個百，概算的答案不是以「1」為單位來描述。 二年級及三年級的教學重點是估算，四年級才引入取概數及加減概算的問題。 2. 教師應幫助學生在日常生活中自然產生的無條件進入法和無條件捨去法情境中取概數。 無條件進入法取概數的例子： (1) 計程車 1 輛限搭 4 人，14 人搭計程車，最少要搭幾輛計程車？ 		

(2)全縣運動會選手有 5246 人，要為這些選手準備帽子(一人一頂)。如果帽子 10 頂(或 12 頂)裝成一包，最少要準備多少包帽子才夠？也就是多少頂帽子？

無條件捨去法取概數的例子：

(1)300c.c.的果汁裝 1 瓶，5000c.c.的果汁最多能裝滿幾瓶？

(2)玩具工廠今天生產 1249 件相同的玩具，要將這些玩具裝箱放進倉庫。

如果每 100 件(或 80 件)裝成一箱，最多能裝成多少箱？也就是多少件玩具？

3.日常生活中常見利用無條件進入法或無條件捨去法取概數的問題，但是它們取概數時不一定都是以十、百、千或萬為單位。

不論是否以十、百、千或萬為單位，都可以透過除法算式來解決問題，建議教師透過除法算式，幫助學生理解利用無條件進入法或無條件捨去法取概數的意義。

(1)不是以十為單位取概數的問題「14 人搭計程車，每輛計程車只能坐 4 人，至少要幾輛計程車才夠？」：教師可以透過除法算式「 $14 \div 4 = 3 \cdots 2$ 」，幫助學生理解只有 3 輛計程車時，還有 2 人沒車坐，必須要 4 輛計程車才夠。

(2)以百為單位取概數的問題「全市運動會路跑參賽選手有 5246 人，一人戴一頂帽子，要為這些選手準備帽子，如果帽子 100 頂裝成一包，至少要準備多少包帽子才夠？也就是多少頂帽子？」：教師也可以透過除法算式「 $5246 \div 100 = 52 \cdots 46$ 」，幫助學生理解只準備 52 包時，還有 46 人沒分到帽子，必須要準備 53 包才夠，也就是 5300 頂帽子。

題號	12		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-n-10 能將簡單分數標記在數線上。		
試題內容	<p>12. 數線上 A、B 兩點位置標示的數字是 $2\frac{1}{5}$、$3\frac{4}{5}$。</p> <p>數線上 C、D 兩點位置標示的數字是 $12\frac{1}{5}$、$13\frac{4}{5}$。</p> <p>數線上 E、F 兩點位置標示的數字是 $102\frac{1}{5}$、$103\frac{4}{5}$。</p> <p>請問哪兩點的距離最長？</p> <p>① A 點和 B 點 ② C 點和 D 點 ③ E 點和 F 點 ④ 它們的距離一樣長</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.06	0.12	0.01
2	0.06	0.14	0.01
3	0.17	0.34	0.04
4*	0.71	0.39	0.94
未作答	0.01		
通過率	0.71	鑑別度	0.55
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定 3 組在數線上標示兩點分數坐標的情境，要求學生比較哪組兩點的距離最長，評量學生在分數數線上做加、減操作的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項 4，通過率為 71%，顯示超過七成的學生已具備計算數線上給定坐標兩點距離的能力。</p> <p>2. 有 6% 的學生選擇選項 1 (低分組有 12%)，這些學生可能尚未具備在數線上標記分數的能力，或不會在數線上求出兩分數間的距離。</p> <p>3. 有 6% 的學生選擇選項 1 (低分組有 12%)，6% 的學生選擇選項 2 (低分組有 14%)，這些學生可能尚未具備計算分數數線上給定坐標兩點距離的能力。</p> <p>4. 有 17% 的學生選擇選項 3 (低分組有 34%)，這些學生可能尚未具備計算分數數線上給定坐標兩點距離的能力，誤以為標示的數字愈大時兩點間的距離就愈大。</p>		

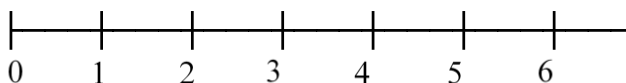
教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	3-n-09 能由長度測量的 經驗來認識數 線，標記整數值與 一位小數，並在數 線上做大小比較、 加、減的操作。	4-n-10 能將簡單分數標 記在數線上。	5-n-13 能將分數、小數標 記在數線上。

補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生無法進行數線上刻度和距離(長度)間的轉換，例如看到刻度 5，無法想到刻度 0 和刻度 5 的距離是 5 個單位。 2. 學生可能在刻度是整數的情境中，掌握數線上刻度和距離(長度)間轉換的關係，但無法將該關係類比至分數或帶分數的情境。 3. 學生不具備計算數線上兩點距離的能力。 4. 三年級第 14 題「數線上 A、B 兩點位置標示的數字是 12、18。數線上 C、D 兩點位置標示的數字是 312、318。數線上 E、F 兩點位置標示的數字是 7512、7518。請問哪兩點的距離最長？」；五年級第 4 題「數線上 A、B 兩點位置所標示的數字分別是 5.3、8.3。數線上 C、D 兩點位置所標示的數字分別是 85.3、88.3。數線上 E、F 兩點位置所標示的數字分別是 725.3、728.3。請問哪兩點的距離最長？」都是求兩點距離的題目，三年級給的數字是整數，四年級給的數字是同分母的分數，五年級給的數字是小數。 																																			
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>三年級</th> <th>四年級</th> <th>五年級</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>通過率：</td> <td>67</td> <td>71</td> <td>67</td> </tr> <tr> <td>高分組：</td> <td>93</td> <td>94</td> <td>93</td> </tr> <tr> <td>低分組：</td> <td>34</td> <td>39</td> <td>36</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>三年級</th> <th>四年級</th> <th>五年級</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>選擇數字大 ⇨ 距離長</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>選項率：</td> <td>21</td> <td>17</td> <td>19</td> </tr> <tr> <td>高分組：</td> <td>06</td> <td>04</td> <td>05</td> </tr> <tr> <td>低分組：</td> <td>40</td> <td>34</td> <td>33</td> </tr> </tbody> </table> <p>由上面的數據可以發現，三年級無法解決兩點距離的學生，到五年級還是無法解決。</p>		三年級	四年級	五年級	通過率：	67	71	67	高分組：	93	94	93	低分組：	34	39	36		三年級	四年級	五年級	選擇數字大 ⇨ 距離長				選項率：	21	17	19	高分組：	06	04	05	低分組：	40	34
	三年級	四年級	五年級																																	
通過率：	67	71	67																																	
高分組：	93	94	93																																	
低分組：	34	39	36																																	
	三年級	四年級	五年級																																	
選擇數字大 ⇨ 距離長																																				
選項率：	21	17	19																																	
高分組：	06	04	05																																	
低分組：	40	34	33																																	

(二) 核心概念與本題的教學重點

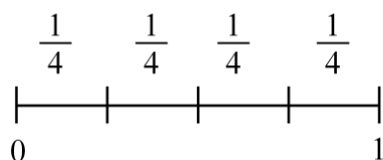
1. 教師可以透過下列方法繪製分數數線，幫助學生認識分數數線：

步驟一：先復習整數數線的意義，幫助學生標示出整數數線 0、1、2、...。



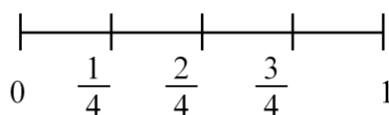
步驟二：先建立 0 和 1 間的分數數線。

0 和 1 兩點間的距離是 1，將 1 平分成 4 份，其中的 1 份長 $\frac{1}{4}$ ，在數線標示每一份的長是 $\frac{1}{4}$ 。



步驟三：透過和 0 的距離是多少的想法，標示出數線上的分數。

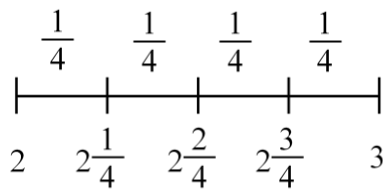
數線上的 $\frac{1}{4}$ 指的是 $\frac{1}{4}$ 和 0 的距離是 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{2}{4}$ 指的是 $\frac{2}{4}$ 和 0 的距離是 2 個 $\frac{1}{4}$ ，也就是 $\frac{2}{4}$ ， $\frac{3}{4}$ 指的是 $\frac{3}{4}$ 和 0 的距離是 3 個 $\frac{1}{4}$ ，也就是 $\frac{3}{4}$ 。



步驟四：仿前面建立 0 和 1 間分數數線的步驟，建立其它的分數數線。

下面以建立 2 和 3 之間的分數數線為例說明：先標示整數數線 0、1、2、3、...。

數線上的 $2\frac{1}{4}$ 指的是 $2\frac{1}{4}$ 和 2 的距離是 $\frac{1}{4}$ ， $2\frac{2}{4}$ 指的是 $2\frac{2}{4}$ 和 2 的距離是 $\frac{2}{4}$ ， $2\frac{3}{4}$ 指的是 $2\frac{3}{4}$ 和 2 的距離是 $\frac{3}{4}$ 。



步驟五：幫助學生建立其它的分數數線。

2. 可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的刻度 5 有下列兩種意義：

(1) 在數線上的位置(或坐標)是 5。

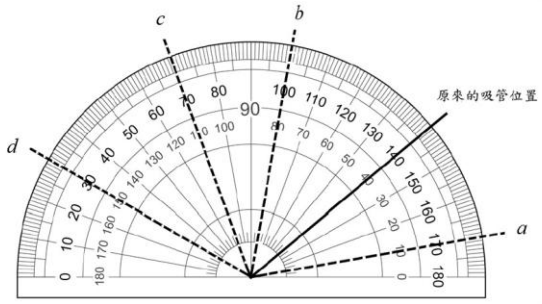
(2) 和原點 0 的距離是 5。

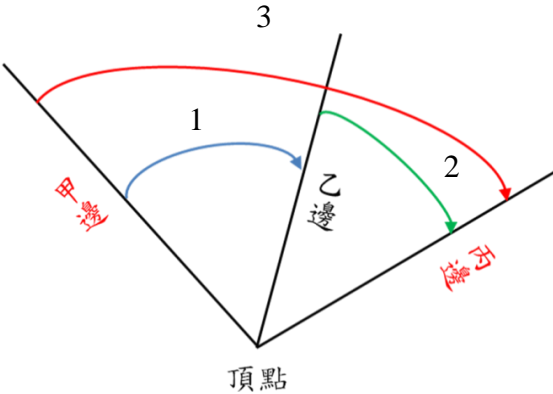
再以「數線上 A、B 兩點位置標示的數字是 12、18」為例，教師可以先說明 12 指的是 0 和 12 的距離是 12，18 指的是 0 和 18 的距離是 18，可以利用 $18 - 12 = 6$ 算出數線上 12 和 18 兩點的距離是 6。

相同的方式，可以算出 $2\frac{1}{5}$ 、 $3\frac{4}{5}$ 兩點的距離，以及 $12\frac{1}{5}$ 、

$13\frac{4}{5}$ 和 $102\frac{1}{5}$ 、 $103\frac{4}{5}$

兩點的距離都相等。

題號	13		
內容領域	幾何	認知歷程向度	解題思考
分年細目	4-s-05 能理解旋轉角（包括平角和周角）的意義。		
試題內容	<p>13. 如下圖，有一支吸管原本在 140 度的位置，如果先將它逆時針旋轉 70 度，再順時針旋轉 30 度，最後會停在圖中 a、b、c、d 的哪個位置？</p>  <p>① a ② b ③ c ④ d</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.07	0.14	0.01
2*	0.70	0.44	0.90
3	0.16	0.24	0.08
4	0.07	0.17	0.01
未作答	0.00		
通過率	0.70	鑑別度	0.46
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定量角器上吸管指向的角度和分別依順、逆時針旋轉後指向的角度，要求學生找出吸管最後指向的角度，評量學生運用旋轉角解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題鑑別度為 0.46，正確答案為選項 2，通過率為 70%，顯示七成的學生已具備運用旋轉角解題的能力。 2. 有 7% 的學生選擇選項 1 (低分組有 14%)，這些學生可能未具備運用旋轉角解題的能力；也可能誤解題意，只算出順時針旋轉 30 度指向的角度。 3. 有 16% 的學生選擇選項 3 (低分組有 24%)，這些學生可能未具備運用旋轉角解題的能力；也可能誤解題意，只算出逆時針旋轉 70 度指向的角度。 		

	4.有 7%的學生選擇選項 4(低分組有 17%)，這些學生可能未具備運用旋轉角解題的能力。			
教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	3-s-04 能認識角，並比較角的大小。	4-s-05 能理解旋轉角(包括平角和周角)的意義。	5-s-03 能認識圓心角，並認識扇形。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.因為旋轉角只有一邊在轉動，學生可能不理解旋轉角的意義，誤認為有兩邊的張開角才是角。 2.學生可能混淆順時針方向旋轉和逆時針方向旋轉的意義。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.教師可以利用合成兩次旋轉及一次旋轉的比較活動，幫助學生理解可以用加法算式記錄角度合成結果，以及減法算式記錄角度分解結果的意義。 例如先進行兩次旋轉的活動，第一次由甲邊順時針方向旋轉至乙邊，用$\angle 1$記錄旋轉的結果；第二次由乙邊順時針方向旋轉至丙邊，用$\angle 2$記錄旋轉的結果，用$\angle 1 + \angle 2$記錄這兩次旋轉活動合成的結果。 再進行一次旋轉的活動，由甲邊直接順時針旋轉至丙邊，用$\angle 3$記錄旋轉的結果。 透過比較「$\angle 1 + \angle 2$」和「$\angle 3$」，幫助學生發現，它們的始邊、終邊、旋轉方向和旋轉大小都相同，是相等的旋轉角，可以記成$\angle 1 + \angle 2 = \angle 3$。 			
	 <ol style="list-style-type: none"> 2.三年級討論的是「張開角」，教學重點是比較兩角張開程度的大小。 四年級討論的是「旋轉角」，旋轉角教學的重點是結合三年級張開角的概念及旋轉現象，不是將旋轉角當做新 			

	<p>的名詞來定義。</p> <p>「張開角」角度的範圍不能超過 180 度，「旋轉角」角度的範圍可以在 360 度以內。</p> <p>3. 旋轉角是向量，應要求學生說明旋轉的方向及旋轉的度數，例如「順時針旋轉 30 度」或「逆時針旋轉 150 度」，但是不引入旋轉角的記法(例如 -30 度或 $+150$ 度)。</p> <p>4. 可以將旋轉角應用在日常生活中，例如「向右轉」可以看成「順時針旋轉 90 度」，「向左轉」可以看成「逆時針旋轉 90 度」，「向後轉」可以看成「旋轉 180 度」，「轉一圈」可以看成「旋轉 360 度」。</p>
--	---

題號	14		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-n-07 能理解分數之「整數相除」的意涵。		
試題內容	<p>14. 藥局將藥膏平分成 16 罐，每罐有 8 公克，剩下 3 公克。 如果將這些藥膏重新分裝，全部平分裝成 16 瓶，一瓶有多少公克？</p> <p>① $8\frac{1}{8}$ 公克</p> <p>② $8\frac{3}{8}$ 公克</p> <p>③ $8\frac{3}{16}$ 公克</p> <p>④ $8\frac{8}{16}$ 公克</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.10	0.14	0.05
2	0.16	0.19	0.14
3*	0.61	0.47	0.74
4	0.12	0.19	0.07
未作答	0.01		
通過率	0.61	鑑別度	0.27
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定等分除情境的除數、商及餘數，要求學生改用分數表示兩數相除的結果，評量學生將「$a\div b=q\dots r$」格式改記成「$a\div b=\frac{a}{b}$」的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.27，正確答案為選項 3，通過率為 61%，顯示超過六成的學生已具備將「$a\div b=q\dots r$」格式改記成「$a\div b=\frac{a}{b}$」的能力。</p> <p>2. 有 10% 的學生選擇選項 1(低分組有 14%)，這些學生可能不具備將「$a\div b=q\dots r$」格式改記成「$a\div b=\frac{a}{b}$」的能力。</p> <p>3. 有 16% 的學生選擇選項 2(低分組有 19%)，這些學生可能知道要將剩下的 3 公克改記成分數，但是混淆等分除和包含除的意義，並沒有將剩下的 3 公克再平分成 16 罐，</p>		

	<p>得到 1 罐再分到 $\frac{3}{16}$ 公克的結果，這些學生選擇將 1 罐 8 公克為全體，將 3 公克改記成 $\frac{3}{8}$ 罐，他們也混淆罐和公克單位的意義，將 $\frac{3}{8}$ 罐解讀為 $\frac{3}{8}$ 公克，得到一瓶重 $3\frac{3}{8}$ 公克的答案。</p> <p>4. 有 12% 的學生選擇選項 4 (低分組有 19%)，這些學生可能不具備將「$a\div b=q\dots r$」格式改記成「$a\div b=\frac{a}{b}$」的能力，沒有進行將餘數 3 公克改記的活動。</p>			
教材地位分析		<p>先備的知識</p> <p>3-n-05 能理解除法的意義，運用 \div、$=$ 做橫式紀錄(包括有餘數的情況)，並解決生活中的問題。</p> <p>3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。</p>	<p>本題所需的知識</p> <p>4-n-07 能理解分數之「整數相除」的意涵。</p>	<p>延伸的知識</p> <p>5-n-09 能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。</p>
	補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生無法區分「$a\div b=q\dots r$」及「$a\div b=\frac{a}{b}$」兩種記法使用的時機。 2. 學生不具備將「$a\div b=q\dots r$」格式改記成「$a\div b=\frac{a}{b}$」的能力，不知道可以利用 $r\div b=\frac{r}{b}$，將「$a\div b=q\dots r$」改記成「$a\div b=q+\frac{r}{b}$」。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題有兩種解題的方法： <ul style="list-style-type: none"> 方法一：先算出藥膏的重量，再平分成 16 罐(學生必須掌握整數情境的乘除互逆) $8\times 16+3=131(\text{公克})$ 		

$$131 \div 16 = \frac{131}{16} = 8\frac{3}{16} (\text{公克})$$

方法二：將剩下的 3 公克再平分成 16 罐

$$3 \div 16 = \frac{3}{16} (\text{公克})$$

$$8 + \frac{3}{16} = 8\frac{3}{16} (\text{公克})$$

教師可以幫助使用方法一解題的學生改用方法二來解題。

2. 「 $1 = \frac{n}{n}$ 」是帶分數及假分數互換的先備知識。

學生可以利用加法或乘法算式「 $1 = \frac{7}{7}, \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{4}{7} = \frac{25}{7}$ 」或「 $\frac{7}{7} \times 3 = \frac{21}{7}, \frac{21}{7} + \frac{4}{7} = \frac{25}{7}$ 」，將帶分數「 $3\frac{4}{7}$ 」換成假分數「 $\frac{25}{7}$ 」。

利用減法或乘法算式「 $\frac{7}{7} = 1, \frac{25}{7} - \frac{7}{7} - \frac{7}{7} - \frac{7}{7} = \frac{4}{7}$ 」或「 $\frac{7}{7} \times 3 = \frac{21}{7}, \frac{25}{7} - \frac{21}{7} = \frac{4}{7}$ 」，將假分數「 $\frac{25}{7}$ 」換成帶分數「 $3\frac{4}{7}$ 」。

教師不宜限制學生，只能利用「 $25 \div 7 = 3 \dots 4$ 」的算法，得到「 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 」。

3. 以將假分數「 $\frac{25}{7}$ 」換成帶分數「 $3\frac{4}{7}$ 」為例，說明如何幫助學生利用

「 $25 \div 7 = 3 \dots 4$ 」的算法，得到「 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 」。

拿出 1 條黑色積木(長 7 公分)，將黑色積木平分成 7 份，其中的 1 份和

1 個白色積木一樣長，可以用 1 個白色積木代表 $\frac{1}{7}$ 條黑色積木。

$\frac{25}{7}$ 是 25 個 $\frac{1}{7}$ ，拿出 25 個白色積木代表 25 個 $\frac{1}{7}$ ，每 7

	<p>個白色積木換 1 條黑色積木，先幫助學生用減法算式「$25 - 7 = 18$，$18 - 7 = 11$，$11 - 7 = 4$」，得到可以換 3 條黑色積木，還剩下 4 個白色積木，也就是 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 的答案，再幫助學生用除法算式「$25 \div 7 = 3 \dots 4$」，以較有效率的算法得到 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 的答案。</p>
--	--

題號	15		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行
分年細目	4-n-02 能熟練整數加、減的直式計算。		
試題內容	<p>15. 算算看，52 億 25 萬 - 26 億 55 萬 = ?</p> <p>① 2599700000</p> <p>② 259700000</p> <p>③ 99700000</p> <p>④ 25700000</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.42	0.22	0.69
2	0.21	0.25	0.14
3	0.06	0.13	0.01
4	0.31	0.39	0.15
未作答	0.00		
通過率	0.42	鑑別度	0.47
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題是「幾億幾萬—幾億幾萬」的計算題，要求學生算出差是多少，評量學生位值單位換算及大數減法直式計算的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1.本題鑑別度為 0.47，正確答案為選項 1，通過率為 42%，顯示超過四成的學生已具備位值單位換算及大數減法直式計算的能力。</p> <p>2.有 21%的學生選擇選項 2(低分組有 25%)，這些學生可能未具備位值單位換算及大數減法直式計算的能力。計算「52 億 25 萬—26 億 55 萬」時，拿 1 個億換 1000 個萬，$1025 - 55 = 970$，得到 25 億 970 萬的答案，又誤將 25 億 970 萬記成 259700000。</p> <p>3.有 6%的學生選擇選項 3(低分組有 13%)，這些學生可能未具備位值單位換算及大數減法直式計算的能力。</p> <p>4.有 31%的學生選擇選項 4(低分組有 39%)，這些學生可能未具備位值單位換算及大數減法直式計算的能力。計算「52 億 25 萬—26 億 55 萬」時，拿 1 個億換 100 個萬，$125 - 55 = 70$，得到 25 億 70 萬的答案，又誤將 25 億 70 萬記成 25700000。</p>		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年 細目	3-n-02 能熟練加減直式 計算(四位數以 內,和 < 10000, 含多重退位)。	4-n-02 能熟練整數加、減 的直式計算。	7-n-06 能理解負數的特 性並熟練數(含小 數、分數)的四則混 合運算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生無法進行大數「十進位結構」和「萬進位結構」間的轉換。 2. 學生不知道 1 億是 10000 個萬，誤將 1 億看成 1000 萬或 100 萬。 3. 31%(高分組 15%，低分組 39%)的學生拿 1 個億換 100 個萬。 21%(高分組 14%，低分組 25%)的學生拿 1 個億換 1000 個萬。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題有兩種解題的方法： <ul style="list-style-type: none"> 方法一：先算出複名數「52 億 25 萬－26 億 55 萬」的答案，再改記成數字 $52 \text{ 億 } 25 \text{ 萬} - 26 \text{ 億 } 55 \text{ 萬} = 25 \text{ 億 } 9970 \text{ 萬}$ 25 億 9970 萬可以記成 2599700000。 方法二：先將「52 億 25 萬」及「26 億 55 萬」改記成數字，再算出答案 $52 \text{ 億 } 25 \text{ 萬}$ 可以記成 5200250000 $26 \text{ 億 } 55 \text{ 萬}$ 可以記成 2600550000 $5200250000 - 2600550000 = 2599700000$ 2. 進行「萬」及「億」單位教學時，必須進行 1 萬到 9999 萬與 1 億的命名。 以「萬」為單位的教學為例，十進位記數法逢十進一，只要學會 1 萬到 9 萬，10 個「萬」就換成 1 個「十萬」，「萬」的個數最多只有 9 個；而萬進位記數法逢萬進一，學生必須學會 1 萬到 9999 萬，10000 個「萬」才會換成 1「億」。 3. 日常生活中大數的讀法都是萬進位的讀法，以 23456789 的讀法為例，我們讀作二千三百四十五「萬」六千七百八十九，不會讀做二「千萬」三「百萬」四「十萬」五「萬」六千七百八十九。 教師應透過萬進位記數法的定位板或改記成四位一撇的方法，幫助學生熟悉大數的讀法。 			

4.大數的命名包含十進位記數法及萬進位記數法：

十進位記數法將「634567891」這個大數字讀做：六「億」三「千萬」四「百萬」五「十萬」六「萬」七「千」八「百」九「十」一。

億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	個
6	3	4	5	6	7	8	9	1

萬進位記數法先將「634567891」這個大數字由右至左、四位一撇改記成 6,3456,7891 後，讀做：六「億」、三千四百五十六「萬」、七千八百九十一。

億	萬	一
6	3456	7891

教師應協助學生進行十進位記數法與萬進位記數法的互換。

題號	16		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	解題思考
分年細目	4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算。		
試題內容	<p>16. 將一堆蘋果平分給 36 人，每人分到 26 顆，還剩下 23 顆蘋果。如果將這一堆蘋果全部平分給 18 人，每個人最多可以分到幾顆蘋果？剩下多少顆蘋果？</p> <p>① 每人分到 53 顆蘋果，剩下 5 顆蘋果 ② 每人分到 52 顆蘋果，剩下 23 顆蘋果 ③ 每人分到 13 顆蘋果，剩下 12 顆蘋果 ④ 每人分到 13 顆蘋果，剩下 11 顆蘋果</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.54	0.26	0.84
2	0.20	0.29	0.11
3	0.15	0.25	0.03
4	0.10	0.18	0.02
未作答	0.01		
通過率	0.54	鑑別度	0.57
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定將一堆蘋果平分給 36 個人的結果，要求學生選出將這堆蘋果重新平分給 18 個人的結果，評量學生較大位數的乘除直式計算能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.57，正確答案為選項 1，通過率為 54%，顯示超過五成的學生已具備較大位數的乘除直式計算能力。</p> <p>2. 有 20% 的學生選擇選項 2(低分組有 29%)，這些學生可能具備較大位數的除法直式計算能力，知道平分的人數變一半時，每人分到的蘋果顆數會變成 2 倍，但是這些學生沒有注意餘數必須小於除數的約定。</p> <p>3. 有 15% 的學生選擇選項 3(低分組有 25%)，10% 的學生選擇選項 4(低分組有 18%)，這些學生可能不具備較大位數的除法直式計算能力，誤以為平分的人數變為一半時，每個人分到的顆數及剩下的顆數也變為一半。</p>		

教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	3-n-06 能熟練三位數 除 以一位數 的直式計算。	4-n-03 能熟練較大位數的乘 除直式計算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生可能沒有察覺「餘數可以為 0，但是一定要小於除數」的約定。 2. 學生可能沒有察覺「被除數固定時，除數變大、商會變小，除數變小、商會變大」的現象，並延伸至「被除數固定時，除數變成 2 倍、商會變成一半」的現象。 3. 學生無法掌握有餘數問題情境乘除互逆的關係。 4. 20%(高分組 11%、低分組 29%)的學生知道除數(平分的人數)變為一半時，商(每人分到的顆數)會變成 2 倍，餘數(剩下的顆數)不變。但是沒有注意餘數必須小於除數的約定。25%選擇選項③或④，這些學生認為除數(平分的人數)變為一半時，商(每人分到的顆數)也變為一半。它們可能認為餘數(剩下的顆數)也變為一半，但是 23 不能整除 2，因此選擇餘數是 12 或 11。 5. 三年級第 15 題「將一堆蘋果平分給 8 個人，每個人分到 26 顆，還剩下 6 顆。如果將這一堆蘋果全部平分給 4 個人，每個人最多可以分到幾顆蘋果？還剩下多少顆蘋果？」的通過率是 47%(高分組 76%、低分組 22%)，本題的通過率是 54%(高分組 84%、低分組 26%)，顯示四年級的學生解這類問題的能力略勝三年級的學生。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題有兩種解題的方法 方法一：先算出這堆蘋果的顆數，再算出平分給 18 個人的結果 $36 \times 26 = 936$，$936 + 23 = 959$，透過乘除互逆，算出這堆蘋果有 959 顆 $959 \div 18 = 53 \dots 5$，得到每人分到 53 顆蘋果，還剩下 5 顆蘋果的答案。 方法二：利用平分的人數變成一半時，每人分到的蘋果顆數會變成 2 倍的性質解題，$\square \div 36 = 26 \dots 23$，所以 $\square \div 18 = 52 \dots 23$，因為餘數必須小於除數，所以剩下的 23 顆蘋果還要再分給 18 個人，得到每人分到 53 顆蘋果，還剩下 5 顆蘋果的答案。 教師應幫助利用方法解題的學生改用方法二來解題。 		

2.教師應幫助學生理解除法算式的意義，理解除法算式的意義包含下列部份：

(1)知道「被除數」、「除數」、「商」、「餘數」的名稱及意義。
(2)理解商及餘數的意義，知道餘數可以為0，而且一定要小於除數。

(3)理解商及餘數的意義，知道被除數減餘數後就能整除。

3.餘數不是0情境的乘除互逆比較困難，教師可以布置「桌上有14顆桃子，一堆桃子有3顆，共有4堆，剩下2顆桃子」的情境，幫助學生理解該情境，同時可以解讀成「1堆桃子有3顆，4堆桃子有12顆，加上剩下的2顆桃子，共有14顆桃子，可以記成 $3 \times 4 + 2 = 14$ 」，「14顆桃子，平分成4堆，一堆有3顆桃子，還剩下2顆桃子，可以記成 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」，「14顆桃子，每3顆分一堆，能分成4堆，還剩下2顆桃子，可以記成 $14 \div 3 = 4 \dots 2$ 」，幫助學生認識餘數不是0情境的乘除互逆。教師也可以將上述桃子的情境，改用下面的線段圖來表徵。在線段圖中也可以同時看到「 $3 \times 4 + 2 = 14$ 」、「 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」及「 $14 \div 3 = 4 \dots 2$ 」。



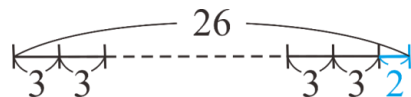
4.下面以「26顆桃子，平分成幾堆後，每堆有3顆，還剩下2顆？」為例，說明如何幫助學生利用乘除互逆的關係來解題。此處提供兩種幫助學生利用乘除互逆關係解題的方法：

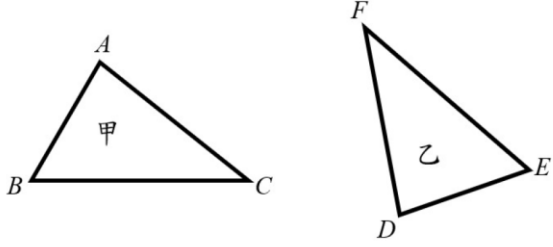
第一種：透過文字題的情境

「26顆桃子，平分成幾堆後，每堆有3顆，還剩下2顆」和「26個桃子，拿走2顆桃子後，每3顆桃子分成一堆，全部可以分成幾堆桃子」的意思相同，因此可以利用 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = 8$ ，算出平分成8堆。

第二種：透過線段圖

線段圖中可以知道 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = \square$ 和 $26 \div 3 = \square \dots 2$ 的意思相同，可以利用 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = 8$ 算出有8堆桃子。

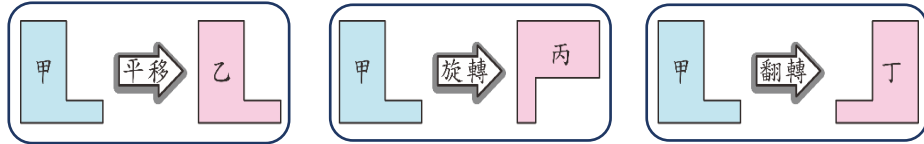


題號	17		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-s-03 能認識平面圖形全等的意義。		
試題內容	<p>17. 如圖，三角形甲和三角形乙是全等的三角形，邊 AB 和邊 DE 的長度相等，角 A 和角 D 的角度相等。下列敘述何者正確？</p>  <p>① 邊 AC 和邊 EF 的長度相等 ② 邊 BC 的對應邊是邊 EF ③ 角 B 和角 F 的角度相等 ④ 角 C 的對應角是角 E</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.27	0.35	0.15
2*	0.60	0.37	0.83
3	0.07	0.15	0.01
4	0.05	0.11	0.01
未作答	0.00		
通過率	0.60	鑑別度	0.46
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定 2 個全等的三角形及一組長度相等的邊和一組角度相等的角，要求學生選出正確描述對應邊和對應角的敘述，評量學生辨識全等圖形對應邊、對應角關係的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題鑑別度為 0.46，正確答案為選項 2，通過率為 60%，顯示六成的學生已具備辨別全等圖形對應邊、對應角關係的能力。 2. 有 27% 的學生選擇選項 1 (低分組有 35%)，這些學生可能未具備辨別全等圖形對應邊、對應角關係的能力，直觀的選擇擺放位置相同且看起來等長的兩邊為答案。 3. 有 7% 的學生選擇選項 3 (低分組有 15%)，5% 的學生選擇選項 4 (低分組有 11%)，這些學生可能未具備辨別全等圖形對應邊、對應角關係的能力。 		

教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	1-s-04 能依給定圖示，將簡單形體作平面鋪設與立體堆疊。	4-s-03 能認識平面圖形全等的意義。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1. 本題給定 2 個全等的三角形及一組長度相等的邊和一組角度相等的角，學生無法透過旋轉和平移將它們疊合或擺放在相對應的位置，因而找不出其他 2 組對應邊和 2 組對應角。</p> <p>2. 三角形兩邊的長度差異不大，直觀的選擇擺放位置相同且看起來等長的兩邊為對應邊。這些學生不知道應該透過邊 AB 和邊 DE 的長度相等，確定邊 AB 和邊 DE 互為對應邊，角 A 和角 D 的角度相等，確定角 A 和角 D 互為對應角後，才能判斷其他的兩邊是否為對應邊，其他的兩角是否為對應角。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 將一個圖形平移、旋轉或翻轉後，該圖形的形狀和大小不會改變，討論的是圖形形狀的保留概念；將一個圖形平移、旋轉或翻轉後，會和另一個圖形完全疊合，討論的是兩個圖形的全等關係。學生必須掌握圖形形狀的保留概念，才能透過疊合判斷兩圖形是否全等。當學生掌握兩圖形全等的意義後，可以開始討論全等關係的對稱性及遞移性。</p> <p>全等的對稱性：圖形甲和圖形乙全等，圖形乙也會和圖形甲全等。</p> <p>全等的遞移性：若圖形甲和圖形乙全等，圖形乙和圖形丙全等，則圖形甲和圖形丙全等。</p> <p>教師應透過平移、旋轉或翻轉圖形，幫助學生理解圖形的性質，在全等的操作下不會改變。例如將等腰三角形橫放、直放、斜放或翻轉，兩腰等長或兩底角相等的性質不會改變。</p> <p>2. 甲圖形經過平移、旋轉或翻轉後，和乙圖形完全疊合，稱甲、乙兩個圖形全等。</p> <p>下面以圖一、圖二及圖三為例說明。</p> <p>在圖一中，只要將左邊的圖形平移至右邊，就能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。</p>		

在圖二中，必須先將左邊的圖形平移至右邊，再將左邊的圖形順時針旋轉 90 度，或逆時針旋轉 270 度，才能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。

在圖三中，將左邊的圖形平移至右邊，不論如何旋轉，這兩個圖形都無法完全疊合，必須將左邊的圖形翻轉，才能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。



圖一

圖二

圖三

3. 四年級引入全等圖形、五年級引入線對稱圖形、六年級引入放大與縮小圖，這些教材討論的重點都是兩個圖形之間的關係。

全等是最容易溝通的關係，教師應透過操作，幫助學生認識兩圖形間構成要素的對應關係，例如三角形 ABC 和三角形 DEF 全等，將兩圖形疊合後，邊 AB 和邊 DE 重合，稱邊 AB 的對應邊為邊 DE，也稱邊 AB 和邊 DE 互為對應邊；

$\angle A$ 和 $\angle D$ 重合，稱 $\angle A$ 的對應角為 $\angle D$ ，也稱 $\angle A$ 和 $\angle D$ 互為對應角；A 點和 D 點重合，稱 A 點的對應點為 D 點，也稱 A 點和 D 點互為對應點，為五年級及六年級學習相關教材鋪路。

題號	18		
內容領域	代數	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-a-02 能在四則混合計算中，運用數的運算性質。		
試題內容	<p>18. 請問下列算式何者<u>錯誤</u>？</p> <p>① $10000 + 5024 - 2987 = 10000 - 5024 + 2987$</p> <p>② $10000 - 5024 + 2987 = 10000 + 2987 - 5024$</p> <p>③ $10000 + 5024 + 2987 = 5024 + 2987 + 10000$</p> <p>④ $10000 - 5024 - 2987 = 10000 - 2987 - 5024$</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.53	0.26	0.85
2	0.17	0.23	0.07
3	0.18	0.29	0.04
4	0.12	0.20	0.04
未作答	0.01		
通過率	0.53	鑑別度	0.59
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定四組加減混合計算的算式，要求學生選出等號不成立的算式，評量學生利用數的加減混合運算性質解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項 1，通過率為 53%，顯示超過五成的學生已具備利用數的加減混合運算性質解題的能力。</p> <p>2. 有 17% 的學生選擇選項 2(低分組有 23%)，這些學生可能不具備利用數的加減混合運算性質解題的能力，認為「$a + b - c = a - c + b$」成立，但是「$a - c + b = a + b - c$」不成立。</p> <p>3. 有 18% 的學生選擇選項 3(低分組有 29%)，這些學生可能不具備利用數的加減混合運算性質解題的能力，認為「$a + b + c = a + c + b$」不成立。</p> <p>4. 有 12% 的學生選擇選項 4(低分組有 20%)，這些學生可能不具備利用數的加減混合運算性質解題的能力，認為「$a - b - c = a - c - b$」不成立。</p>		

教材地位 分析	分 年 細 目	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
		2-a-02 能在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質。	4-a-02 能在四則混合計算中，運用數的運算性質。	5-a-03 能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。
補救教學 建議		<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1. 學生無法掌握數的加減混合運算性質：</p> <p>(1) 三數相加時，加法順序改變並不影響其和</p> <p>(2) $a+b-c=a-c+b$</p> <p>(3) $a-b-c=a-(b+c)$</p> <p>國小階段不處理 $a-b+c=a-(b-c)$</p> <p>2. 學生沒有數感或估算的能力，例如將 5024 看成 5000，2987 看成 3000。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 數的加減混合運算性質：</p> <p>(1) 三數相加時，加法順序改變並不影響其和</p> <p>(2) $a+b-c=a-c+b$</p> <p>(3) $a-b-c=a-(b+c)$</p> <p>國小階段不處理 $a-b+c=a-(b-c)$</p> <p>2. 以「甲有 80 元，給乙 10 元，給丙 20 元，還剩下多少元？」為例，</p> <p>說明如何幫助學生理解 $a-b-c=a-(b+c)$</p> <p>步驟一：先提供兩種解題的方法，限制用併式來記錄解題過程</p> <p>方法一：$80-10-20=50$</p> <p>方法二：$80-(10+20)=50$</p> <p>步驟二：幫助學生看到這兩個算式的答案相同</p> <p>可以記成 $80-(10+20)=80-10-20$</p> <p>或 $80-10-20=80-(10+20)$</p> <p>步驟三：幫助學生察覺這兩種方法都是合理的算法，因此不必算出答案也知道它們的答案一定相等。</p>		

題號	19			
內容領域	幾何	認知歷程向度	解題思考	
分年細目	4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。			
試題內容	<p>19. 鈍角三角形 ABC 中角 A 的角度是 92 度，下列何者<u>不可能</u>是角 B 的角度？</p> <p>① 1 度 ② 45 度 ③ 85 度 ④ 90 度</p>			
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)			
選項	整體	低分組	高分組	
1	0.34	0.46	0.13	
2	0.06	0.14	0.01	
3	0.06	0.13	0.01	
4*	0.53	0.26	0.84	
未作答	0.01			
通過率	0.53	鑑別度	0.58	
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定鈍角三角形中鈍角的角度，要求學生選出不可能是其他角的角度，評量學生辨認鈍角三角形的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.58，正確答案為選項 4，通過率為 53%，顯示超過五成的學生已具備辨識鈍角三角形的能力。</p> <p>2. 有 34% 的學生選擇選項 1 (低分組有 46%)，這些學生可能不具備辨識鈍角三角形的能力；也可能在日常生活中或課堂活動中很少看到角度是 1 度的角，這些學生可能認為三角形中不會存在角度是 1 度的角。</p> <p>3. 有 6% 的學生選擇選項 2 (低分組有 14%)，6% 的學生選擇選項 3 (低分組有 13%)，這些學生可能不具備辨識鈍角三角形的能力。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	3-s-07 能由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。	4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。	4-s-02 能透過操作，認識基本三角形與四邊形的簡單性質。

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 教師不宜透過「有一個角是鈍角的三角形」來定義鈍角三角形，教師應透過「有一個角是鈍角、其它二個角是銳角的三角形」來定義鈍角三角形。

因為五年級才引入「三角形三內角和為 180 度」的性質，四年級學生不知道有一個角是鈍角的三角形，其他兩個角一定是銳角。

2. 在日常生活中或課堂活動中學生很少看到角度是 1 度的角，因此認為三角形中不會存在角度是 1 度的角。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 分年細目 4-S-01 透過「角」與「邊」的特徵比對，辨認下列三角形，也就是給下列三角形下定義。

等腰三角形：兩邊等長或三邊都等長的三角形。

直角三角形：有一個角是直角，另兩個角是銳角的三角形。

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

鈍角三角形：有一個角是鈍角，另兩個角是銳角的三角形。

等腰直角三角形：有一個角是直角的等腰三角形。

正三角形：三邊都等長的三角形。

2. 有三種定義直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形的方法：

第一種方法：直角三角形：有一個角是直角、其它二個角是銳角的三角形。

鈍角三角形：有一個角是鈍角、其它二個角是銳角的三角形。

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

第二種方法：直角三角形：有一個角是直角的三角形。

鈍角三角形：有一個角是鈍角的三角形。

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

第三種方法：直角三角形：最大角是直角的三角形。

鈍角三角形：最大角是鈍角的三角形。

銳角三角形：最大角是銳角的三角形。

因為五年級才引入三角形內角和為 180 度的性質，學生不知道一個角是直角或鈍角時，其它兩個角一定是銳角，因此限制使用第一種方法定義直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形。

題號	20		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	解題思考
分年細目	4-n-07 能理解分數之「整數相除」的意涵。		
試題內容	<p>20. 一條緞帶長 8 公尺，芳芳把 1 條緞帶平分成 5 段，用其中的 1 段布置教室，請問芳芳用了多少緞帶？</p> <p>甲說：用了 $\frac{1}{5}$ 條緞帶</p> <p>乙說：用了 $\frac{8}{5}$ 公尺緞帶</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲</p> <p>② 只有乙</p> <p>③ 甲和乙都正確</p> <p>④ 甲和乙都不正確</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.55	0.39	0.65
2	0.16	0.23	0.12
3*	0.13	0.18	0.12
4	0.15	0.20	0.11
未作答	0.01		
通過率	0.13	鑑別度	-0.06
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定一條緞帶及其長度幾公尺，要求學生選出正確描述平分成 5 段後其中一段的分數，評量學生是否理解分數之「整數相除」的意涵。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為-0.06，正確答案為選項 3，通過率為 13%，顯示超過一成的學生已能理解分數是「整數相除」的意涵。</p> <p>2. 有 55% 的學生選擇選項 1(低分組有 39%)，這些學生可能已掌握連續量情境分數的命名活動，知道「將 1 條繩子平分成 5 段，其中的 1 段是 $\frac{1}{5}$ 條繩子」是正確的敘述，但是忽略題目使用「1 條」和「8 公尺」兩個單位描述繩子，這些學生可能不理解分數是「整數相除」的意涵，不知道「將 8 公尺平分成 5 段，其中的 1 段是 $\frac{8}{5}$ 公尺」</p>		

	<p>也是正確的敘述；也可能認為分數必須比 1 小，認為 $\frac{8}{5}$ 公尺不是合理的答案。</p> <p>3.有 16%的學生選擇選項 2(低分組有 23%)，這些學生可能理解分數是「整數相除」的意涵，知道「將 8 公尺平分成 5 段，其中的 1 段是 $\frac{8}{5}$ 公尺」是正確的敘述，但是忽略題目使用「1 條」和「8 公尺」兩個單位描述繩子，沒有注意「將 1 條繩子平分成 5 段，其中的 1 段是 $\frac{1}{5}$ 條繩子」也是正確的敘述。</p> <p>4.有 15%的學生選擇選項 4(低分組有 20%)，這些學生可能不理解分數是「整數相除」的意涵，也無法進行連續量情境分數的命名活動。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。	4-n-07 能理解分數之「整數相除」的意涵。	5-n-09 能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1.學生沒有注意題目使用「1 條」和「8 公尺」兩個單位描述繩子，「將 1 條繩子平分成 5 段，其中的 1 段是 $\frac{1}{5}$ 條繩子」和「將 8 公尺平分成 5 段，其中的 1 段是 $\frac{8}{5}$ 公尺」都是正確的敘述。</p> <p>2.只要題目中有兩個或兩個以上的單位，教師教學或評量時應強調處理或運算的是甚麼單位，養成學生注意單位的習慣。</p> <p>3.學生常有分數必須比 1 小的迷思概念，認為 $\frac{8}{5}$ 公尺不是合理的答案。</p> <p>4.有 55%的學生選擇選項①(高分組 65%、低分組 39%)，這些學生人為「1 條繩子平分成 5 段，其中 1 段是 $\frac{1}{5}$ 條」</p>			

正確，而「8 公尺平分成 5 段，其中 1 段是 $\frac{8}{5}$ 公尺」錯誤。有 16% 選擇選項②(高分組 12%、低分組 23%)，這些學生人為「1 條繩子平分成 5 段，其中 1 段是 $\frac{1}{5}$ 條」錯誤，而「8 公尺平分成 5 段，其中 1 段是 $\frac{8}{5}$ 公尺」正確。顯示多數學生不熟悉單位問題（用條和公尺兩種單位描述緞帶）情境。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 「整數除以整數，商數是分數，且沒有餘數問題」的題型包含等分除情境、包含除情境和測量情境三類問題。
等分除情境：3 個(或 13 個)蘋果平分給 5 個人，全部分完，每人分到幾個蘋果？

包含除情境：一盒蘋果有 5 個，3 個(或 13 個)蘋果相當於幾盒？

測量情境：一條繩子長 5 公分，3 公分(或 13 公分)相當於幾條？

本題是等分除情境的問題。

2. 以等分除問題「5 公升果汁，平分裝成 3 瓶，全部裝完，每瓶裝幾公升？」為例，可以有兩種解題的策略，第一種是回到整數除以整數，商數是整數，餘數是 0 的舊經驗；第二種是回到分數命名的舊經驗(每次拿 1 公升來分)，建議教師必須引入第二種解題策略，幫助學生擴展分數的意義。

下面分別說明這兩種解題策略。

第一種：回到整數除以整數，商數是整數，餘數是 0 的舊經驗

$$5 \text{ 公升} = \frac{15}{3} \text{ 公升} (15 \text{ 個 } \frac{1}{3} \text{ 公升}), 15 \div 3 = 5 (5 \text{ 個 } \frac{1}{3} \text{ 公升}),$$

答：每瓶裝 $\frac{5}{3}$ 公升

第二種：回到分數命名的舊經驗(每次拿 1 公升來分)

$$1 \div 3 = \frac{1}{3} (1 \text{ 公升果汁平分成 3 份，其中的 1 份是 } \frac{1}{3} \text{ 公升})$$

5 公升是 5 個 1 公升 $\Rightarrow \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3}$ (公升),

答：每瓶裝 $\frac{5}{3}$ 公升

當學生有一些解題成功的經驗後，應要求學生用沒有餘數的除法算式「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後再遇到這個問題時，可以直接利用整數除以整數的算式「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」算出答案。

題號	21		
內容領域	代數	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-a-01 能在具體情境中，理解乘法結合律。		
試題內容	<p>21. 「快樂國小有 25 個班級，每班有 4 位模範生，校長要送每位模範生 9 個口罩，請問總共需要幾個口罩？」</p> <p>下列哪些算式能算出正確的答案？</p> <p>甲：$(9 \times 4) \times 25$ 乙：$9 \times (4 \times 25)$ 丙：$(4 \times 25) \times 9$ 丁：$4 \times (9 \times 25)$</p> <p>① 只有甲和乙 ② 只有乙和丙 ③ 只有甲、乙和丙 ④ 甲、乙、丙和丁</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.16	0.26	0.06
2	0.37	0.38	0.27
3	0.18	0.20	0.17
4*	0.28	0.15	0.49
未作答	0.01		
通過率	0.28	鑑別度	0.34
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定連乘兩步驟問題情境，要求學生選出正確的列式，評量學生利用乘法結合律及交換律解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.34，正確答案為選項 4，通過率為 28%，顯示近三成的學生已具備利用乘法結合律及交換律解題的能力。</p> <p>2. 有 16% 的學生選擇選項 1 (低分組有 26%)，這些學生可能未具備利用乘法結合律及交換律解題的能力；也可能已具備利用乘法結合律及交換律解題的能力，但是被要求「答案問的是幾個口罩」，9 個口罩必須記在算式的最前面，因此選擇只有甲和乙兩個算式正確。</p> <p>3. 有 37% 的學生選擇選項 2 (低分組有 38%)，這些學生可能未具備利用乘法結合律及交換律解題的能力；也可能已具備利用乘法結合律及交換律解題的能力，但是被要求要列出能簡化計算的算式，因此選擇只有乙和丙兩個算式正確。</p>		

	4.有 18%的學生選擇選項 3(低分組有 20%)，這些學生可能未具備利用乘法結合律及交換律解題的能力。			
教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	2-a-02 能在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質。	4-a-01 能在具體情境中，理解乘法結合律。	5-a-03 能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1.學生被要求「答案問的是幾個口罩」，9 個口罩必須記在算式的最前面，因此選擇只有甲和乙兩個算式正確。 二、三年級為了強調乘法算式的意義，教師常要求學生被乘數和乘數位置不可互換，但是到四年級學完乘法交換律和乘法結合律以後，教師應放寬要求，接受所有合理的記法，為國中階段引入代數記法鋪路。</p> <p>2.學生混淆「合理的算式」和「有效率的算式」，教師應鼓勵學生利用乘法交換律和乘法結合律來簡化計算，但應說明沒有簡化計算效果的算式也是合理的算式，例如本題的甲和丙也是能算出答案的合理算式。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1.建議教師在具體情境中，幫助學生理解乘法結合律。 以「一盒蘋果裝 25 顆，12 盒蘋果裝一箱。爸爸進口 20 箱蘋果，請問進口幾顆蘋果？」為例，幫助學生認識先算 1 箱有 25×12 顆蘋果，再算 20 箱有幾顆蘋果，記成 $(25 \times 12) \times 20 = 6000$；和先算 20 箱有 12×20 盒蘋果，再算 12×20 盒有幾顆蘋果，記成 $25 \times (12 \times 20) = 6000$，因為答案相同，所以 $(25 \times 12) \times 20 = 25 \times (12 \times 20)$。</p> <p>2.教師應幫助學生從「觀察現象」的層次發展至「預期」的層次，以「一盒蘋果裝 25 顆，12 盒蘋果裝一箱。爸爸進口 20 箱蘋果，請問進口幾顆蘋果？」為例，有兩個認識乘法結合律性質的層次： 層次一：學生必須算出答案，才相信「$(25 \times 12) \times 20$」和「$25 \times (12 \times 20)$」的答案相同。 層次二：學生不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同。 教師應幫助層次一的學生提升至層次二。</p>			

	<p>3.利用結合律來簡化計算時，計算過程中常同時利用到乘法交換律及乘法結合律。例如計算$(25 \times 11) \times 4 = 25 \times (11 \times 4) = 25 \times (4 \times 11) = (25 \times 4) \times 11 = 100 \times 11 = 1100$。教師教學時不必詳細說明上述計算過程，只要透過情境幫助學生認識乘法順序改變並不影響其積的性質。</p>
--	--

題號	22		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-n-05 能做整數四則混合計算（兩步驟）。		
試題內容	<p>22. 甲：$48 \div 3 \times 2 = 48 \div 6 = 8$ 乙：$348 - 56 + 156 = 348 - 100 = 248$ 丙：$34 + 16 \times 7 = 50 \times 7 = 350$</p> <p>請問上面哪些算式的算法和答案都正確？</p> <p>① 只有甲 ② 只有甲和乙 ③ 三個都正確 ④ 三個都不正確</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.24	0.24	0.18
2	0.17	0.29	0.06
3	0.22	0.28	0.13
4*	0.36	0.17	0.61
未作答	0.01		
通過率	0.36	鑑別度	0.44
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定三個用逐次減項記法紀錄的四則混合計算算式，要求學生選出算法和答案都正確的算式，評量學生整數四則混合計算的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.44，正確答案為選項 4，通過率為 36%，顯示近四成的學生已具備四則混合計算的能力。</p> <p>2. 有 24% 的學生選擇選項 1 (低分組有 24%)，這些學生可能不具備四則混合計算的能力；也可能誤解「先乘除後加減」運算次序的約定，不知道「先乘除後加減」指的是「算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份」，誤將「先乘除後加減」解讀為「乘法和除法算式在一起時，要先算乘法的部分」；也可能不知道「由左往右算」運算次序的約定是「算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算」，「$48 \div 3 \times 2$」滿足「由左往右算」的約定，正確的算法是 $48 \div 3 \times 2 = 16 \times 2 = 32$。</p>		

	<p>3.有 17%的學生選擇選項 2(低分組有 29%)，這些學生除了上面選擇選項 1 的迷思外，也可能不知道「$a-c+b=a+b-c$」，誤認為「$a-c+b=a-(b-c)$」。</p> <p>4.有 22%的學生選擇選項 3(低分組有 28%)，這些學生除了上面選擇選項 1 及選項 2 的迷思外，可能沒有括號的混和計算都是由左往右依次運算，這些學生不知道「先乘除後加減」指的是「算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份」，「$34+16\times 7$」滿足「先乘除後加減」的約定，正確的算法是 $34+16\times 7=34+112=146$。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	<p>4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。</p>	<p>4-n-05 能做整數四則混合計算(兩步驟)。</p>	<p>5-n-03 能熟練整數四則混合計算。</p>
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生誤解「先乘除後加減」運算次序的約定，不知道「先乘除後加減」指的是「算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份」，誤將「先乘除後加減」解讀為「乘法和除法算式在一起時，要先算乘法的部分」。 2.學生計算沒有括號的四則混和計算都是由左往右依次運算，這些學生不知道「先乘除後加減」指的是「算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份」。 3.學生不知道「$a-c+b=a+b-c$」成立。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.$2\times 3+7=6+7=13$ 是利用「先乘除後加減」運算次序的約定，不是利用「由左往右算」運算次序的約定。 2.«$12\div 3\times 2=12\div 6=2$»是學生常出現的迷思概念，這些學生混淆「先乘除後加減」運算次序的約定，誤認為乘的運算次序比除優先。教師應說明這些算式都是「乘、除」，要使用「由左往右算」運算次序的約定。 3.以 $7+2+2+2+2$ 為例，學生可以利用加法來解題，如果學生將算式改記成 $7+2\times 4$，就表示要先算「$2+2+2+2=2\times 4$」的部份，所以數學上約定乘的部份要先算。 4.四年級兩步驟計算問題中，只會用到①括號先算、②先乘除後加減、③由左往右算，這三個約定其中的一個約定。 括號先算：$13-(2+5)=13-7=6$ $7\times(5-2)=7\times 3=21$ 先乘除後加減：$5+3\times 4=5+12=17$ 			

$$12 - 6 \div 2 = 12 - 3 = 9$$

$$5 \times 6 + 2 = 30 + 2 = 32$$

$$60 \div 2 - 9 = 30 - 9 = 21$$

由左往右算： $12 + 3 - 5 = 15 - 5 = 10$

$$12 \div 3 \times 2 = 4 \times 2 = 8$$

建議教師將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題。

第一類：有括號的兩步驟計算問題

括號的部份要先算，簡稱為括號先算。

第二類：沒有括號的兩步驟計算問題

算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份。簡稱為先乘除後加減

算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。簡稱為由左往右算。

5. 對四年級學生而言，「先乘除後加減」的四則混合計算問題最困難，建議教師透過比較下列左右兩個算式的運算次序，幫助學生發現兩個共同的特徵。

這些算式中，「加、減」和「乘、除」這兩類運算符號都有。

左邊的算式有括號，括號的部份要先算，右邊的算式中沒有括號，有乘或除運算的部份要先算。

再說明算式中「加、減」這一類和「乘、除」這一類的運算都有的時候，要先算「乘、除」的部份，稱這種運算次序的約定為「先乘除後加減」。

$(2 \times 3) + 7 = 6 + 7$ $= 13$	$2 \times 3 + 7 = 6 + 7$ $= 13$
$(30 \div 3) - 7 = 10 - 7$ $= 3$	$30 \div 3 - 7 = 10 - 7$ $= 3$
$20 - (3 \times 4) = 20 - 12$ $= 8$	$20 - 3 \times 4 = 20 - 12$ $= 8$
$8 + (12 \div 3) = 8 + 4$ $= 12$	$8 + 12 \div 3 = 8 + 4$ $= 12$

題號	23		
內容領域	量與實測	認知歷程向度	解題思考
分年細目	4-n-14 能以複名數解決量（長度、容量、重量）的計算問題。		
試題內容	<p>23. 2 公尺 30 公分 + 7100 公分 = 甲公尺乙公分 2 公里 30 公尺 + 7100 公尺 = 丙公里丁公尺 請問下列敘述何者正確？ (1 公里 = 1000 公尺，1 公尺 = 100 公分。)</p> <p>① 甲 = 73 ，乙 = 30 ，丙 = 73 ，丁 = 30 ② 甲 = 73 ，乙 = 30 ，丙 = 9 ，丁 = 130 ③ 甲 = 9 ，乙 = 130 ，丙 = 73 ，丁 = 30 ④ 甲 = 9 ，乙 = 130 ，丙 = 9 ，丁 = 130</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.18	0.23	0.11
2*	0.35	0.23	0.58
3	0.18	0.26	0.07
4	0.28	0.25	0.23
未作答	0.02		
通過率	0.35	鑑別度	0.35
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定「幾公尺幾公分+幾公分=甲公尺乙公分」、「幾公里幾公尺+幾公尺=丙公里丁公尺」及「1 公里=1000 公尺，1 公尺=100 公分」，要求學生算出甲、乙、丙和丁的答案，評量學生長度複名數的換算與加減計算的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1.本題鑑別度為 0.35，正確答案為選項 2，通過率為 35%，顯示三成五的學生已具備長度複名數(公尺與公分、公里與公尺)間的換算與加減計算的能力。</p> <p>2.有 18%的學生選擇選項 1(低分組有 23%)，這些學生可能未具備長度複名數(公尺與公分、公里與公尺)間的換算與加減計算的能力；也可能知道 1 公尺=100 公分，但誤認為 1 公里=100 公尺。</p> <p>3.有 18%的學生選擇選項 3(低分組有 26%)，這些學生可能未具備長度複名數(公尺與公分、公里與公尺)間的換算與加減計算的能力；也可能誤認為 1 公里=100 公尺，1 公尺=1000 公分。</p>		

	<p>4.有 28%的學生選擇選項 4(低分組有 25%)，這些學生可能未具備長度複名數(公尺與公分、公里與公尺)間的換算與加減計算的能力；也可能知道 1 公里=1000 公尺，但誤認為 1 公尺=1000 公分。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	<p>3-n-14 能認識長度單位「毫米」，及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並作相關的實測、估測與計算。</p>	<p>4-n-14 能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。 4-n-15 能認識長度單位「公里」，及「公里」與其他長度單位的關係，並作相關計算。</p>	<p>5-n-16 能認識重量單位「公噸」及「公噸」、「公斤」間的關係，並做相關計算。</p>
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因 學生沒有熟記 1 公里=1000 公尺，1 公尺=100 公分的單位換算關係。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1.本評量指標內容強調「公尺、公分」、「公里、公尺」進退位的加減及整數倍乘法計算，這些單位都是 100：1 或 1000：1 的關係。 四年級長度單位引入「公里、公尺、公分及毫米」；開始處理跨單位及雙向化聚的問題。雙向化聚問題評量時以「公里、公尺」及「公尺、公分」為宜。</p> <p>2.二位數加減二位數的加減問題，與相鄰二階單位的時間、長度、重量、容量等加減問題，它們的運算方式都相同，例如「38+25」、「3 小時 40 分鐘+2 小時 50 分鐘」、「3 公尺 60 公分+5 公尺 80 公分」、「3 公斤 460 公克+5 公斤 860 公克」、「13 公升 780 毫公升+23 公升 380 毫公升」等加法運算都相同，只是二位數的加法是逢十進一(10 個①聚成 1 個⑩)。例子中時間的加法是逢六十進一(60 個 1 分鐘聚成 1 小時)，長度的加法是逢一百進一(100 個 1 公分聚成 1 公尺)，重量及容量的加法都是逢一千進一(1000 個 1 公克或毫公升聚成 1 公斤或 1 公升)。教師可以幫助學生發現它們之間運算相同的關係，將長度、容量、重量的複名數加減視為相同的解題方式。</p> <p>3.下面以「35+58」和「3 公尺 50 公分+5 公尺 80 公分」為例，建議教師幫助學生理解這兩個運算相同，二位數</p>			

的加法是逢十進一(10個①聚成1個⑩)，長度的加法是逢一百進一(100個1公分聚成1公尺)。

	⑩	①	
	3	5	
+	5	8	
		13	⇒ 5個①加8個①是13個①
	8		⇒ 3個⑩加5個⑩是8個⑩
	1	3	⇒ 13個①是1個⑩3個①
+	8		
	9	3	⇒ 合起來是9個⑩3個①

	公尺	公分	
	3	50	
+	5	80	
		130	⇒ 50公分加80公分是130公分
	8		⇒ 3公尺加5公尺是8公尺
	1	30	⇒ 130公分是1公尺30公分
+	8		
	9	30	⇒ 合起來是9公尺30公分

題號	24		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	解題思考
分年細目	4-n-11 能認識二位小數與百分位的位名，並做比較。		
試題內容	<p>24. 0.20、0.30 都是二位小數。請問比 0 大、比 1 小的二位小數共有幾個？</p> <p>① 9 個 ② 10 個 ③ 90 個 ④ 99 個</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.36	0.38	0.25
2	0.18	0.30	0.05
3	0.08	0.14	0.05
4*	0.36	0.16	0.63
未作答	0.02		
通過率	0.36	鑑別度	0.48
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題先說明 0.20、0.30 都是二位小數，要求學生找出比 0 大、比 1 小的二位小數個數，評量學生是否認識二位小數。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.48，正確答案為選項 4，通過率為 36%，顯示近四成的學生已具備認識二位小數的能力。</p> <p>2. 有 36% 的學生選擇選項 1 (低分組有 38%)，這些學生可能已認識二位小數，但是誤解題意，只算出 0.10 到 0.20 間的 9 個二位小數(0.11、0.12、…、0.18、0.19)；也可能誤解題意，只算出百分位數字為 0 的 9 個二位小數(0.10、0.20…、0.90)。</p> <p>3. 有 18% 的學生選擇選項 2 (低分組有 30%)，這些學生可能未具備二位小數的辨識能力，以示例中 2 個小數的小數位數字相減：$30-20=10$，故找出比 0 大、比 1 小的二位小數有 10 個。</p> <p>4. 有 8% 的學生選擇選項 3 (低分組有 14%)，這些學生可能未具備二位小數的辨識能力；也可能在課堂活動時認為 0.20、0.30 這些百分位為 0 的小數必須改記成 0.2 或 0.3，因此它們不是二位小數，這些學生不理會题目的提示「0.20、0.30 都是二位小數」，算出 0.01~0.09，0.11~0.09，…，0.91~0.99 等共有 90 個二位小數。</p>		

教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	3-n-12 能認識一位小數，並作比較與加減計算。	4-n-11 能認識二位小數與百分位的位名，並做比較。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1. 學生認為 0.20、0.30 這些百分位為 0 的小數必須改記成 0.2 或 0.3，因此它們不是二位小數。</p> <p>2. 0.20、0.30 等都是二位小數的記法，因為 0.20 和 0.2 一樣大(和等值分數的意義相同)，習慣上我們將 0.20、0.30 改記成 0.2 或 0.3。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 小數是整數十進位系統的延伸，在引入一位小數時，十分位的值必須是個位的 $\frac{1}{10}$ 倍，因此規定「$0.1 = \frac{1}{10}$」。</p> <p>在引入二位小數時，百分位的值必須是個位的 $\frac{1}{100}$ 倍，因此規定「$0.01 = \frac{1}{100}$」。百分位位名的由來是「$\frac{1}{100} = 0.01$」的關係。</p> <p>2. 教師常要求學生將計算後的結果 3.0 改記成 3，2.30 改記成 2.3，可以這樣記的原因是 3.0 和 3 等值，2.30 和 2.3 等值，而 3 和 2.3 是最簡小數的概念。</p> <p>六年級引入最簡分數後，我們會要求分數問題最後的答案要用最簡分數來表示，相同的理由，我們也希望小數問題最後的答案要用最簡小數來表示。</p> <p>四年級學生將計算後的結果記成 3.0 或 2.30，教師應先接受，再幫助學生改記成 3 或 2.3。</p> <p>3. 最小的 2 位小數為 0.01，最大的 2 位小數為 0.99。</p> <p>教師可以以 0.01 為單位由累加 0.01 開始累加，0.01、0.02...0.09、0.10、0.11...0.19、0.20、0.2 累加 1...0.89、0.90...0.99，點數出共有 99 個二位小數。</p>		

題號	25		
內容領域	幾何	認知歷程向度	解題思考
分年細目	4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。		
試題內容	<p>25. 下列是甲、乙和丙三人對等腰直角三角形的說法？</p> <p>甲說：只有兩條邊一樣長 乙說：只有兩個角一樣大 丙說：最大的角是直角</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲和乙 ② 只有甲和丙 ③ 只有乙和丙 ④ 甲、乙、丙都正確</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.31	0.32	0.23
2	0.16	0.23	0.08
3	0.13	0.19	0.07
4*	0.37	0.23	0.60
未作答	0.03		
通過率	0.37	鑑別度	0.38
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定關於等腰直角三角形的三種說法，要求學生選出正確的說法，評量學生能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認等腰直角三角形的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.38，正確答案為選項 4，通過率為 37%，顯示近四成的學生已具備運用「角」與「邊」等構成要素，辨認等腰直角三角形的能力。</p> <p>2. 有 31% 的學生選擇選項 1 (低分組有 32%)，這些學生可能知道等腰直角三角形指兩條邊一樣長，只有兩個角一樣大，也可能知道等腰直角三角形有一個角是直角，但是不知道直角是最大的角。</p> <p>2. 有 16% 的學生選擇選項 2 (低分組有 23%)，這些學生可能會辨認等腰直角三角形，知道等腰直角三角形有兩條邊一樣長，有一個角是直角，而且是最大角，但是無法掌握等腰直角三角形兩底角相等的性質。</p>		

	2.有 13%的學生選擇選項 3(低分組有 19%)，這些學生可能不具備辨認等腰直角三角形的能力，不知道等腰直角三角形有兩邊一樣長。			
教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	3-s-04 能認識角，並比較角的大小。(同 3-n-17)	4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。	5-s-01 能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生不易同時掌握「有兩邊等長」及「有一個角為直角」這兩個性質，不理解「有 2 條邊一樣長且有一個角是直角的三角形為等腰直角三角形」的說法，誤以為只要其中一個條件成立的三角形，就是等腰直角三角形。 2.學生沒有比較三角形三個角大小的解題經驗，不知道「最大的角」的意義。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.以等腰直角三角形 ABC，$\angle A$ 是直角為例，教師可以說明等腰直角三角形 ABC 中有 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 三個角，其中 $\angle A$ 是直角，$\angle A$ 比 $\angle B$ 大，$\angle A$ 也比 $\angle C$ 大，我們說 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 這三個角中，$\angle A$ 最大。 2.教師<u>不宜</u>直接宣告有 2 條邊一樣長且有一個角是直角的三角形為等腰直角三角形，學生不易同時掌握「有兩邊等長」及「有一個角為直角」這兩個性質。建議教師透過下列兩種方式幫助學生理解等腰直角三角形的意義。 <ul style="list-style-type: none"> 第一種：由等腰三角形中找出直角三角形 教師可以利用扣條等教具先做出等長的兩條邊，也就是先滿足等腰三角形的條件，再旋轉扣條讓兩邊的夾角是直角，最後圍成一個三角形，稱這個做出來的三角形為等腰直角三角形。 第二種：由直角三角形中找出等腰三角形 教師可以先利用三角板畫出直角，也就是先滿足直角三角形的條件，再利用圓規畫出等長的兩邊，最後再連成一個三角形，稱這個畫出來的三角形為等腰直角三角形。當學生有這兩種方法的學習經驗後，較能夠掌握等腰直角三角形同時具備「有兩邊等長」及「有一個角為直角」這兩個性質的意義。 			

3.教師可以畫出數個等腰直角三角形，幫助學生察覺這些等腰直角三角形，邊和角都具備下列性質

(1)邊的性質：三條邊中，都有兩條邊一樣長，另一條不一樣長的邊，比等長的這兩條邊長。

(2)角的性質：都有一個角是直角，另外的兩個角一樣大，但是都比直角小。

如果教師行有餘力，可以幫助學生察覺邊和角都具備下列關係：

(1)直角是最大角，對應的邊是最長邊

(2)兩個一樣大的角，對應的邊都一樣長；兩個一樣長的邊，對應的角都一樣大。

(3)直角比另一個角大，直角對應的邊比另一個角對應的邊長。

最長的邊對應的角是直角，比另一邊對應的角大。

五年級試題選項分析與教學建議

題號	1		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-n-05 能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。		
試題內容	<p>1. 已知「1、2、3、4、6、8、12、24」是 24 所有的因數。請問下列何者是 24 和 42 的最大公因數？</p> <p style="margin-left: 40px;">① 3</p> <p style="margin-left: 40px;">② 6</p> <p style="margin-left: 40px;">③ 8</p> <p style="margin-left: 40px;">④ 12</p>		
選答率 選項	答題反應比率（*表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1	0.04	0.08	0.01
2*	0.77	0.56	0.93
3	0.05	0.10	0.02
4	0.14	0.26	0.04
未作答	0.00		
通過率	0.77	鑑別度	0.37
試題品質 分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定 24 的所有因數，要求學生找出 24 和 42 的最大公因數，評量學生找出兩數最大因數的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.37，正確答案為選項 2，通過率為 77%，顯示近八成的學生已具備找出兩數最大因數的能力。</p> <p>2. 有 4% 的學生選擇選項 1(低分組有 8%)，5% 的學生選擇選項 3(低分組有 10%)，14% 的學生選擇選項 4(低分組有 26%)，這些學生可能不具備找出兩數最大公因數的能力；也可能已具備找出兩數最大公因數的能力，但是在判斷該數是否為 42 因數時計算發生錯誤；也可能先找出 42 所有的因數後，再找出兩數的公因數，但是在找出 42 所有因數時計算發生錯誤。</p>		

教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	2-n-08 能理解九九乘法。	5-n-05 能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生可能無法掌握公因數的意義，先找出 42 所有的因數後，再找出兩數的公因數，因為找 42 所有的因數計算繁雜，可能在計算發生錯誤。 2. 學生可能不知道公因數是兩數共同的因數，只要逐一判斷給定 24 的因數是否也是 42 的因數，即可找出 24 和 42 的公因數及最大公因數。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本學習內容限制五年級透過列出兩數所有因數的方式，尋找兩數的公因數及最大公因數；透過列出兩數部份倍數的方式，尋找兩數的公倍數及最小公倍數。 2. 國小五年級引入因數問題時，給定的數字多在九九乘法的範圍，因此部份教師喜歡透過乘法算式幫助學生認識因數。建議教師必須提供學生利用除法判斷因數的解題經驗，因為當數字變大時，無法直接利用乘法算式找出因數，以「23 是否為 12581 的因數」為例，學生不易透過乘法算式「$23 \times () = 12581$」來判斷，必須透過除法算式「$12581 \div 23$」來判斷。 3. 以「求 18 和 24 的所有公因數」為例，有兩種解題的方法。 方法一：分別求出 18 和 24 的所有因數，再找出共同的因數 1、2、3、6，共同的因數為 18 和 24 的公因數。 方法二：先求出 18 所有的因數 1、2、3、6、9、18，再判斷這些數是否為 24 的因數。 1、2、3、6 是 18 的因數，也是 24 的因數，所以 1、2、3、6 是 18 和 24 的公因數。 教師應引入方法二，幫助學生簡化求公因數的解題過程。 4. 當學生求出 1、2、3、6 是 18 和 24 的公因數，6 是 18 和 24 的最大公因數後，教師應幫助學生認識公因數 1、2、3、6 是最大公因數 6 的因數，為六年級利用短除法解公因數的文字題鋪路。六年級利用短除法解題時，只能求出最大公因數，無法求出所有的公因數。 		

題號	2		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-n-11 能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>2. 已知「$1.325 \times 98.8 = 130.91$」，請問 $1325 \times 988 = ?$</p> <p>① 13091000 ② 1309100 ③ 130910 ④ 13091</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.08	0.12	0.03
2*	0.68	0.45	0.88
3	0.08	0.16	0.02
4	0.16	0.26	0.06
未作答	0.00		
通過率	0.68	鑑別度	0.42
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定三位小數乘以一位小數的算式，要求學生算出相同數字整數相乘的積，評量學生利用小數乘法直式計算解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.42，正確答案為選項 2，通過率為 68%，顯示近七成的學生已具備利用小數乘法直式計算解題的能力。</p> <p>2. 有 16% 的學生選擇選項 4 (低分組有 26%)，這些學生可能尚未具備利用小數乘法直式計算解題的能力；這些學生可能知道 m 位小數乘以 n 位小數時，算出相同數字整數的乘積後，小數點要移 $(m+n)$ 位，但是記錯小數點移位的方向，1.325 小數點左邊只有一個數字，看成一位小數，98.8 小數點左邊有二個數字，看成二位小數，因此將 130.91 的小數點往左移三位，得到 13091 的答案；也可能認為 $1.325 \times 98.8 = 130.91$，將它轉換成整數乘法 1325×988 時，只要把三位小數乘以一位小數的積變成整數即可，得到 13091 的答案。</p> <p>3. 有 8% 的學生選擇選項 3 (低分組有 16%)，這些學生可能尚未具備利用小數乘法直式計算解題的能力；也可能只注意被乘數是三位小數，因此將積 130.91 的小數點往右移三位，得到 130910 的答案。</p> <p>4. 有 8% 的學生選擇選項 1 (低分組有 12%)，這些學生可能尚未具備利用小數乘法直式計算解題的能力；也可能已具備利用小數乘法直式計算解題的能力，但在移位時點數發生錯誤。</p>		

教材地位 分析	分 年 細 目	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
		4-n-12 能用直式處理二位小數加、減與整數倍的計算，並解決生活中的問題。	5-n-11 能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。	6-n-08 能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 以「1.325×98.8」為例，學生算出「$1325 \times 988 = 1309100$」後，因為整數乘積 1309100 中沒有小數點，學生可能混淆小數點移位的關係，不知道該由最右邊的數字 0 往左移 4 位，或由最左邊的數字 1 往右移 4 位。 小數乘法中，積的小數位數 = 被乘數的小數位數 + 乘數的小數位數。 部分學生可能尚未察覺「m 位小數乘以 n 位小數，小數點向左移(m+n)位」的關係。 學生無法應用「m 位小數乘以 n 位小數，小數點向左移(m+n)位」的概念，解決反向問題。 以「$1.325 \times 98.8 = 130.91$」為例，1.325 是三位小數，98.8 是一位小數，三位小數乘以一位小數，是「1325×988」乘積的小數點向左移(3+1)位，也就是移 4 位。反之，「1325×988」是「1.325×98.8」乘積的小數點向右移(3+1)位，也就是移 4 位。 本題也可以利用估算的方式來解題，1325×988 的雞很接近 1325×1000，$1325 \times 1000 = 1325000$，選項②的答案最接近 1325000。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 下面以「$245 \times 381 = 93345$，$2.45 \times 3.81 = (\quad)$」為例，說明如何進行小數乘法的教學。 建議教師先幫助學生理解三位整數乘以三位整數乘法直式算則的意義以及能正確算出「$245 \times 380 = 93100$」後，再依照下面步驟幫助學生解題： 步驟一：幫助學生看到整數除以 10、100、1000、10000 等數，商的小數點位置移位的關係。 $24689 \div 1 = 24689.$ $24689 \div 10 = 2468.9$ $24689 \div 100 = 246.89$ $24689 \div 1000 = 24.689$ $24689 \div 10000 = 2.4689$ 			

步驟二：透過比對小數乘以小數乘法直式算式和改記成分數乘以分數逐次減項的算式，幫助學生理解小數乘以小數乘法直式算則解題的意義。

$$\begin{aligned}
 2.45 \times 3.81 &= \frac{245}{100} \times \frac{381}{100} \\
 &= \frac{245 \times 381}{100 \times 100} \quad (\text{先算出 } 245 \times 381 = 93345) \\
 &= \frac{93345}{10000} \\
 &= 93345 \div 10000 \\
 &= 9.3345
 \end{aligned}$$

步驟三：將步驟二的解題活動改記成直式。

列出直式	245×381 的乘積	小數點往左移 4 位
$ \begin{array}{r} 2.45 \\ \times 3.81 \\ \hline \end{array} $	$ \begin{array}{r} 2.45 \\ \times 3.81 \\ \hline 245 \\ 1960 \\ 735 \\ \hline 93345 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 2.45 \\ \times 3.81 \\ \hline 245 \\ 1960 \\ 735 \\ \hline 9.3345 \end{array} $

步驟四：幫助學生察覺「m 位小數乘以 n 位小數，小數點向左移(m+n)位」的關係。小數乘法中，積的小數位數＝被乘數的小數位數＋乘數的小數位數。以 2.45×3.81 為例，2.45 是二位小數，3.81 也是二位小數，二位小數乘以二位小數，是 735×245 乘積的小數點向左移(2+2)位，也就是移 4 位。

步驟五：當學生累積相當多「m 位小數乘以 n 位小數，小數點向左移(m+n)位」的解題經驗後，教師重新布題—給定三位整數乘以三位整數及積的算式，要求學生將它們改記成相同數字的二位小數乘以二位小數的積。例如：「245×381＝93345，2.45×3.81＝()」。此部分教學重點在於幫助學生察覺「2.45×3.81」和「245×381＝93345」乘積間的小數點移位的關係。

2.當學生掌握小數乘以小數乘法直式算則解題的意義後，教師應幫助學生理解小數乘法中，積的小數位數＝被乘數的小數位數＋乘數的小數位數。

以「 $4.3 \times 1.5 = ?$ 」為例，「4.3」是一位小數，「1.5」也是一位小數，在計算一位小數乘以一位小數時，先算出「 $43 \times 15 = 645.$ 」，再將乘積的小數點向左移 $(1+1)$ 位，也就是移2位，就能得到「 $4.3 \times 1.5 = 6.45$ 」。

再以「 $2.38 \times 1.6 = ?$ 」為例，「2.38」是二位小數，「1.6」是一位小數，計算二位小數乘以一位小數時，先算出「 $238 \times 16 = 3808.$ 」，再將乘積的小數點向左移 $(2+1)$ 位，也就是移3位，就能得到「 $2.38 \times 1.6 = 3.808$ 」。

題號	3		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行
分年細目	5-n-01 能熟練整數乘、除的直式計算。		
試題內容	<p>3. 工廠生產 43000 個花片，每 400 個花片裝成一箱，最多可以裝成幾箱？剩下幾個花片？</p> <p>① 裝成 17 箱，剩下 2 個花片 ② 裝成 17 箱，剩下 200 個花片 ③ 裝成 107 箱，剩下 2 個花片 ④ 裝成 107 箱，剩下 200 個花片</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.04	0.10	0.01
2	0.14	0.25	0.05
3	0.13	0.19	0.09
4*	0.68	0.44	0.85
未作答	0.00		
通過率	0.68	鑑別度	0.41
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題是被除數及除數數字後面有多個 0 的包含除問題，要求學生算出商及餘數，評量學生利用整數除法直式計算解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.41，正確答案為選項 4，通過率為 68%，顯示近七成的學生已具備利用整數除法直式計算解題的能力。</p> <p>2. 有 4% 的學生選擇選項 1(低分組有 10%)，這些學生可能不具備利用整數除法直式計算解題的能力，將 $43000 \div 400$ 轉換成 $430 \div 4$ 後，計算 $430 \div 4$ 時商忘了補 0，得到商是 17，且直接以 $430 \div 4$ 的餘數 2 為餘數。</p> <p>3. 有 14% 的學生選擇選項 2(低分組有 25%)，這些學生可能不具備利用整數除法直式計算解題的能力，將 $43000 \div 400$ 轉換成 $430 \div 4$ 後，計算 $430 \div 4$ 時商忘了補 0，得到商是 17，但是他們有將 $430 \div 4$ 的餘數 2 轉換成 200。</p> <p>4. 有 13% 的學生選擇選項 3(低分組有 19%)，這些學生可能不具備利用整數除法直式計算解題的能力，將 $43000 \div 400$ 轉換成 $430 \div 4$ 後，正確算出 $430 \div 4$ 的商 107 和餘數 2，但直接以 $430 \div 4$ 的餘數 2 為餘數。</p>		

教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	4-n-03 能熟練較大位數的 乘除直式計算。	5-n-01 能熟練整數乘、除 的直式計算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生在做多位數除法問題時，常常會在不夠除時，商忘了補0，而繼續往下算。 2.學生不理解被除數和除數同時換單位的解題方法，不知道將$43000 \div 400$轉換成$430 \div 4$，指的是將被除數43000和除數400同時轉換成以100為單位，因此$430 \div 4$的餘數2指的是2個100，也就是200。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.此評量指標為4-n-03之後續學習概念，故學生應該已經熟練二位數乘以二位數的直式計算，也熟練四位數乘以一位數、二位數乘以三位數、三位數乘以二位數的直式計算；應該也已經熟練四位數除以一位數、三位數除以二位數的直式計算。而指標5-n-01為整數乘、除直式計算的總結。評量時不宜出現太多位數的大數，學生只要熟悉「四位數乘以三位數以內」；「四位數除以三位數以內」的計算即可。 2.以「$6000 \div 700 = () \dots ()$」為例，說明如何幫助學生解題。 <ol style="list-style-type: none"> (1)先布問題「60張百元鈔票，每人分7張，最多可以分給多少人？還剩下幾張百元鈔票？也就是多少元？」。 學生可以利用「$60 \div 7 = 8 \dots 4$」，得到可以分給8人，還剩下4張百元鈔票也就是400元的答案。 (2)再布問題「6000元，每人分700元，最多可以分給多少人？還剩下多少元？」，限制學生必須將6000元和700元都換成100元鈔票後再計算，學生將6000元換成60張100元，將700元換成7張100元，透過「$60 \div 7 = 8 \dots 4$」，算出可以分給8人，還剩下4張百元鈔票，也就是400元。教師可以說明此方法是將被除數和除數同時換成以100為單位的算法。 3.教師可引導學生利用被除數和除數同時換單位的算法來檢驗較大數字除法計算的合理性。以檢驗「$63300 \div 422 = 15$」答案的合理性為例，因為$63300 \div 422$的商大約等於$60000 \div 400 = 600 \div 4 = 150$，所以「$63300 \div 422 = 15$」答案不合理。 		

題號	4		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-n-13 能將分數、小數標記在數線上。		
試題內容	<p>4. 數線上 A、B 兩點位置所標示的數字分別是 5.3、8.3。 數線上 C、D 兩點位置所標示的數字分別是 85.3、88.3。 數線上 E、F 兩點位置所標示的數字分別是 725.3、728.3。 請問哪兩點的距離最長？</p> <p>① A 點和 B 點 ② C 點和 D 點 ③ E 點和 F 點 ④ 它們的距離一樣長</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.09	0.18	0.02
2	0.05	0.12	0.01
3	0.19	0.33	0.05
4*	0.67	0.36	0.93
未作答	0.00		
通過率	0.67	鑑別度	0.57
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定 3 組在數線上標示兩點小數坐標的情境，要求學生比較哪組兩點的距離最長，評量學生在小數數線上做加、減操作的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.57，正確答案為選項 4，通過率為 67%，顯示近七成的學生已具備計算小數數線上給定坐標兩點距離的能力。</p> <p>2. 有 19% 的學生選擇選項 3 (低分組有 33%)，這些學生可能尚未具備計算小數數線上給定坐標兩點距離的能力，誤以為標示的數字愈大時兩點間的距離就愈大。</p> <p>3. 有 9% 的學生選擇選項 1 (低分組有 18%)、有 5% 的學生選擇選項 2 (低分組有 12%)，這些學生可能尚未具備計算小數數線上給定坐標兩點距離的能力。</p>		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	4-n-10 能將簡單分 數標記在數 線上。	5-n-13 能將分數、小數標 記在數線上。	7-n-08 能理解數線，數線上兩 點的距離公式，及能藉 數線上數的位置驗證 數的大小關係

補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生無法進行數線上的刻度和長度間的轉換關係，例如看到刻度 5.67 時，無法將刻度 5.67 轉換成刻度 0 和刻度 5.67 的距離是 5.67 的關係。 2. 學生可能利用兩點數字的大小來判斷兩點的距離，誤認為標示的數字愈大時兩點間的距離就愈大。 3. 三年級第 14 題「數線上 A、B 兩點位置標示的數字是 12、18。數線上 C、D 兩點位置標示的數字是 312、318。數線上 E、F 兩點位置標示的數字是 7512、7518。請問哪兩點的距離最長？」；四年級第 12 題「數線上 A、B 兩點位置標示的數字是 $2\frac{1}{5}$、$3\frac{4}{5}$。數線上 C、D 兩點位置標示的數字是 $12\frac{1}{5}$、$13\frac{4}{5}$。數線上 E、F 兩點位置標示的數字是 $102\frac{1}{5}$、$103\frac{4}{5}$。請問哪兩點的距離最長？」都是求兩點距離的題目，三年級給的數字是整數，四年級給的數字是同分母的分數，五年級給的數字是小數。 <table border="1" style="margin: 10px auto; border-radius: 15px;"> <thead> <tr> <th></th> <th>三年級</th> <th>四年級</th> <th>五年級</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>通過率：</td> <td>67</td> <td>71</td> <td>67</td> </tr> <tr> <td>高分組：</td> <td>93</td> <td>94</td> <td>93</td> </tr> <tr> <td>低分組：</td> <td>34</td> <td>39</td> <td>36</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-radius: 15px;"> <thead> <tr> <th></th> <th>三年級</th> <th>四年級</th> <th>五年級</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>選擇數字大 ⇨ 距離長</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>選項率：</td> <td>21</td> <td>17</td> <td>19</td> </tr> <tr> <td>高分組：</td> <td>06</td> <td>04</td> <td>05</td> </tr> <tr> <td>低分組：</td> <td>40</td> <td>34</td> <td>33</td> </tr> </tbody> </table> <p>由上面的數據可以發現，三年級無法解決兩點距離的學生，到五年級還是無法解決。</p>		三年級	四年級	五年級	通過率：	67	71	67	高分組：	93	94	93	低分組：	34	39	36		三年級	四年級	五年級	選擇數字大 ⇨ 距離長				選項率：	21	17	19	高分組：	06	04	05	低分組：	40	34	33
	三年級	四年級	五年級																																		
通過率：	67	71	67																																		
高分組：	93	94	93																																		
低分組：	34	39	36																																		
	三年級	四年級	五年級																																		
選擇數字大 ⇨ 距離長																																					
選項率：	21	17	19																																		
高分組：	06	04	05																																		
低分組：	40	34	33																																		

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 刻度和距離

可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的刻度 5 有下列兩種意義：

- (1) 在數線上的位置(或坐標)是 5。
- (2) 和原點 0 的距離是 5。

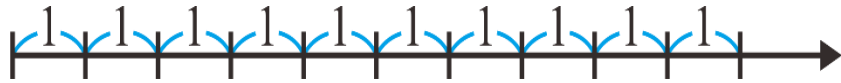
再以「數線上 A、B 兩點位置標示的數字是 12、18」為例，教師可以先說明 12 指的是 0 和 12 的距離是 12，18 指的是 0 和 18 的距離是 18，可以利用 $18 - 12 = 6$ 算出數線上 12 和 18 兩點的距離是 6。

相同的方式，可以算出 5.3、8.3 兩點的距離，以及 85.3、88.3 和 725.3、728.3 兩點的距離都相等。

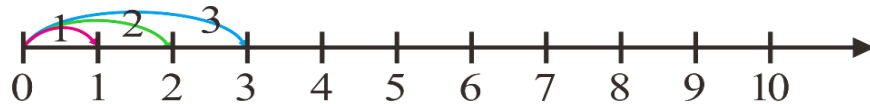
2. 整數數線

教師可以透過下列方法繪製數線，幫助學生理解整數數線的意義。

步驟一：先利用直尺上的公分刻度繪製有刻度的數線，並標示相鄰兩刻度間的距離都是 1(單位)。



步驟二：再幫助學生將最左邊的刻度上標示 0，在和 0 距離 1 的刻度上標示 1，在和 0 距離 2 的刻度上標示 2，在和 0 距離 3 的刻度上標示 3，以此類推。



步驟三：說明相鄰兩刻度的距離都是 1(單位)，刻度 5 和 0 的距離是 5(單位)



3. 小數數線

教師可以透過下列方法幫助學生理解小數數線：

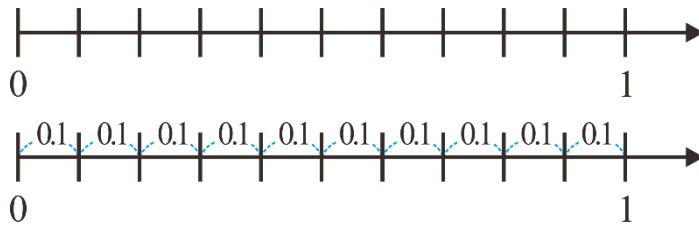
步驟一：以 1 公分為單位，利用直尺上的公分刻度繪製整數數線，並說明刻度 1 指的是 0 和 1 的距離是 1，刻度 2 指的是 0 和 2 的距離是 2，……。

幫助學生理解整數數線的意義。



步驟二：以 10 公分為 1 單位，1 公分為 0.1 單位，利用直尺上的公分刻度，

幫助學生理解小數數線的意義。如下所示：

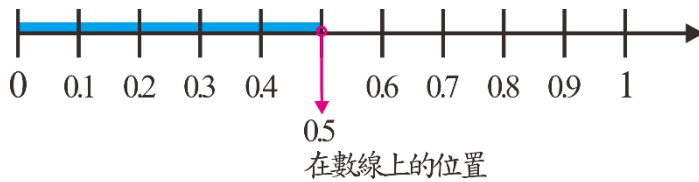


步驟三：將一位純小數標示在小數數線上，並理解刻度 0.1 和刻度 0 的距離是 0.1 單位，刻度 0.5 和刻度 0 的距離是 5 個 0.1 單位，也就是 0.5 單位，……。

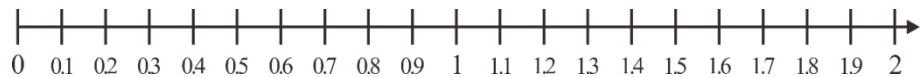
如下所示：



刻度 0.5 和原點 0
在數線上的距離是 0.5 個單位



步驟四：將小數數線擴充至 1 以上。



題號	5		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-n-02 能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。		
試題內容	<p>5. 「媽媽把 1200 毫升的紅茶和 900 毫升的牛奶混合成奶茶後，平分裝成 6 杯。哥哥喝了 2 杯，請問他喝了多少毫升的奶茶？」</p> <p>下列哪個算式可以算出正確答案？</p> <p>① $1200 \div 6 + 900 \div 6$</p> <p>② $1200 + 900 \div 6 \times 2$</p> <p>③ $(1200 + 900) \div 6 \div 2$</p> <p>④ $(1200 + 900) \div 6 \times 2$</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.04	0.08	0.01
2	0.08	0.15	0.02
3	0.27	0.45	0.07
4*	0.61	0.31	0.91
未作答	0.00		
通過率	0.61	鑑別度	0.59
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題是先加後除再乘的三步驟問題，要求學生選出解題的算式，評量學生三步驟問題列式的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項 4，通過率為 61%，顯示超過六成的學生已具備三步驟問題列式的能力。</p> <p>2. 有 4% 的學生選擇選項 1(低分組有 8%)，這些學生可能不具備三步驟問題列式的能力。</p> <p>3. 有 8% 的學生選擇選項 2(低分組有 15%)，這些學生可能已具備三步驟問題列式的能力，但是沒有注意「括號先算」運算次序的約定，沒有將先加的兩數加上括號。</p> <p>4. 有 27% 的學生選擇選項 3(低分組有 45%)，這些學生可能誤解題意，將先加後除再乘的三步驟問題解讀為先加後除再除的三步驟問題。</p>		

教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。	5-n-02 能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生可能可以使用多個算式紀錄解題活動，但是無法將這些算式改記成併式，導致無法列式。 2. 學生可能已具備列式的能力，但在列式時，不理會「括號先算」、「先乘除後加減」及「由左往右算」運算次序的約定。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本指標首次引入三步驟問題，三步驟問題的教學順序如下： <ol style="list-style-type: none"> (1) 能在具體情境中，解決三步驟問題。 (2) 能用一個併式，記錄三步驟問題的解題活動，並認識「括號先算」、「先乘除後加減」及「由左往右算」運算次序的約定。 (3) 能先列式，再用逐次減項的記法記錄三步驟問題的解題過程。 2. 下面以「小洋原本有 100 元，買了 2 個 25 元的麵包後，爸爸又給他 48 元，請問小洋現在有多少元？」為例，說明三步驟問題的教學流程。 <ol style="list-style-type: none"> (1) 用一個併式及一個算式記錄解題活動 $100 - 25 \times 2 = 50, 50 + 48 = 98$，答：現在有 98 元 (2) 將一個併式及一個算式改記成併式的記法 將「$100 - 25 \times 2 = 50, 50 + 48 = 98$」改記成「$100 - 25 \times 2 + 48 = 98$」 (3) 用併式記錄解題活動 $100 - 25 \times 2 + 48 = 98$，答：現在有 98 元 (4) 用算式填充題來列式 $100 - 25 \times 2 + 48 = (\quad)$ 		

(5)先列式，再用逐次減項的記法記錄解題活動

$$100 - 25 \times 2 + 48 = (\quad)$$

$$100 - 25 \times 2 + 48$$

$$= 100 - 50 + 48$$

$$= 50 + 48$$

$$= 98, \text{ 答：現在有 } 98 \text{ 元}$$

3.以逐次減項的記法「 $5 \times (12 + 8) - 10 = 5 \times 20 - 10 = 100 - 10 = 90$ 」為例，

逐次減項是以下解題過程的摘要記法：

$$5 \times (12 + 8) - 10 = 5 \times 20 - 10,$$

$$5 \times 20 - 10 = 100 - 10,$$

$$100 - 10 = 90$$

因為等號滿足遞移性($A = B, B = C, C = D$ ，所以 $A = D$)，所以 $5 \times (12 + 8) - 10 = 90$

逐次減項記法中除了把重複出現的算式「 $5 \times 20 - 10$ 」和「 $100 - 10$ 」只記一次之外，還把解題過程最重要的部份「因為等號滿足遞移性，所以 $5 \times (12 + 8) - 10 = 90$ 」也省略了。教師可以透過詢問為什麼「 $5 \times (12 + 8) - 10$ 」的答案是 90，檢查學生是否掌握利用等號遞移性記錄的意義。

4.學生面對沒有見過的多步驟問題時，只能用多個算式來記錄解題活動，學生解題成功後，教師應要求學生將多個算式改記成併式。以後再遇到相同的問題時，應要求學生先用併式來列式，再利用逐次減項的記法記錄解題活動。儘量要求學生以併式的方法思考與演算，這是代數列式的前置經驗。

題號	6		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-s-01 能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。		
試題內容	6. 三角形 ABC 中角 A 的角度是 92 度，下列何者 <u>不可能</u> 是角 B 的角度？ ① 88 度 ② 85 度 ③ 45 度 ④ 1 度		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.52	0.24	0.80
2	0.04	0.08	0.01
3	0.05	0.10	0.01
4	0.39	0.57	0.18
未作答	0.00		
通過率	0.52	鑑別度	0.56
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定三角形一個鈍角的角度，要求學生選出不可能是三角形其他角的角度，評量學生利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.56，正確答案為選項 1，通過率為 52%，顯示超過五成的學生已具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力。</p> <p>2. 有 39% 的學生選擇選項 4 (低分組有 57%)，這些學生可能尚未具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力；也可能在日常生活中或課堂活動中很少看到角度是 1 度的角，這些學生可能認為三角形中不會存在角度是 1 度的角。</p> <p>3. 有 5% 的學生選擇選項 3 (低分組有 10%)、有 4% 的學生選擇選項 2 (低分組有 8%)，這些學生可能尚未具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力。</p>		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識																																				
	分 年 細 目	3-s-04 能認識角，並比較 角的大小。	5-s-01 能透過操作，理解 三角形三內角和 為 180 度。	8-s-10 能理解三角形的 基本性質。																																				
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1. 在日常生活中或課堂活動中學生很少看到角度是 1 度的角，因此認為三角形中不會存在角度是 1 度的角。</p> <p>2. 四年級教師不宜透過「有一個角是鈍角的三角形」來定義鈍角三角形，四年級教師應透過「有一個角是鈍角、其它二個角是銳角的三角形」來定義鈍角三角形。因為五年級才引入「三角形三內角和為 180 度」的性質，四年級學生不知道有一個角是鈍角的三角形，其他兩個角一定是銳角。</p> <p>五年級教師應先複習四年級的定義，並說明因為已經學過三角形內角和為 180 度，因此有一個角是鈍角時，另外兩個角一定是銳角，所以可以將四年級的定義簡化為「有一個角是鈍角的三角形稱為鈍角三角形」。</p> <p>3. 四年級第 19 題「鈍角三角形 ABC 中角 A 的角度是 92 度，下列何者<u>不可能</u>是角 B 的角度？」和本題類似，差別是四年級說明三角形是鈍角三角形，五年級只說明是三角形。</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-radius: 15px;"> <thead> <tr> <th></th> <th>四年級</th> <th>五年級</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>通過率：</td> <td>53</td> <td>52</td> <td>⇨ 減少 1%</td> </tr> <tr> <td>高分組：</td> <td>84</td> <td>80</td> <td>⇨ 減少 4%</td> </tr> <tr> <td>低分組：</td> <td>26</td> <td>24</td> <td>⇨ 減少 2%</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-radius: 15px;"> <thead> <tr> <th colspan="4">選擇 1 度的學生</th> </tr> <tr> <th></th> <th>四年級</th> <th>五年級</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>選項率：</td> <td>34</td> <td>39</td> <td>⇨ 增加 5%</td> </tr> <tr> <td>高分組：</td> <td>13</td> <td>18</td> <td>⇨ 增加 5%</td> </tr> <tr> <td>低分組：</td> <td>46</td> <td>57</td> <td>⇨ 增加 11%</td> </tr> </tbody> </table>					四年級	五年級		通過率：	53	52	⇨ 減少 1%	高分組：	84	80	⇨ 減少 4%	低分組：	26	24	⇨ 減少 2%	選擇 1 度的學生					四年級	五年級		選項率：	34	39	⇨ 增加 5%	高分組：	13	18	⇨ 增加 5%	低分組：	46	57	⇨ 增加 11%
	四年級	五年級																																						
通過率：	53	52	⇨ 減少 1%																																					
高分組：	84	80	⇨ 減少 4%																																					
低分組：	26	24	⇨ 減少 2%																																					
選擇 1 度的學生																																								
	四年級	五年級																																						
選項率：	34	39	⇨ 增加 5%																																					
高分組：	13	18	⇨ 增加 5%																																					
低分組：	46	57	⇨ 增加 11%																																					

由上面的數據可以發現，五年級學生學過三角形內角和為 180 度的性質後，對鈍角三角形定義的掌握並沒有增加，更令人憂心的是，選擇 1 度的學生增加了 5%，其中含 5% 的高分組學生及 11% 的低分組學生。

建議五年級教師應先複習四年級的定義，並說明因為已經學過三角形內角和為 180 度，因此有一個角是鈍角時，另外兩個角一定是銳角，所以可以將四年級的定義簡化為「有一個角是鈍角的三角形稱為鈍角三角形」。

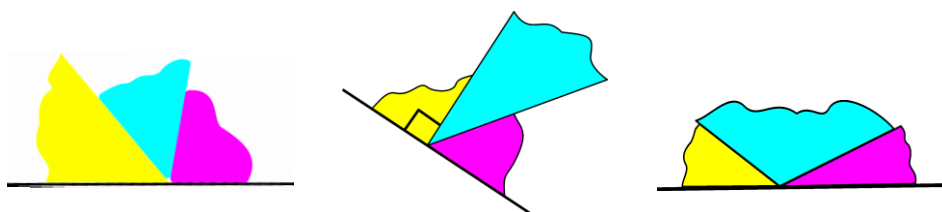
(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 下面提供三種幫助學生理解三角形的內角和是 180 度的方法：

方法一：拿出或畫出很多不同的三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生測量出這些三角形的所有角，再分別算出這些三角形三個角的和。幫助學生察覺所有三角形三個角的角度和大約都是 180 度。

方法二：拿出一些三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生剪下三角形的 3 個角，再將同一個三角形的 3 個角拼湊在一起，幫助學生察覺所有三角形的三個角都可以拼成一個平角，這些三角形 3 個角的角度和大約都是 180 度。

方法三：教師也可以只剪下兩個角，再和沒有剪下的那個角拼湊在一起，也能夠拼出一個平角，得到三角形 3 個角的角度和大約都是 180 度。



2. 本分年細目教學重點是所有三角形的內角和都是 180 度，教師不宜只求出某一個三角形的內角和是 180 度，就說明所有三角形的內角和都是 180 度。教師應幫助學生認識，直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形的內角和都是 180 度。

題號	7		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行
分年細目	5-n-08 能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。		
試題內容	<p>7. 一桶水有 4 公升，請問 $\frac{3}{5}$ 桶水有多少公升？</p> <p>① $\frac{3}{5}$</p> <p>② $\frac{12}{20}$</p> <p>③ $\frac{3}{20}$</p> <p>④ $\frac{12}{5}$</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.08	0.12	0.04
2	0.32	0.43	0.16
3	0.14	0.20	0.06
4*	0.46	0.24	0.74
未作答	0.00		
通過率	0.46	鑑別度	0.50
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題是整數乘以分數的文字題，要求學生算出答案，評量學生利用乘數是分數乘法解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.5，正確答案為選項 4，通過率為 46%，顯示近五成的學生已具備利用乘數是分數乘法解題的能力。</p> <p>2. 有 8% 的學生選擇選項 1(低分組有 12%)，這些學生可能不具備利用乘數是分數乘法解題的能力；也可能誤解或不理解題意，將兩個單位不同的數字相加算出答案。</p> <p>3. 有 32% 的學生選擇選項 2(低分組有 43%)，這些學生可能不具備利用乘數是分數乘法解題的能力；也可能知道要用乘法來解題，但在解題時混淆分數乘法和擴分的意義，透過擴分算出答案。</p> <p>4. 有 14% 的學生選擇選項 3(低分組有 20%)，這些學生可能不具備利用乘數是分數乘法解題的能力；也可能知道要用乘法來解題，但是在解題時誤將被乘數 4 乘在乘數分母的部分。</p>		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細 目	4-n-08 能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。	5-n-08 能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。	6-n-05 能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 以「1 桶水有 4 公升，3 桶水有多少公升」為例，學生知道可以透過連加 $(4+4+4=12)$來解題，並將連加的算式改記成 $4\times 3=12$。 但是學生面對「1 桶水有 4 公升，$\frac{3}{5}$桶水有多少公升」時，無法透過連加$\frac{3}{5}$次來解題，也就是說，學生無法類比整數乘法來解乘數是分數的問題。 學生四年級有分數整數倍問題的解題經驗，學生可以透過連加的想法利用乘法來解題，五年級學習了約分與擴分後，學生可能混淆「約分、擴分」與「整數乘以分數」解法的意義，透過將乘數的分子與分母同乘被乘數的方法來解題。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 本學習指標為 4-n-08 之後續學習概念，故學生應該已經能進行分數整數倍的計算。本學習指標學習內容則是將乘數的範圍由整數擴充至分數。 本學習指標建議教師盡量能從適合的生活情境問題入手，首次引入乘數是分數的乘法問題，建議教師布題時依下列順序引入： <ol style="list-style-type: none"> 整數乘以分數，積是整數的乘法問題。 整數乘以分數，積是分數的乘法問題。 真分數乘以真分數的乘法問題。 假分數乘以假分數的乘法問題。 帶分數乘以帶分數的乘法問題。 下面透過三個問題，說明乘數是分數和整數問題的差異，以及如何幫助學生解乘數為分數的乘法問題。 			

問題 1：一桶果汁 12 公升，3 桶有多少公升？

問題 2：一桶果汁 $\frac{2}{7}$ 公升，3 桶有多少公升？

問題 3：一桶果汁 12 公升， $\frac{3}{4}$ 桶有多少公升？

【問題 1】是整數乘以整數的乘法問題，學生可以利用連加的算式

「 $12+12+12=36$ 」來解題，並將連加的算式改記成乘法算式「 $12\times 3=36$ 」。

【問題 2】是分數乘以整數的乘法問題，學生也可以利用連加的算式

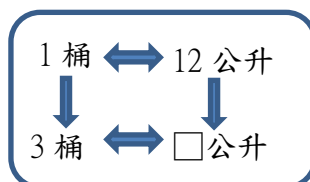
「 $\frac{2}{7}+\frac{2}{7}+\frac{2}{7}=\frac{6}{7}$ 」來解題，並將連加的算式改記成乘法算式

$$\left[\frac{2}{7} \times 3 = \frac{6}{7} \right]。$$

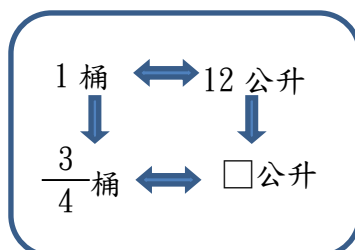
【問題 3】是整數乘以分數的乘法問題，因為 12 無法加 $\frac{3}{4}$

次，因此無法利用連加的算式算出答案。

建議教師利用比的想法，透過下列的關係式，先幫助學生解決問題 1，再類比問題 1 的解題方式，幫助學生解決問題 3。



1 桶有 12 公升，3 桶是 3 個 1 桶，也就是 3 個 12 公升，可以利用加法 $12+12+12=36$ 或乘法 $12\times 3=36$ ，算出 3 桶有 36 公升。



1 桶有 12 公升， $\frac{3}{4}$ 桶是把 1 桶平分成 4 份，再取出其中的 3 份，可以利用除法 $12\div 4=3$ 和

乘法 $3 \times 3 = 9$ ，算出 $\frac{3}{4}$ 桶有 9 公升。

4. 區分「 $20 \div 4$ 」和「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」的意義。

【問題 1】：一盒蘋果有 20 個，全部平分給 4 個人，每個人分到幾個蘋果？

【問題 2】：一盒蘋果有 20 個，甲分到 $\frac{1}{4}$ 盒，甲分到幾個蘋果？

【問題 3】：一盒蘋果有 20 個，乙分到 $\frac{3}{4}$ 盒，乙分到幾個蘋果？

上面三個問題中，【問題 2】和【問題 3】的語意類似，解【問題 3】時，必須先將 20 個蘋果平分成 4 份，再取出其中的 3 份，透過算式「 $20 \div 4 = 5$ ， $5 \times 3 = 15$ 」，可以算出乙分到 15 個蘋果。

因此解【問題 2】時，也必須先將 20 個蘋果平分成 4 份，再拿出其中的 1 份給甲，透過算式「 $20 \div 4 = 5$ ， $5 \times 1 = 5$ 」，才能算出甲分到 5 個蘋果。

但是解【問題 1】時，只要將 20 個蘋果平分成 4 份即可，透過算式「 $20 \div 4 = 5$ 」，可以算出每人分到 5 個蘋果。

由上面的說明可以知道，「 $20 \div 4$ 」和「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」的答案雖然相同，但是「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」指的是「 $(20 \div 4) \times 1$ 」，所以「 $20 \div 4$ 」

只是「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」解題活動中的一部份。

5. 【問題 1】：將 5 公升果汁，平分成 4 份，1 份是多少公升？

【問題 2】：一桶果汁 5 公升， $\frac{3}{4}$ 桶有多少公升？

【問題 1】是【問題 2】的先備知識，學生必須先解決【問題 1】，才能解決【問題 2】。

1 桶果汁有 5 公升， $\frac{3}{4}$ 桶果汁是把 1 桶果汁平分成 4 份，再取出其中的 3 份，學生必須先解決把 5 公升平分成 4 份的問題，並用除法算式 $5 \div 4 = \frac{5}{4}$ 記錄解題過程，才能

利用乘法 $\frac{5}{4} \times 3 = \frac{15}{4}$ ，算出 3 份，也就是 $\frac{3}{4}$ 桶有 $\frac{15}{4}$ 公升。

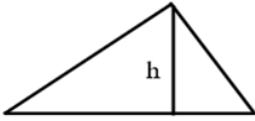
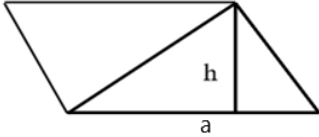
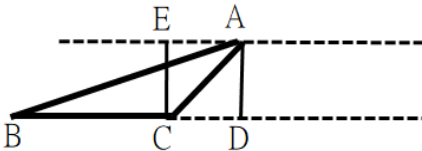
首次引入【問題 2】時，教師不宜直接要求學生利用「 $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ 」來解題，因為學生不易掌握解題的意義。

當學生有一些解題成功的經驗後，教師可以要求學生用算式「 $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後

遇到這類問題時，可以直接利用整數乘以分數的算式

「 $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ 」算出答案。

題號	8		
內容領域	量與實測	認知歷程向度	解題思考
分年細目	5-n-18 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-s-05)		
試題內容	<p>8. 有甲、乙、丙 3 個銳角三角形，底都是 18 公分，其中一邊長都是 16 公分。 三角形甲的另一邊長是 12 公分，三角形乙的另一邊長是 13 公分， 三角形丙的另一邊長是 14 公分。請問哪個三角形的面積最大？</p> <p>① 三角形甲 ② 三角形乙 ③ 三角形丙 ④ 一樣大</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.09	0.17	0.03
2	0.08	0.18	0.01
3*	0.68	0.46	0.85
4	0.14	0.19	0.11
未作答	0.00		
通過率	0.68	鑑別度	0.39
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定底邊及一邊長都相等，但另一邊長都不相等的三個銳角三角形，要求學生選出面積最大的三角形，評量學生利用三角形面積公式解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1.本題鑑別度為 0.39，正確答案為選項 3，通過率為 68%，顯示近七成的學生已具備利用三角形面積公式解題的能力。 2.有 14%的學生選擇選項 4(低分組有 19%)，這些學生可能不具備利用三角形面積公式解題的能力；也可能已具備利用三角形面積公式解題的能力，但是認為底邊和一邊等長的三個三角形，高也會一樣長。 3.有 9%的學生選擇選項 1(低分組有 17%)、有 8%的學生選擇選項 2(低分組有 18%)，這些學生可能不具備利用三角形面積公式解題的能力；也可能已具備利用三角形面積公式解題的能力，但是找不到三角形的高。</p>		

		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
教材地位分析	分年細目	4-n-18 能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。	5-s-05 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-n-18)	6-s-01 能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 題目只給定三角形的底，沒有提供三角形的高，學生無法利用三角形面積公式算出答案。 2. 當三角形的底邊及另一邊的長度固定時，學生無法由第三邊長度的變化察覺三角形高的變化。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 三角形面積公式 透過將兩個全等的三角形拼成平行四邊形的方式，導出三角形面積公式，其中三角形的底就是拼成平行四邊形的底，三角形的高就是拼成平行四邊形的高。三角形面積 = 平行四邊形面積 ÷ 2 = (底 × 高) ÷ 2。 <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p>學生並不知道兩個全等三角形拼成的四邊形一定是平行四邊形，教師應要求學生檢查拼成的四邊形是平行四邊形；也要強調平行四邊形的底和高互相垂直，所以三角形的底和高也互相垂直，為以後找不同形狀三角形給定底邊求對應高的問題鋪路。</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. 找三角形的高 以「下圖是三角形 ABC，畫出以 BC 為底邊的高」為例，說明如何幫助學生畫高。四年級已有給定一直線 L 及線外一點 P，要求學生畫出過 P 且平行 L 直線的解題經驗，也認識兩平行線間的距離處處相等。教師可以透過上述性質，先將三角形底邊延長，再過頂點 A 畫出和底邊 BC 平行的直線，幫助學生理解兩平行線間的距離相等，所以 EC 和 AD 都是三角形 ABC 的高。 <div style="text-align: center;">  </div>			

題號	9		
內容領域	量與實測	認知歷程向度	程序執行
分年細目	5-n-15 能解決時間的乘除計算問題。		
試題內容	<p>9. 使用 3D 列印機製作一個鑰匙圈，要花 14 分鐘 31 秒鐘。 連續製作 8 個相同的鑰匙圈，需花幾小時幾分鐘幾秒鐘？</p> <p>① 1 小時 56 分鐘 8 秒鐘 ② 1 小時 54 分鐘 48 秒鐘 ③ 1 小時 16 分鐘 8 秒鐘 ④ 1 小時 14 分鐘 48 秒鐘</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.65	0.35	0.88
2	0.15	0.25	0.06
3	0.12	0.23	0.04
4	0.08	0.17	0.02
未作答	0.00		
通過率	0.65	鑑別度	0.53
試題品質 分析	<p>(一) 評量目標說明 本題是複名數時間量的乘法問題，要求學生算出答案，評量學生利用複名數時間量乘法計算解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1.本題鑑別度為 0.53，正確答案為選項 1，通過率為 65%，顯示六成五的學生已具備利用複名數時間量乘法計算解題的能力。</p> <p>2.有 15%的學生選擇選項 2(低分組有 25%)，這些學生可能已具備利用複名數時間量乘法計算解題的能力，但是在秒鐘聚成分鐘的計算出現錯誤，誤認為 1 分鐘=100 秒鐘，學生算出 31 秒的 8 倍是 248 秒後，誤認為 248 秒是 2 分鐘 48 秒，但是這些學生在處理分鐘聚成小時的計算過程是正確的。</p> <p>3.有 12%的學生選擇選項 3(低分組有 23%)，這些學生可能已具備利用複名數時間量乘法計算解題的能力，但是在分鐘聚成小時的計算出現錯誤，學生算出 31 秒的 8 倍是 248 秒後，正確的算出 248 秒是 4 分鐘 8 秒，但是在處理 116 分鐘是幾小時的時候，誤認為 1 小時=100 分鐘，算出 116 分鐘是 1 小時 16 分鐘。</p>		

	4.有 8%的學生選擇選項 4(低分組有 17%)，這些學生可能已具備利用複名數時間量乘法計算解題的能力，但是在秒鐘聚成分鐘，以及分鐘聚成小時的時候都發生錯誤，誤認為 1 分鐘=100 秒鐘，1 小時=100 分鐘。			
教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細 目	4-n-13 能解決複名數的 時間量的計算問 題。	5-n-15 能解決時間的乘 除計算問題。	6-n-12 能認識速度的意 義及其常用單 位。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生可能不知道分鐘、秒鐘時間量複名數的乘法和二位乘以一位的乘法運算方式相同，滿足同構的關係。 2.低分組學生混淆「1 分鐘=60 秒鐘」、「1 小時=60 分鐘」和十進位或百進位間的關係。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.本學習指標為 4-n-13 之後續學習概念，故學生應該已經能解決複名數時間量的加、減計算及複名數時間量整數倍的乘法計算(不進退位)。本學習指標開始引入可進退位時間量整數倍的乘法計算，以及等分除和包含除情境時間量的除法計算。 2.以「小明每天長跑時間是 1 小時 30 分鐘，連續 7 天，共跑多少小時多少分鐘？」為例，說明如何幫助學生解題。 <ul style="list-style-type: none"> 步驟一：先複習時間單位的化聚關係，1 小時=60 分鐘，60 分鐘=1 小時 步驟二：溝通利用時間複名數乘法直式算則解題時，最後答案的分鐘數字不能比 60 大。 步驟三：利用直式算出答案 10 小時 30 分鐘。 $ \begin{array}{r} \text{小時} \quad \text{分鐘} \\ 1 \quad 30 \\ \times \quad 7 \\ \hline 7 \quad 210 \\ + 3 \quad 30 \\ \hline 10 \quad 30 \end{array} $ <p> </p>			

題號	10			
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行	
分年細目	5-n-07 能用通分做簡單異分母分數的比較與加減。			
試題內容	<p>10. 甲 = $\frac{13}{18}$，乙 = $\frac{16}{24}$，丙 = $\frac{12}{17}$。</p> <p>比比看，哪些分數比 $\frac{2}{3}$ 大？</p> <p>① 只有甲 ② 只有丙 ③ 甲和丙 ④ 乙和丙</p>			
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)			
選項	整體	低分組	高分組	
1	0.25	0.27	0.18	
2	0.15	0.23	0.08	
3*	0.50	0.29	0.72	
4	0.10	0.20	0.02	
未作答	0.01			
通過率	0.50	鑑別度	0.43	
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定三個分數，要求學生找出比給定分數大的分數，評量學生利用異分母分數大小比較解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.43，正確答案為選項 3，通過率為 50%，顯示五成的學生已具備異分母分數大小比較的能力。</p> <p>2. 有 25% 的學生選擇選項 1(低分組有 27%)，這些學生可能尚未具備異分母分數大小比較的能力；也可能已具備異分母分數大小比較的能力，但是算出甲比給定的分數大後，誤認為滿足條件的選項甲就是答案，而未去判斷另兩個分數是否符合題目的條件。</p> <p>3. 有 15% 的學生選擇選項 2(低分組有 23%)、有 10% 的學生選擇選項 4(低分組有 20%)，這些學生可能尚未具備異分母分數大小比較的能力。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	5-n-06 能用約分、擴分處理等值分數的換算。	5-n-07 能用通分做簡單異分母分數的比較與加減。	6-n-05 能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能透過通分，比較題目中 4 個分數的大小，因為通分時解題的數字太大，導致計算發生錯誤。
2. 本題必須比較三個分數和 $\frac{2}{3}$ 的大小關係，學生可能只算出一個結果，就直接以此當做題目的答案。

(二) 核心概念與本題的教學重點

以「 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{2}{3}$ ，哪一個分數最大？」為例，說明如何幫助學生解異分母分數的大小比較問題。

1. 透過等值分數解題：

$$\frac{1}{6} \text{ 的等值分數：} \frac{1}{6}、\frac{2}{12}、\frac{3}{18}、\boxed{\frac{4}{24}}、\frac{5}{30}、\frac{6}{36}、\frac{7}{42}、\boxed{\frac{8}{48}}、\frac{9}{54}、\dots$$

$$\frac{3}{8} \text{ 的等值分數：} \frac{3}{8}、\frac{6}{16}、\boxed{\frac{9}{24}}、\frac{12}{32}、\frac{15}{40}、\boxed{\frac{18}{48}}、\frac{21}{56}、\frac{24}{64}、\frac{27}{72}、\dots$$

$$\frac{2}{3} \text{ 的等值分數：} \frac{2}{3}、\frac{4}{6}、\frac{6}{9}、\frac{8}{12}、\frac{10}{15}、\frac{12}{18}、\frac{14}{21}、\boxed{\frac{16}{24}}、\frac{18}{27}、\frac{20}{30}、\frac{22}{33}、\frac{24}{36}、\frac{26}{39}、\frac{28}{42}、\frac{30}{45}、\boxed{\frac{32}{48}}、\dots$$

$$\frac{1}{6} = \frac{4}{24} = \frac{8}{48}, \frac{3}{8} = \frac{9}{24} = \frac{18}{48}, \frac{2}{3} = \frac{16}{24} = \frac{32}{48}$$

$$\frac{16}{24} > \frac{9}{24} > \frac{4}{24}, \text{ 或 } \frac{32}{48} > \frac{18}{48} > \frac{8}{48}, \text{ 所以 } \frac{2}{3} \text{ 最大。}$$

2. 透過以三分數分母的公倍數為公分母解題

$$\frac{1}{6} \text{ 等值分數的分母：} 6、12、18、24、30、36、42、48、54、\dots$$

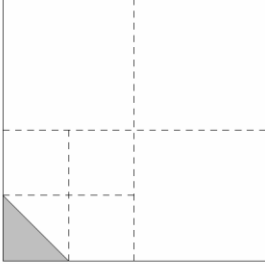
$$\frac{3}{8} \text{ 等值分數的分母：} 8、16、24、32、40、48、56、64、72、\dots$$

$\frac{2}{3}$ 等值分數的分母：3、6、9、12、15、18、21、24、

27、30、33、36、39、42、48、...

$$\frac{1}{6} = \frac{(4)}{24}, \frac{3}{8} = \frac{(9)}{24}, \frac{2}{3} = \frac{(16)}{24}$$

$\frac{16}{24} > \frac{9}{24} > \frac{4}{24}$ ，所以 $\frac{2}{3}$ 最大。

題號	11		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	解題思考
分年細目	5-n-09 能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>11. 下圖是 1 張經過多次對摺後的色紙，塗色部份代表多少張色紙？</p>  <p>① $\frac{1}{64}$ ② $\frac{1}{32}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{1}{8}$</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.05	0.09	0.02
2*	0.59	0.29	0.86
3	0.20	0.32	0.08
4	0.16	0.30	0.03
未作答	0.00		
通過率	0.59	鑑別度	0.57
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定一張色紙及經過三次等分割後的三角形，要求學生描述三角形是多少張色紙，評量學生利用除數為整數的分數除法解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題鑑別度為 0.57，正確答案為選項 2，通過率為 59%，顯示近六成的學生已具備利用除數為整數的分數除法解題的能力。 2. 有 5% 的學生選擇選項 1 (低分組有 9%)，這些學生可能不具備利用除數為整數的分數除法解題的能力，覺得塗色部分比色紙的面積小很多，所以直接選擇最小的分數 $\frac{1}{64}$ 為答案。 3. 有 20% 的學生選擇選項 3 (低分組有 32%)，這些學生可能 		

	<p>可能不具備利用除數為整數的分數除法解題的能力；也可能已具備利用除數為整數的分數除法解題的能力，但是只注意到經過兩次四等分割後，最小的正方形是$\frac{1}{16}$張色紙，沒有注意到塗色部份是$\frac{1}{16}$張色紙的一半。</p> <p>4.有 16%的學生選擇選項 4(低分組有 30%)，這些學生可能不具備利用除數為整數的分數除法解題的能力，不知道等分割後圖形的面積會一樣大，他們點數色紙被分割成 8 個圖形，塗色部分是其中的 1 個圖形，得到塗色部分是$\frac{1}{8}$張色紙的答案；也可能注意到經過兩次四等分割後，最小的正方形是$\frac{1}{16}$張色紙，但是在求三角形是多少張色紙時計算發生錯誤，他們透過$\frac{1}{16} \times 2 = \frac{1}{8}$，得到塗色部份是$\frac{1}{16}$張色紙。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	4-n-07 能理解分數之「整數相除」的意涵。	5-n-09 能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。	6-n-04 能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生沒有養成注意問題問甚麼單位的習慣，問題最後問代表多少張色紙，因此被分割的單位是 1 張色紙。 2.學生沒有將 1 張色紙全部平分成和三角形一樣大，以判斷 1 張色紙被等分成幾份的習慣，例如先將左下方的 4 個「小正方形」都進行二等分割的活動，可以看到左下方的「中正方形」被等分割成 8 份，將 4 個「中正方形」都等分割成 8 份後，可以看到「大正方形(1 張色紙)」被等分割成 32 份，三角形是 1 張色紙被等分成 32 份後的 1 份，所以是$\frac{1}{32}$張色紙。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.四年級(4-n-07)分數除法教學重點是<u>整數除以整數</u>，商是分數的等分除及包含除問題；五年級(5-n-09)分數除法教學重點是<u>分數除以整數</u>，商是分數的等分除問題；六年級 			

(6-n-04)才引入除數是分數的除法問題。

2.教師應先引入被除數的分子是除數整數倍的問題(見問題1)，再引入被除數的分子不是除數整數倍的問題(見問題2)。

【問題1】：「將 $\frac{12}{5}$ 公升漂白水全部平分成4杯，其中的一杯是幾公升？」

【問題2】：「將 $\frac{3}{5}$ 公升漂白水全部平分成4杯，其中的一杯是幾公升？」

【問題1】中的 $\frac{1}{5}$ 公升並沒有被分割，將【問題1】中的 $\frac{12}{5}$ 公升解讀為12個 $\frac{1}{5}$ 公升，就能利用整數除法 $12 \div 4 = 3$ ，算出 $\frac{12}{5}$ 公升漂白水全部平分成4杯，其中的一杯是 $\frac{3}{5}$ 公升。而【問題2】中的 $\frac{1}{5}$ 公升被分割成4等份。

3.以等分除問題「 $\frac{3}{5}$ 公升果汁，平分裝成4瓶，全部裝完，每瓶裝幾公升？」為例，可以有兩種解題的策略，建議教師必須引入第二種解題策略，幫助學生擴展分數的意義。第一種：回到整數除以整數，商數是整數，餘數是0的舊經驗

$$\frac{3}{5} \text{公升} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20} \text{公升} (12 \text{ 個 } \frac{1}{20} \text{ 公升}),$$

$$12 \div 4 = 3 (3 \text{ 個 } \frac{1}{20} \text{ 公升}),$$

答：每瓶裝 $\frac{3}{20}$ 公升

第二種：回到分數命名的舊經驗(每次拿 $\frac{1}{5}$ 公升來分)

$$\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20} (\frac{1}{5} \text{ 公升果汁平分成4份},$$

其中的1份是 $\frac{1}{20}$ 公升)

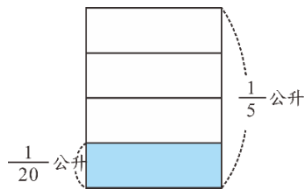
$$\frac{3}{5} \text{公升是} 3 \text{ 個 } \frac{1}{5} \text{公升} \Rightarrow \frac{1}{20} \times 3 = \frac{3}{20} (\text{公升}),$$

答：每瓶裝 $\frac{3}{20}$ 公升

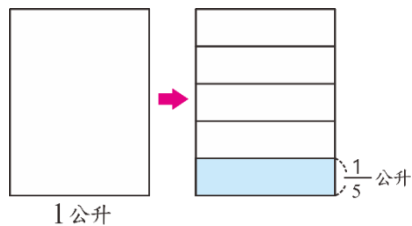
當學生有一些解題成功的經驗後，應要求學生用沒有餘數的除法算式「 $\frac{3}{5} \div 4 = \frac{3}{5 \times 4} = \frac{3}{20}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後再遇到這個問題時，可以直接利用整數除以整數的算式「 $\frac{3}{5} \div 4 = \frac{3}{5 \times 4} = \frac{3}{20}$ 」算出答案。

4. 以「將 $\frac{1}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的一杯是幾公升？」為例，說明如何幫助學生解題。

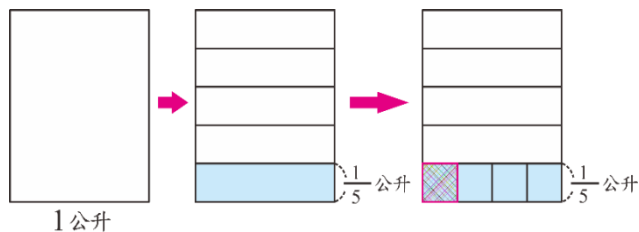
教師不宜先畫出一個長方形代表 $\frac{1}{5}$ 公升，再將長方形平分成 4 份，透過算式「 $\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$ 」說明其中 1 份是 $\frac{1}{20}$ 公升，在圖中看不到 $\frac{1}{20}$ 公升。



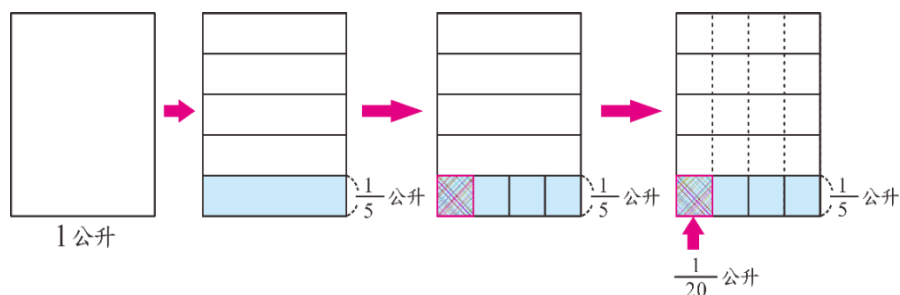
教師應先強調題目最後問的單位是什麼，題目最後問的單位是「公升」，因此先畫出一個長方形代表 1 公升，再將 1 公升平分成 5 大份，得到其中的 1 大份是 $\frac{1}{5}$ 公升。



再將 $\frac{1}{5}$ 公升平分成 4 小份。



因為看不到 1 小份和 1 公升的關係，因此將平分成 4 小份的線延長，就能看到 1 公升被分割成 20(5×4)小份，並透過算式「 $\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$ (公升)」，說明其中的 1 小份是 $\frac{1}{20}$ 公升。



5.本題是屬於三次分割的題目，將此圖形題轉化，以「將 $\frac{1}{4}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的半杯是幾公升？」為例，來說明如何幫助學生解題。

教師可以先畫出一個正方形，代表 1 公升，再將正方形平分成 4 份，知道每份是 $\frac{1}{4}$ 公升，再將此 $\frac{1}{4}$ 公升平分成 4 份，

透過算式「 $\frac{1}{4} \div 4 = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{16}$ (公升)」說明其中的 1 份是 $\frac{1}{16}$

公升，如此圖中才較容易看到 $\frac{1}{16}$ 公升。而題目問的是半

杯，則再將 $\frac{1}{16} \div 2 = \frac{1}{16 \times 2} = \frac{1}{32}$ (公升)。要注意的是，教

師應先強調題目最後問的單位是什麼，題目最後問的單位是「公升」，因此先畫出一個長方形代表 1 公升，再將 1

公升平分成 4 大份，得到其中的 1 大份是 $\frac{1}{4}$ 公升。再將 $\frac{1}{4}$ 公

升平分成 4 小份，因為看不到 1 小份和 1 公升的關係，因此將平分成 4 小份的線延長，就能看到 1 公升被分割成

16(4×4)小份，並透過算式「 $\frac{1}{4} \div 4 = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{16}$ (公升)」，

說明其中的 1 小份是 $\frac{1}{16}$ 公升，然後再求其 $\frac{1}{16}$ 公升的一半。

題號	12		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-n-05 能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。		
試題內容	<p>12. 下列哪個算式的答案是 487 和 488 的公倍數？</p> <p>① $487 \times 488 + 2$</p> <p>② $487 \times 488 - 2$</p> <p>③ $487 \times 488 \times 2$</p> <p>④ $487 \times 488 \div 2$</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.09	0.16	0.03
2	0.08	0.15	0.02
3*	0.52	0.28	0.80
4	0.30	0.41	0.14
未作答	0.01		
通過率	0.52	鑑別度	0.52
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定兩個整數，要求學生判斷這兩個整數的乘積加 2、減 2、乘 2 和除 2 後，哪個算式的答案是原來兩個整數的公倍數，評量學生利用兩數公倍數概念解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.52，正確答案為選項 3，通過率為 52%，顯示超過五成的學生已具備利用兩數公倍數概念解題的能力。</p> <p>2. 有 30% 的學生選擇選項 4 (低分組有 41%)，這些學生可能尚未具備利用兩數公倍數概念解題的能力，不知道 477×488 是 487 和 488 的公倍數；也可能知道 477×488 是 487 和 488 的公倍數，但受到 $488 \div 2$ 的商是整數的影響，認為 $477 \times 488 \div 2$ 也是 477 和 478 的公倍數。</p> <p>3. 有 8% 的學生選擇選項 2 (低分組有 15%)、有 9% 的學生選擇選項 1 (低分組有 16%)，這些學生可能尚未具備利用兩數公倍數概念解題的能力，不知道 477×488 是 487 和 488 的公倍數。</p>		

教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細 目	5-n-04 能理解因數和倍 數。	5-n-05 能認識兩數的公 因數、公倍數、 最大公因數與最 小公倍數。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1. 學生可能無法將 487×488 看成一個數，必須算出乘積後，才能判斷算出的乘積是否為 487 和 488 的倍數。</p> <p>2. 幫助學生認識 $487 \times 1, 487 \times 2, 487 \times 3, \dots$ 都是 487 的倍數，所以 487×488 也是 487 的倍數；同理 $488 \times 1, 488 \times 2, 488 \times 3, \dots$ 都是 488 的倍數，所以 488×487 也是 488 的倍數。可以得到 487×488 是 487 和 488 的公倍數，可以推出 $487 \times 488 \times 2$ 也是 487 和 488 的公倍數。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 區分「倍數」與「幾倍」的意義。 學生可能混淆「倍數」與「幾倍」的意義，誤認為 2 是 0.1 的倍數。正確的說法是：2 <u>不是</u> 0.1 的倍數，但 2 是 0.1 的 20 倍。</p> <p>(1) 倍數的意義： 數學上只在整數的情境討論因數與倍數，因此，不論透過乘法 $b = a \times q$ 或除法 $b \div a = q \dots 0$，判斷 a 是否為 b 的因數時，a、b 和 q 都必須是整數。0.1 不是整數，因此 0.1 不是 2 的因數，2 也不是 0.1 的倍數。</p> <p>(2) 幾倍的意義： a 是 b 的 $\frac{a}{b}$ 倍，指的是將 b 視為基準量 1 時，比較量 a 是 $\frac{a}{b}$。 將 0.1 視為基準量 1，比較量 2 是 20 個 0.1，因此 2 是 0.1 的 20 倍。</p> <p>2. 以求「8 和 12 的公倍數」為例，教師可以先求出 12 部份的倍數 12、24、36、48、60、72、84、96 等，再判斷這些數是否為 8 的倍數，例如 24、48、72、96 也是 8 的倍數，所以 24、48、72、96 是 8 和 12 的公倍數，幫助學生簡化求公倍數的解題過程。</p> <p>3. 以求「8 和 12 的公倍數」為例，當學生求出 24、48、72、</p>		

96 等是 8 和 12 的公倍數，24 是 8 和 12 的最小公倍數後，教師應幫助學生認識公倍數 24、48、72、96 等都是最小公倍數 24 的倍數，為六年級利用短除法解公倍數的文字題鋪路。六年級利用短除法解題時，只能求出最小公倍數，無法求出其它的公倍數。

4. 以本題為例，說明如何幫助學生解題

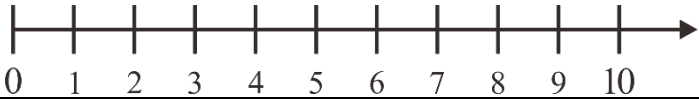
步驟一：學生知道 487×1 、 487×2 、 487×3 、 487×4 、...、
都是 487 的倍數，所以 487×488 會
是 487 的倍數。

步驟二：學生知道 488×1 、 488×2 、 488×3 、 488×4 、...、
都是 488 的倍數，所以 487×488 也
會是 488 的倍數。

步驟三： 487×488 是 487 的倍數，也是 488 的倍數，所
以 487×488 是 487 和 488 的公倍數。

步驟四： 487×488 是 487 和 488 的公倍數，所以
 $487 \times 488 \times 2$ 也是 487 和 488 的公倍數。

題號	13		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行
分年細目	5-n-13 能將分數、小數標記在數線上。		
試題內容	<p>13. 下列四個小數，哪個小數在數線上最接近 5.1 ？</p> <p>① 5.12</p> <p>② 5.102</p> <p>③ 5.021</p> <p>④ 5.09</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.12	0.20	0.05
2*	0.28	0.11	0.55
3	0.08	0.10	0.07
4	0.52	0.59	0.33
未作答	0.00		
通過率	0.28	鑑別度	0.44
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定一個小數，要求學生選出在數線上最接近給定小數的數，評量學生利用小數數線解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.44，正確答案為選項 2，通過率為 28%，顯示近三成的學生已具備利用小數數線解題的能力。</p> <p>2. 有 12% 的學生選擇選項 1(低分組有 20%)，這些學生可能不具備利用小數數線解題的能力。</p> <p>3. 有 8% 的學生選擇選項 3(低分組有 10%)，這些學生可能不具備利用小數數線解題的能力；也可能利用減法算出四個小數和 5.1 的差，5.021 和 5.1 的差最大，他們誤以為差最大的小數最接近 0.1。</p> <p>4. 有 52% 的學生選擇選項 4(低分組有 59%)，這些學生可能不具備利用小數數線解題的能力；這些學生也可能利用減法來解題，但是在計算時發生錯誤；這些學生也可能利用小數數線來解題，但是將小數標示在數線上時發生錯誤。</p>		

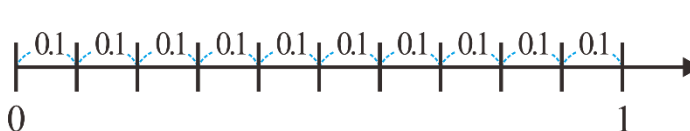
教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	4-n-10 能將簡單分數 標記在數線上。	5-n-13 能將分數、小數 標記在數線上。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生可能不理解距離比較短的兩點，這兩點坐標(代表的數)的差也比較小，無法利用減法來解題。 2. 學生可能無法畫出刻度是 0.01 或 0.001 的小數數線，並在小數數線上標示給定的小數。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本學習指標為 4-n-10 之後續學習概念，故學生應該已經能將簡單分數標記在數線上。而 5-n-13 幫助學生自製數線，並將分數、小數標記在數線上，並且能明白數與數在數線上的位置關係，也可藉此來判斷兩數的大小關係。 2. 數線教學跨越了三個年級，其重點皆有所不同： <ol style="list-style-type: none"> (1) 三年級(3-n-09)的教學重點是教師繪製數線，學生能將整數及一位小數標示在數線上。 (2) 四年級(4-n-10)的教學重點是教師繪製數線，學生能將簡單分數標示在數線上。 (3) 五年級(5-n-13)的教學重點是學生自製數線，並將分、小數標示在數線上。 3. 因為小數數線的結構和整數數線相同，教師可以先複習整數數線，為學習小數數線鋪路。 例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的 5 有下列兩種意義： <ol style="list-style-type: none"> (1) 在數線上的位置(或坐標)是 5 (2) 和原點 0 的距離是 5。 4. 教師可以透過下列方法幫助學生理解小數數線： <ol style="list-style-type: none"> (1) 以 1 公分為單位，利用直尺上的公分刻度繪製整數數線，並說明刻度 1 指的是 0 和 1 的距離是 1，刻度 2 指的是 0 和 2 的距離是 2，...。幫助學生理解整數數線的意義。 		

(2)以 10 公分為 1 單位，1 公分為 0.1 單位，利用直尺上的公分刻度，幫助學生理解小數數線的意義。如下所示：

①



②



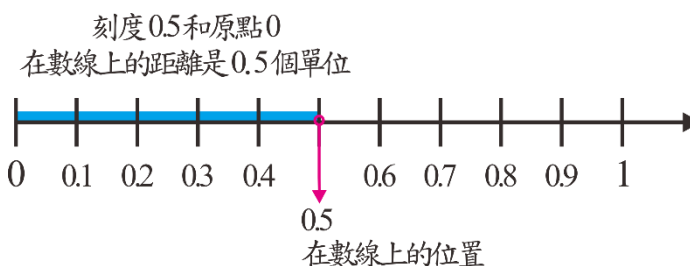
(3)將一位純小數標示在小數數線上，並理解刻度 0.1 和刻度 0 的距離是 0.1 單位，刻度 0.5 和刻度 0 的距離是 5 個 0.1 單位，也就是 0.5 單位，……。

如下所示：

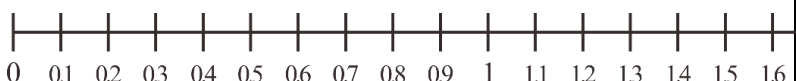
①



②



(4)將小數數線擴充至 1 以上。



5.本題有兩種解題的方法：

方法一：先算出四個小數和 5.1 的差，差最小的數距離 5.1 最近

$$5.12 - 5.1 = 0.02$$

$$5.102 - 5.1 = 0.002$$

$$5.1 - 5.021 = 0.079$$

$$5.1 - 5.01 = 0.01$$

答：5.102 距離 5.1 最近

方法二：在數線上標示四個點，找出距離 5.1 最近的點。

題號	14			
內容領域	幾何	認知歷程向度	解題思考	
分年細目	5-s-02 能透過操作，理解三角形任意兩邊和大於第三邊。			
試題內容	<p>14. 有一個四邊形，最長邊是 16 公分，另兩邊都是 6 公分，請問下列何者<u>不可能</u>是第四邊的長度？</p> <p>① 3 公分 ② 5 公分 ③ 10 公分 ④ 15 公分</p>			
選答率	答題反應比率（*表正確答案）			
選項	整體	低分組	高分組	
1*	0.57	0.38	0.77	
2	0.09	0.18	0.03	
3	0.11	0.17	0.05	
4	0.22	0.26	0.15	
未作答	0.01			
通過率	0.57	鑑別度	0.40	
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定四邊形的最長邊和兩條邊的長度，要求學生選出不可能是第四邊的長度，評量學生利用三角形任意兩邊和大於第三邊性質解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.4，正確答案為選項 1，通過率為 57%，顯示近六成的學生已具備利用三角形任意兩邊和大於第三邊性質解題的能力。</p> <p>2. 有 22% 的學生選擇選項 4(低分組有 26%)，這些學生可能尚未具備利用三角形任意兩邊和大於第三邊性質解題的能力；也可能誤解題意，題目中給定 16 公分和 6 公分兩個長度，他們選出和給定長度能圍成三角形的 15 公分為答案。</p> <p>3. 有 11% 的學生選擇選項 3(低分組有 17%)、有 9% 的學生選擇選項 2(低分組有 18%)，這些學生可能尚未具備利用三角形任意兩邊和大於第三邊性質解題的能力。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	1-s-01 能認識直線與曲線。	5-s-02 能透過操作，理解三角形任意兩邊和大於第三邊。	8-s-10 能理解三角形的基本性質。

(一) 錯誤類型的可能原因

學生無法將「三角形任兩邊的和的大於第三邊」改寫為「三角形較短兩邊的和的大於最長邊」，因此無法將是否能圍成三角形的判斷的方法延伸至是否能圍成四邊形上。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 五年級學生應該已能掌握連接兩點的繩子，以直線為最短。教師可以利用這個性質，幫助學生理解三角形任意兩邊和的大於第三邊。以三角形 ABC 為例，連接 A、B 兩點的繩子，以線段 AB 為最短，所以 $AC+BC>AB$ ；連接 A、C 兩點的繩子，以線段 AC 為最短，所以 $BC+AB>AC$ ；連接 B、C 兩點的繩子，以線段 BC 為最短，所以 $AB+AC>BC$ ，也就是三角形任意兩邊和的大於第三邊。

2. 「三角形任兩邊的和的大於第三邊」與「三角形比較短的兩邊和的大於最長邊」是等價的定義。假設三角形三邊的長度是 $a、b、c$ ， $a\geq b\geq c$ ，如果 $b+c>a$ 成立，那麼 $a+b>c$ 、 $a+c>b$ 一定也會成立。所以當「三角形比較短的兩邊和的大於最長邊」成立時，「三角形任兩邊的和的大於第三邊」也會成立。

建議教師教學時必須說明「三角形任兩邊的和的大於第三邊」的性質，但是在判斷是否能圍成三角形時，只要判斷「比較短的兩邊和是否大於最長邊」即可。學生只要掌握「比較短的兩邊和的大於最長邊」時，就能圍成三角形，就能發展出「比較短的三邊和的大於最長邊」時，就能圍成四邊形，以及「比較短的 $n-1$ 邊和的大於最長邊」時，就能圍成 n 邊形的性質。

3. 判斷給定的三線段是否能拼成三角形時，不必檢查任意兩邊和的大於第三邊，只要檢查較短的兩邊和是否大於最長邊即可。

如左下圖，較短的兩邊和的大於最長邊，因此可以圍成一個三角形。

如右下圖，較短的兩邊和小於最長邊，因此不可以圍成一個三角形



4. 下面以「以 2、7、5(公分)，以及 2、7、6(公分)為三邊長，是否能圍成三角形？」為例，說明如何幫助學生解題。

建議教師依下列步驟，幫助學生解決問題。

	<p>步驟一：先找出最長邊 7 公分。</p> <p>步驟二：檢查剩下兩邊的和是否大於 7 公分 $2+5=7$，以 2、7、5(公分)為三邊長不能排成三角形。</p> <p>步驟三：檢查剩下兩邊的和是否大於 7 公分 $2+6>7$，以 2、7、6(公分)為三邊長能排成三角形。</p>
--	---

題號	15		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行
分年細目	5-n-03 能熟練整數四則混合計算。		
試題內容	<p>15. 算算看，$540 + 60 \div (45 - 15 \times 2) = ?$</p> <p>① 10</p> <p>② 40</p> <p>③ 541</p> <p>④ 544</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.39	0.50	0.21
2	0.17	0.20	0.14
3	0.20	0.20	0.18
4*	0.24	0.09	0.47
未作答	0.00		
通過率	0.24	鑑別度	0.38
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題是四步驟的四則混合計算問題，要求學生算出答案，評量學生整數四則混合計算的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.38，正確答案為選項 4，通過率為 24%，顯示超過二成的學生已具備整數四則混合計算的能力。</p> <p>2. 有 39% 的學生選擇選項 1 (低分組有 50%)，這些學生可能不具備整數四則混合計算的能力；也可能知道「括號先算」的約定，但是不知道「先乘除後加減」的約定，他們先算括號的部份，但是都由左往右依序計算，學生可能的計算過程如下：$560 + 60 \div (45 - 15 \times 2) = 560 + 60 \div (30 \times 2) = 560 + 60 \div 60 = 600 \div 60 = 10$</p> <p>3. 有 17% 的學生選擇選項 2 (低分組有 20%)，這些學生可能不具備整數四則混合計算的能力；也可能知道「括號先算」和「先乘除後加減」的約定，但是只有在計算括號內的運算時遵守「先乘除後加減」的約定，去括號後則由左往右依序計算，學生可能的計算過程如下：$560 + 60 \div (45 - 15 \times 2) = 560 + 60 \div (45 - 30) = 560 + 60 \div 15 = 600 \div 15 = 40$。</p> <p>4. 有 20% 的學生選擇選項 3 (低分組有 20%)，這些學生可能不具備整數四則混合計算的能力；也可能知道「括號先算」和「先</p>		

	<p>乘除後加減」的約定，但是在計算括號內的運算時由左往右依序計算，去括號後則遵守「先乘除後加減」的約定，學生可能的計算過程如下：$560 + 60 \div (45 - 15 \times 2) = 560 + 60 \div (30 \times 2) = 560 + 60 \div 60 = 560 + 1 = 561$。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	<p>4-n-05 能做整數四則混合計算(兩步驟)。</p>	<p>5-n-03 能熟練整數四則混合計算。</p>	<p>6-n-05 能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。</p> <p>6-n-08 能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。</p>
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生不理解「先乘除後加減」的約定：算式中<u>加、減</u>，<u>乘、除</u>都有時，要先算<u>乘、除</u>的部份。 2. 學生不理解「由左往右算」的約定：算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。 3. $2 \times 3 + 7 = 6 + 7 = 13$ 是利用「先乘除後加減」運算次序的約定，不是利用「由左往右算」運算次序的約定。 4. 「$12 \div 3 \times 2 = 12 \div 6 = 2$」是學生常出現的迷思概念，這些學生混淆「先乘除後加減」運算次序的約定，誤認為乘的運算次序比除優先。教師應說明這些算式都是「乘、除」，要使用「由左往右算」運算次序的約定。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本學習指標為 1-a-01、1-a-02、2-a-03、4-a-01 及 5-a-01 之後續學習概念的統整，故學生應該已經能在具體情境中，認識加法交換律、加法結合律、乘法交換律、乘法結合律、乘法對加(減)法的分配律。而本指標旨在幫助學生熟練運用四則運算的性質，簡化整數四則混合計算。 2. 有關數的運算性質指的是： <ul style="list-style-type: none"> 加法交換律：「$a + b = b + a$」； 加法結合律：「$(a + b) + c = a + (b + c)$」 乘法交換律：「$a \times b = b \times a$」； 乘法結合律：「$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$」 乘法對加法的分配律： <ul style="list-style-type: none"> $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$(右分配)； $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$(左分配)。 			

3. 四年級兩步驟計算問題中，只會用到①括號先算、②先乘除後加減、③由左往右算，這三個約定其中的一個約定。

建議教師將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題。

第一類：有括號的兩步驟計算問題

括號的部份要先算，簡稱為括號先算。

第二類：沒有括號的兩步驟計算問題

(1) 算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份。簡稱為先乘除後加減

(2) 算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。簡稱為由左往右算。

4. 五年級引入三步驟計算問題，學生只要知道第一步要算什麼，三步驟計算問題，就能簡化成二步驟計算問題。四年級將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題的約定，也能適用於三步驟問題及更多步驟的問題。

第一類：有括號的三步驟計算問題

括號的部份要先算，簡稱為括號先算。

第二類：沒有括號的三步驟計算問題

(1) 算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份。簡稱為先乘除後加減。

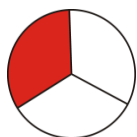
(2) 算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。簡稱為由左往右算。

題號	16		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行
分年細目	5-n-06 能用約分、擴分處理等值分數的換算。		
試題內容	<p>16. 已知 $\frac{A}{25} = \frac{6}{10} = \frac{9}{B}$，請問 $A - B = ?$</p> <p>① 16 ② 8 ③ 1 ④ 0</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.15	0.22	0.06
2	0.37	0.47	0.18
3	0.14	0.20	0.07
4*	0.33	0.10	0.69
未作答	0.01		
通過率	0.33	鑑別度	0.59
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定一個分數及分子及分母用未知數符號表示的兩個等值分數，要求學生算出這兩個未知數之差，評量學生利用約分與擴分處理等值分數換算的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項 4，通過率為 33%，顯示超過三成的學生已具備利用約分與擴分處理等值分數換算的能力。</p> <p>2. 有 37% 的學生選擇選項 2(低分組有 47%)，這些學生可能尚未具備利用約分與擴分處理等值分數換算的能力，將有未知數符號兩個分數的已知分子和分母相減再除以 2，$25 - 9 = 16$，$16 \div 2 = 8$，得到 8 的答案。</p> <p>3. 有 15% 的學生選擇選項 1(低分組有 22%)，這些學生可能尚未具備利用約分與擴分處理等值分數換算的能力，直接將有未知數符號兩個分數的已知分子和分母相減，$25 - 9 = 16$，得到 16 的答案。</p> <p>4. 有 14% 的學生選擇選項 3(低分組有 20%)，這些學生可能尚未具備利用約分與擴分處理等值分數換算的能力。</p>		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細 目	4-n-09 能認識等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。	5-n-06 能用約分、擴分處理等值分數的換算。	5-n-07 能用通分做簡單異分母分數的比較與加減
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> $\frac{6}{10} = \frac{\square}{5}、\frac{6}{10} = \frac{18}{\square}$ <p>都是整數倍運算的問題。</p> $\frac{6}{10} = \frac{\square}{25}、\frac{6}{10} = \frac{9}{\square}$ <p>都是分數倍運算的問題。</p> <p>學生必須將$\frac{6}{10}$約分成$\frac{3}{5}$後，才能將分數倍運算的問題轉換成整數倍運算的問題。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 區分等值分數和約分、擴分與通分的意義：</p> <p>等值分數：在選取相同單位量的情境下，兩分數雖然等分割的份數與合成的份數不同，但是兩分數所代表的量(值)一樣多。</p> <p>例如$\frac{1}{2}$條繩子和$\frac{4}{8}$條繩子一樣長，可以記成$\frac{1}{2}$條$=\frac{4}{8}$條。</p> <p>$\frac{2}{5}$盒蘋果和$\frac{4}{10}$盒蘋果一樣多，可以記成$\frac{2}{5}$盒$=\frac{4}{10}$盒。</p> <p>約分、擴分：將一個分數轉換成它的等值分數稱之為約分或擴分。分割份數由少變多稱為擴分，例如$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$；分割份數由多變少稱為約分，例如$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$。</p> <p>通分：透過約分或擴分，讓兩個分數分母相等的活動稱為通分。</p>			

2.在約分與擴分教學時，因為分割的份數不同，因此要選用不同的量詞來描述，例如將1張圓形色紙平分成3大塊，將另一張一樣大的圓形色紙平分成6小塊。

不可以說將1張圓形色紙平分成3塊，將另一張一樣大的圓形色紙平分成6塊，因為3塊中的「1塊」和6塊中的「1塊」大小不一樣，學生會混淆量詞「塊」的意義。建議教學方式如下：



平分成3大塊



平分成6小塊

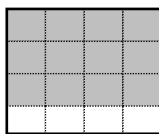
擴分： $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$ (1大塊可以換成2小塊)

約分： $\frac{2}{6} = \frac{2 \div 2}{6 \div 2} = \frac{1}{3}$ (2小塊可以換成1大塊)

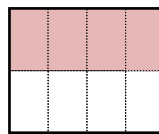
3.以「 $\frac{12}{16} = \frac{(\quad)}{8}$ 」為例，說明如何幫助學生解決約分的問題。

步驟一：如圖A， $\frac{12}{16}$ 指的是將1張色紙平分成16小份，

把其中的12等小份塗上顏色。如圖B， $\frac{(\quad)}{8}$ 指的是將1張色紙平分成8大份，不知道要塗其中的幾中份，才會和圖A塗色的面積一樣大？



圖A



圖B

步驟二：圖A的16小份合起來，和圖B的8大份合起來一樣大，所以1大份和2小份合起來一樣大。

步驟三：1大份和2小份合起來一樣大，16小份中的12小份合起來和8大份中的6大份合起來一樣

大，可以利用算式「 $\frac{12}{16} = \frac{12 \div 2}{16 \div 2} = \frac{6}{8}$ 」，得

到 $\frac{12}{16} = \frac{(6)}{8}$ 。

4. 以「 $\frac{12}{16} = \frac{3}{()}$ 」為例，說明如何幫助學生解決約分的問題。

步驟一：如圖 C， $\frac{12}{20}$ 指的是將 1 張色紙平分成 20 小份，

把其中的 12 小份塗上顏色。如圖 D，指的是不知道 1 張色紙被平分成幾大份，只知道把其中的 3 大份塗上顏色。

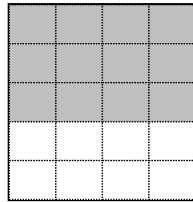


圖 C



圖 D

步驟二：12 小份合起來和 3 大份合起來一樣大，所以 1 大份和 4 小份合起來一樣大。也可以說圖 C 中，每 4 小份等於圖 D 的 1 大份，已知圖 C 全部平分成 20 小份，所以可以得知圖 D 被平分成 5 大份。

步驟三：圖 C 的 20 小份中的 12 小份合起來和 4 大份中的 3 大份合起來一樣大，可以利用算式「 $\frac{12}{20} =$

$$\frac{12 \div 4}{20 \div 4} = \frac{3}{5}$$

」，得到 $\frac{12}{20} = \frac{3}{(5)}$ 。

題號	17			
內容領域	代數	認知歷程向度	解題思考	
分年細目	5-a-03 能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。			
試題內容	<p>17. 飛鏢標靶上有 1、3、5、7、9 等 5 種分數。甲、乙各射飛鏢 10 次，甲有 9 次中靶，得到 9 個分數，乙有 8 次中靶，得到 8 個分數。下列何者可能是甲和乙的得分？</p> <p>① 甲得 51 分，乙得 47 分 ② 甲得 50 分，乙得 41 分 ③ 甲得 43 分，乙得 54 分 ④ 甲得 42 分，乙得 38 分</p>			
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)			
選項	整體	低分組	高分組	
1	0.23	0.25	0.20	
2	0.26	0.26	0.24	
3*	0.31	0.25	0.40	
4	0.19	0.23	0.15	
未作答	0.01			
通過率	0.31	鑑別度	0.15	
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定 9 個奇數和 8 個奇數相加的情境，要求學生選出他們的和可能是多少評量學生利用奇數個奇數相加必為奇數，偶數個奇數相加必為偶數性質解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.15，正確答案為選項 3，通過率為 31%，顯示超過三成的學生已具備利用奇數個奇數相加必為奇數，偶數個奇數相加必為偶數性質解題的能力。</p> <p>2. 有 23% 的學生選擇選項 1 (低分組有 25%)，26% 的學生選擇選項 2 (低分組有 26%)，19% 的學生選擇選項 4 (低分組有 23%)，這些學生可能知道奇數加奇數為偶數，奇數加偶數為奇數，但是不理解題意，不知道題目評量的重點是奇數個奇數相加必為奇數，偶數個奇數相加必為偶數。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	4-a-02 能在四則混合計算中，運用數的運算性質。	5-a-03 能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。	6-a-04 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。(同 6-n-13)

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能知道奇數加奇數為偶數，奇數加偶數為奇數，但是無法將上述性質應用在解題上，不知道題目評量的重點是奇數個奇數相加必為奇數，偶數個奇數相加必為偶數。
2. 學生可能缺少數感。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 此題學生看到題目，常會不知所措，多數採用盲湊的方式，但要漫無目標的湊答，幾乎是不可能的，而且也會有多種的答案，所以並非出題者要檢測的能力，從給予的飛鏢標靶上的5種分數來看，皆為奇數，而一個投中9次，一個投中8次，那麼目的是要讓學生利用奇偶的關係來判別答案的可能性。教師可以化繁為簡，讓學生看到奇偶的變化關係，

例如：

- a. 若只投中一次，出現的分數可能是哪些：1、3、5、7、9
- b. 若只投中兩次，出現的分數可能是哪些：2、4、10、6、14、...
- c. 若只投中三次，出現的分數可能是哪些：9、11、15、11...

教師可以讓學生分別湊出投中三次（或四、五次），然後記錄下來，問問學生，發現了什麼？讓學生看到只要投中偶數次，則出現的分數都會是偶數，若投中的次數是奇數次，那麼得分都是奇數，從中觀察出規律，並歸納結果，再利用歸納出來的結果來判斷4個選項的可能性即可。

2. 教師只要提示奇數加奇數為偶數，奇數加偶數為奇數，多數學生就能夠成功的解題。但在教學過程中，教師教學時應幫助學生建立數感：

(1) 三個連續的整數相乘一定是6的倍數。

(2) 最後兩位數字是4的倍數，該數就是4的倍數

(3) 計算「 137×5 」時，可以利用「 $1370 \div 2$ 」算出答案($5 = \frac{10}{2}$)。

計算「 137×25 」時，可以利用「 $13700 \div 4$ 」算出答案($25 = \frac{100}{4}$)。

(4) 計算「 59×40 」時，可以利用「 $60 \times 40 - 40$ 」算出答案。

題號	18		
內容領域	代數	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-a-01 能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化計算。		
試題內容	<p>18. 請問下面哪個選項的答案與 18×9 <u>不同</u>？</p> <p>① $9 \times 18 + 18 \times 9$</p> <p>② $18 \times 7 + 18 \times 2$</p> <p>③ $18 + 8 \times 18$</p> <p>④ $18 \times 10 - 18$</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.61	0.34	0.89
2	0.09	0.17	0.02
3	0.18	0.27	0.06
4	0.11	0.21	0.02
未作答	0.00		
通過率	0.61	鑑別度	0.55
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定兩數相乘的算式，要求學生選出答案相同的算式，評量學生利用乘法對加法、減法分配律解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項 1，通過率為 61%，顯示超過六成的學生已具備利用乘法對加法、減法分配律解題的能力。</p> <p>2. 有 18% 的學生選擇選項 3(低分組有 27%)，這些學生可能無法利用乘法對加法的分配律來簡化「$18 + 8 \times 18$」的計算，認為「$18 + 8 \times 18$」和「18×9」的答案不同。</p> <p>3. 有 11% 的學生選擇選項 4(低分組有 21%)、這些學生可能無法利用乘法對加法的分配律來簡化「$18 \times 10 - 18$」的計算，認為「$18 \times 10 - 18$」和「18×9」的答案不同。</p> <p>4. 有 9% 的學生選擇選項 2(低分組有 17%)，這些學生可能無法利用乘法對加法的分配律來簡化「$18 \times 7 + 18 \times 2$」的計算，認為「$18 \times 7 + 18 \times 2$」和「$18 \times 9$」的答案不同。</p>		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細 目	4-a-02 能在四則混合計 算中，運用數的 運算性質	5-a-01 能在具體情境 中，理解乘法對 加法的分配律， 並運用於簡化計 算。	5-a-03 能熟練運用四則 運算的性質，做 整數四則混合計 算
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1. 以「$18+8\times 18$」為例，教學時可能直接宣告將 18 改記成 18×1，$18+8\times 18=18\times 1+8\times 18=18\times 1+18\times 8=18\times(1+8)=18\times 9$，學生不理解為何要將 18 改記成 18×1，認為「$18+8\times 18$」和「18×9」是答案不同的兩個算式。</p> <p>2. 不宜透過計算題情境引入乘法對加法的分配律，以 $37\times(14+23)$ 為例，學生認為 $37\times(42+14)=37\times 56$，不理解為何要改記成 $37\times(42+14)=37\times 42+37\times 14$。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 以「豆漿一杯 20 元，奶茶一瓶 40 元，媽媽各買了 6 杯，要付多少元？」為例，說明如何幫助學生理解乘法對加法的分配律。</p> <p>教學時應出現下面兩種解題的方法，如果學生只出現其中一種解法，教師應提供另一種解法讓學生討論。</p> <p>方法一：分別計算 6 杯豆漿和 6 瓶奶茶的錢，再算合起來是多少錢。 $20\times 6=120$，$40\times 6=240$，$120+240=360$， 並改用併式「$20\times 6+40\times 6=360$」來記錄。</p> <p>方法二：將 1 杯豆漿和 1 瓶奶茶看成 1 份，先算 1 份的錢，再算 6 份的錢。 $20+40=60$，$60\times 6=360$， 並改用併式「$(20+40)\times 6=360$」來記錄。</p> <p>理解乘法對加法的分配有兩個層次：</p> <p>層次一：學生必須分別算出方法一的答案「$20\times 6+40\times 6=360$」和方法二的答案「$(20+40)\times 6=360$」，發現這兩種方法算出的答案相同，才可以記成「$20\times 6+40\times 6=(20+40)\times 6$」。</p> <p>層次二：學生知道它們是同一個問題的兩種合理算法，不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同，可以記成「$20\times 6+40\times 6=(20+40)\times 6$」</p> <p>教師應幫助層次一的學生提升至層次二。</p>			

2. 可以透過面積模型幫助學生記憶乘法對加法分配律的意義，為國中利用長方形面積記憶乘法公式鋪路。

有兩種計算下列兩個長方形面積和的方法：

方法一： $5 \times 4 + 3 \times 4 = 32$

方法二： $(5 + 3) \times 4 = 32$

它們是同一個問題的兩種合理算法，不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同，可以記成「 $5 \times 4 + 3 \times 4 = (5 + 3) \times 4$ 」。



3. 部份學生無法利用乘法對加法的分配律來簡化「 $35 \times 99 + 35$ 」的計算，下面提供三種解題的方法。

方法一：教師直接宣告將 35 改記成 35×1

$$35 \times 99 + 35 = 35 \times 99 + 35 \times 1 = 35 \times (99 + 1) = 35 \times 100 = 3500$$

部份教師習慣利用方法一來教學，學生不理解為何要將 35 改記成 35×1 ，很快就會忘記。

方法二：給定「一枝筆賣 35 元，甲先買 99 枝，再買 1 枝，共花多少元？」的情境，再提供三種解法，幫助學生理解 35 是 35×1 的省略記法。

① $35 \times 99 + 35 \times 1$

② $35 \times 99 + 35$

③ $35 \times (99 + 1)$

方法三：乘法對加法的分配律是兩種算法答案一定相等的關係，學生可能將乘法對加法的分配律解讀成運算。

學生比較熟悉 $35 \times (99 + 1) \Rightarrow 35 \times 99 + 35 \times 1$ 的乘法運算，比較不熟悉 $35 \times 99 + 35 \times 1 = 35 \times (99 + 1)$ 提公因數的運算。

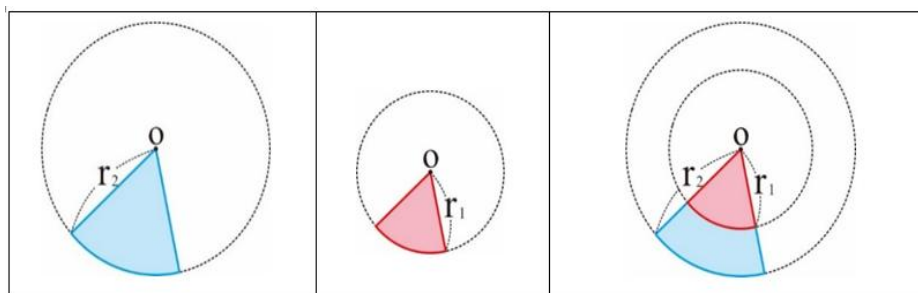
教師可以透過「 $35 \times (99 + 1) = 35 \times 99 + 35 \times 1 = 35 \times 99 + 35$ 」，幫助學生理解 35 是 35×1 的省略記法，必須將 35 改記成 35×1 ，才能利用乘法對加法的分配律來解題。

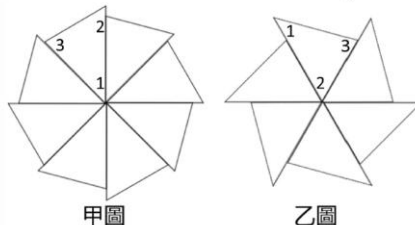
題號	19		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-s-03 能認識圓心角，並認識扇形。		
試題內容	<p>19. 甲說：半徑 8 公分的 $\frac{1}{3}$ 圓，和半徑 4 公分的 $\frac{1}{3}$ 圓圓心角一樣大。</p> <p>乙說：半徑 4 公分的 $\frac{2}{3}$ 圓，和半徑 8 公分的 $\frac{1}{3}$ 圓圓心角一樣大。</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲</p> <p>② 只有乙</p> <p>③ 兩人的說法都正確</p> <p>④ 兩人的說法都不正確</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.27	0.16	0.45
2	0.35	0.34	0.31
3	0.18	0.29	0.07
4	0.19	0.20	0.16
未作答	0.01		
通過率	0.27	鑑別度	0.29
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定兩個關於圓心角、半徑和幾分之幾圓的敘述，要求學生選出正確的敘述，評量學生利用圓心角及扇形概念解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.29，正確答案為選項 1，通過率為 27%，顯示近三成的學生已具備利用圓心角及扇形概念解題的能力。</p> <p>2. 有 35% 的學生選擇選項 2(低分組有 34%)，這些學生可能不具備利用圓心角及扇形概念解題的能力；也可能混淆圓或扇形半徑、圓心角和面積的關係，認為半徑比較長的圓面積比較大，所以半徑比較長的 $\frac{1}{3}$ 圓圓心角比較大。</p> <p>3. 有 18% 的學生選擇選項 3(低分組有 29%)，這些學生可能不具備利用圓心角及扇形概念解題的能力；也可能混淆圓或扇形半徑、圓心角和面積的關係，認為半徑比較長的圓面積比較大，所以半徑比較長的 $\frac{1}{3}$ 圓圓心角比較大。</p>		

	<p>4.有 19%的學生選擇選項 4(低分組有 20%)，這些學生可能不具備利用圓心角及扇形概念解題的能力；也可能混淆圓或扇形半徑、圓心角和面積的關係，認為$\frac{2}{3}$圓的$\frac{2}{3}$是$\frac{1}{3}$圓的$\frac{1}{3}$的 2 倍，所以半徑 4 公分$\frac{1}{3}$圓和半徑 8 公分$\frac{2}{3}$圓的圓心角一樣大。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	<p>3-s-01 能認識平面圖形的內部、外部與其周界。</p> <p>4-s-04 能認識「度」的角度單位，使用量角器實測角度或畫出指定的角。(同 4-n-16)</p>	<p>5-s-03 能認識圓心角，並認識扇形。</p>	<p>6-n-14 能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。(同 6-s-03)</p>
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1.學生混淆圓或扇形半徑、圓心角和面積的關係，認為半徑比較長的圓面積比較大，所以半徑比較長的$\frac{1}{3}$圓圓心角比較大。</p> <p>2.學生混淆圓或扇形半徑、圓心角和面積的關係，認為$\frac{2}{3}$圓的$\frac{2}{3}$是$\frac{1}{3}$圓的$\frac{1}{3}$的 2 倍，所以半徑 4 公分$\frac{1}{3}$圓和半徑 8 公分$\frac{2}{3}$圓的圓心角一樣大。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1.本學習指標為 3-s-03 之後續學習概念，故學生應該已經認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。而本指標旨在幫助學生認識扇形及圓心角。</p> <p>2.圓的圓心角是周角，周角的角度是 360 度，而扇形的圓心角是周角的部份，$\frac{1}{2}$圓的圓心角是周角的$\frac{1}{2}$，可以利用 $360 \times \frac{1}{2} = 180(\text{度})$，算出$\frac{1}{2}$圓的圓心角是 180 度。</p>			

相同的方式，可以透過 $360 \times \frac{1}{n}$ ，算出 $\frac{1}{n}$ 圓的圓心角是多少度。

3. 部份學生誤認為半徑比較長的 $\frac{1}{n}$ 圓，它的圓心角比較大，半徑比較短的 $\frac{1}{n}$ 圓，它的圓心角比較小。教師可以透過下圖，幫助學生理解，半徑比較長的 $\frac{1}{6}$ 圓，扇形面積比較大，圓心角對應的圓弧比較長，但是它們的圓心角都是 60 度，都一樣大。



題號	20		
內容領域	幾何	認知歷程向度	解題思考
分年細目	5-s-01 能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。		
試題內容	<p>20. 吳老師設計了一種三個角都不一樣大的三角形模板。</p> <p>將 8 個三角形模板的角 1 拼在一起，可以拼成甲圖，</p> <p>將 6 個三角形模板的角 2 拼在一起，可以拼成乙圖。</p> <p>請問此三角形模板的角 3 是多少度？</p>  <p>甲圖 乙圖</p> <p>① 45 度 ② 60 度 ③ 75 度 ④ 85 度</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.18	0.30	0.06
2	0.17	0.24	0.07
3*	0.46	0.22	0.77
4	0.18	0.23	0.10
未作答	0.01		
通過率	0.46	鑑別度	0.55
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定由 8 個全等且角 1 共端點三角形拼成的圖形，以及由 6 個全等且角 2 共端點三角形拼成的圖形，要求學生算出角 3 的角度，評量學生利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項 3，通過率為 46%，顯示成的學生已具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力。</p> <p>2. 有 18% 的學生選擇選項 1 (低分組有 30%)，這些學生可能尚未具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力；也可能誤解題意，透過 $360 \div 8 = 45$，將算出角 1 是 45 度當作角 3，得到 45 度的答案。</p> <p>3. 有 18% 的學生選擇選項 4 (低分組有 23%)，這些學生可能尚未具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力；也</p>		

	<p>可能已具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力，但計算發生錯誤，透過 $180 - 60 - 45 = 85$，得到 85 的答案；也可能直觀的認為角 3 很接近直角，選擇最接近 90 度的 85 度為答案。</p> <p>4. 有 17% 的學生選擇選項 2 (低分組有 24%)，這些學生可能尚未具備利用三角形內角和是 180 度性質解題的能力；也可能誤解題意，透過 $360 \div 6 = 60$，將算出角 2 是 60 度當作角 3，得到 60 度的答案。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	3-s-04 能認識角，並比較角的大小。	5-s-01 能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。	8-s-10 能理解三角形的基本性質。
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 題目中沒有給定三個角中任意角的角度，學生無法由給定的圖想到可以利用周角是 360 度的性質算出角 1 和角 2 的角度。 2. 學生沒有角度的量感。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 下面提供三種幫助學生理解三角形的內角和是 180 度的方法： <ul style="list-style-type: none"> 方法一：拿出或畫出很多不同的三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生測量出這些三角形的所有角，再分別算出這些三角形三個角的和。幫助學生察覺所有三角形三個角的角度和大約都是 180 度。 方法二：拿出一些三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生剪下三角形的 3 個角，再將同一個三角形的 3 個角拼湊在一起，幫助學生察覺所有三角形的三個角都可以拼成一個平角，這些三角形 3 個角的角度和大約都是 180 度。 方法三：教師也可以只剪下兩個角，再和沒有剪下的那個角拼湊在一起，也能夠拼出一個平角，得到三角形 3 個角的角度和大約都是 180 度。 			



2.本分年細目教學重點是所有三角形的內角和都是 180 度，教師不宜只求出某一個三角形的內角和是 180 度，就說明所有三角形的內角和都是 180 度。教師應幫助學生認識，直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形的內角和都是 180 度。

題號	21		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	解題思考
分年細目	5-n-12 能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。		
試題內容	<p>21. 已知$甲 \div 28 = 386 \dots 13$。請問$甲 \div 28$的商算到小數點後第二位時，餘數為何？</p> <p>① 0.12 ② 0.16 ③ 1.2 ④ 1.6</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.34	0.21	0.52
2	0.31	0.38	0.24
3	0.21	0.25	0.14
4	0.13	0.16	0.08
未作答	0.01		
通過率	0.34	鑑別度	0.31
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定被除數未知，除數、商及餘數已知的除法算式，要求學生算出商算到小數點後第二位時的餘數，評量學生能利用整數除以整數，商為三位小數計算解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1.本題鑑別度為 0.31，正確答案為選項 1，通過率為 34%，顯示超過三成的學生已具備利用整數除以整數，商為三位小數計算解題的能力。</p> <p>2.有 31%的學生選擇選項 2(低分組有 38%)，這些學生可能不具備利用整數除以整數，商為三位小數計算解題的能力；也可能已具備利用整數除以整數，商為三位小數計算解題的能力，透過乘除互逆算出被除數甲是多少後，再利用直式計算出答案，但是在計算過程中發生錯誤。</p> <p>3.有 21%的學生選擇選項 3(低分組有 25%)，這些學生可能不具備利用整數除以整數，商為三位小數計算解題的能力；也可能已具備利用整數除以整數，商為三位小數計算解題的能力，透過乘除互逆算出被除數甲是多少後，再利用直式計算出答案，但是在求餘數位值時發生錯誤，誤將於數 0.12 記成 1.2。</p> <p>4.有 13%的學生選擇選項 4(低分組有 16%)，這些學生可能</p>		

	不具備利用整數除以整數，商為三位小數計算解題的能力；也可能已具備利用整數除以整數，商為三位小數計算解題的能力，透過乘除互逆算出被除數甲是多少後，再利用直式計算出答案，但是在計算過程中發生錯誤。			
教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算。	5-n-12 能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。	6-n-06 能用直式處理小數除法的計算，並解決生活中的問題。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生不知道已知「$a \div b = q \dots r$，q 是整數」時，計算「$a \div b$」的商到小數第二位時的餘數，和計算「$r \div b$」的商到小數第二位的餘數相等。 2. 學生無法掌握有餘數情境的乘除互逆，無法算出甲是多少。 3. 商是小數時，學生無法掌握餘數的位值。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本學習指標為 5-n-01 之後續學習概念，故學生應該已經能熟練整數除法的直式計算。而本學習指標則將被除數及商數的範圍由整數延伸至小數。 2. 本題有兩種解題的方法： <ul style="list-style-type: none"> 方法一：透過乘除互逆算出被除數甲是多少後，再利用直式計算出答案。 方法二：算出餘數 13 除以 28 的商到小數點後第二位時的餘數為答案 <p><u>教師應幫助【方法一】解題的學生改用【方法二】來解題</u></p> 3. 教師可以先布小數除以整數，商數是小數且有餘數的問題，例如：「$17.5 \div 4$」。再布整數除以整數，商數是小數且有餘數的等分除問題，例如：「$17 \div 4$」。「$17.5 \div 4$」的被除數是一位小數，學生較容易類比整數除法直式計算，將整數位的餘數 1 轉換成 10 個 0.1，再加上原有的 0.5 後繼續運算。而「$17 \div 4$」的被除數是整數，學生不易自行加上小數點，再將整數位的餘數 1 轉換成 10 個 0.1。 4. 以「將 231.8 公升果汁，平分裝成 14 瓶，每瓶最多可以裝幾公升，剩下幾公升？(商數算到小數第一位)」為例，說明如何幫助學生解小數除以整數除法直式計算。 <ul style="list-style-type: none"> 步驟一：將 231.8 分解為 2 個「100」、3 個「10」、1 個「1」和 8 個「0.1」。 			

步驟二：先分 2 個「100」，2 個「100」平分成 14 份不夠分；將 2 個「100」換成 20 個「10」，加上原有的 3 個「10」，合起來是 23 個「10」。

23 個「10」平分成 14 份，每份是 1 個「10」。

步驟三：還剩下 9 個「10」不夠分，9 個「10」再換成 90 個「1」，加上原有的 1 個「1」，合起來是 91 個「1」。

步驟四：91 個「1」平分成 14 份，每份是 6 個「1」，分掉 84 個「1」。

步驟五：還剩下 7 個「1」不夠分，7 個「1」換成 70 個「0.1」，加上原有的 8 個「0.1」，合起來是 78 個「0.1」。

步驟六：78 個「0.1」平分成 14 份，每份是 5 個「0.1」，分掉 70 個「0.1」。

步驟七：剩下 8 個「0.1」。

步驟八：每瓶分到 1 個「10」、6 個「1」和 5 個「0.1」，剩下 8 個「0.1」，也就是每瓶分到 16.5 公升，剩下 0.8 公升。

上述的解題活動，可以使用下列直式來記錄：

$$\begin{array}{r}
 14 \overline{) 231.8} \\
 \underline{14} \\
 91 \\
 \underline{84} \\
 78 \\
 \underline{70} \\
 8
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \Rightarrow \text{步驟八} \\
 \Rightarrow \text{步驟一} \\
 \Rightarrow \text{步驟二} \\
 \Rightarrow \text{步驟三} \\
 \Rightarrow \text{步驟四} \\
 \Rightarrow \text{步驟五} \\
 \Rightarrow \text{步驟六} \\
 \Rightarrow \text{步驟七}
 \end{array}$$

5.最簡分數的分母是 $2^m \times 5^n$ 的樣式，其中 m 、 n 都是非負整數，才能轉換成有限小數。

例如： $\frac{3}{8}$ 的分母是 $2^3 \times 5^0$ ，可以透過下列算式將 $\frac{3}{8}$ 改記成有限小數。

$$\begin{aligned}
 \frac{3}{8} &= \frac{3 \times 5 \times 5 \times 5}{8 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{3 \times 5 \times 5 \times 5}{2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5} = \frac{3 \times 5 \times 5 \times 5}{10 \times 10 \times 10} = \\
 &= \frac{375}{1000} = 0.375。
 \end{aligned}$$

題號	22		
內容領域	代數	認知歷程向度	解題思考
分年細目	5-a-01 能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化計算。		
試題內容	<p>22. 已知 $9996 \times 9997 = 99930012$。</p> <p>甲 = 9995×9996，乙 = 9997×9994，請問甲和乙相差多少？</p> <p>① 0 ② 2 ③ 9996 ④ 9997</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.34	0.25	0.41
2*	0.40	0.36	0.43
3	0.17	0.25	0.10
4	0.09	0.13	0.06
未作答	0.01		
通過率	0.40	鑑別度	0.07
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定 $a \times b = c$，要求學生算出 $(b-2) \times a$ 和 $b \times (a-2)$ 的差，評量學生利用乘法對加法、減法分配律解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.07，正確答案為選項 2，通過率為 40%，顯示四成的學生已具備利用乘法對加法、減法分配律解題的能力。</p> <p>2. 有 34% 的學生選擇選項 1 (低分組有 25%)，這些學生可能尚未具備利用乘法對加法、減法分配律解題的能力，誤認為甲數的被乘數比乙數的被乘數少 2，甲數的乘數比乙數的乘數多 2，所以甲、乙兩數會一樣大，得到兩數差為 0 的答案。</p> <p>3. 有 17% 的學生選擇選項 3 (低分組有 25%)、有 9% 的學生選擇選項 4 (低分組有 13%)，這些學生可能尚未具備利用乘法對加法、減法分配律解題的能力，任選甲、乙數的被乘數或乘數當成是答案。</p>		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細 目	4-a-02 能在四則混合計 算中，運用數的 運算性質	5-a-01 能在具體情境 中，理解乘法對 加法的分配律， 並運用於簡化計 算。	5-a-03 能熟練運用四則 運算的性質，做 整數四則混合計 算
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1. 題目給定 $9996 \times 9997 = 99930012$，部分學生可能無法將甲、乙兩個算式改記成和「$9996 \times 9997$」有關的算式，利用乘法對加法、減法分配律解題。如下所示：甲 = $9995 \times 9996 = (9997 - 2) \times 9996$，乙 = $9997 \times 9994 = 9997 \times (9996 - 2)$。</p> <p>2. 部分學生可能將甲、乙兩個算式改記成和「9996×9997」有關的算式，無法進一步利用互消解題。如下所示：甲 = $9995 \times 9996 = (9994 + 1) \times 9996$，乙 = $9997 \times 9994 = (9996 + 1) \times 9994$，無法進一步將 9996×9994 互消解題。</p> <p>3. 學生沒有數感，9995×9996 的個位數字為 0，9997×9994 的個位數字為 8，$8 - 0 = 8$，$10 - 8 = 2$，兩數差的個位數字不是 8 就是 2，只有選項②滿足。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 本題有三種解題的方法：</p> <p>第一種：分別算出甲和乙的答案後，再求甲和乙的差。 $9995 \times 9996 = 99910020$ $9994 \times 9997 = 99910018$ $99910020 - 99910018 = 2$</p> <p>第二種：透過已知條件，利用乘法對加法、減法分配律解題。 已知：$9996 \times 9997 = 99930012$ $9995 \times 9996 = (9997 - 2) \times 9996 = 9997 \times 9996 - 2 \times 9996$ $9997 \times 9994 = 9997 \times (9996 - 2) = 9997 \times 9996 - 9997 \times 2$ $9997 \times 2 - 2 \times 9996 = 2$</p> <p>第三種：透過將被乘數轉換成相同的數，利用乘法對加法、減法分配律解題。 $9995 \times 9996 = (9994 + 1) \times 9996 = 9994 \times 9996 + 1 \times 9996$</p>			

$$9997 \times 9994 = (9996 + 1) \times 9994 = 9996 \times 9994 + 1 \times 9994$$

$$9996 - 9994 = 2$$

建議教師幫助使用方法一或方法三解題的學生改用方法二來解題。

2. 以「豆漿一杯 20 元，奶茶一瓶 40 元，媽媽各買了 6 杯，要付多少元？」為例，說明如何幫助學生理解乘法對加法的分配律。

教學時應出現下面兩種解題的方法，如果學生只出現其中一種解法，教師應提供另一種解法讓學生討論。

方法一：分別計算 6 杯豆漿和 6 瓶奶茶的錢，再算合起來是多少錢。

$$20 \times 6 = 120, 40 \times 6 = 240, 120 + 240 = 360,$$

並改用併式「 $20 \times 6 + 40 \times 6 = 360$ 」來記錄。

方法二：將 1 杯豆漿和 1 瓶奶茶看成 1 份，先算 1 份的錢，再算 6 份的錢。

$$20 + 40 = 60, 60 \times 6 = 360,$$

並改用併式「 $(20 + 40) \times 6 = 360$ 」來記錄。

理解乘法對加法的分配有兩個層次：

層次一：學生必須分別算出方法一的答案「 $20 \times 6 + 40 \times 6 = 360$ 」和方法二的答案「 $(20 + 40) \times 6 = 360$ 」，發現這兩種方法算出的答案相同，才可以記成「 $20 \times 6 + 40 \times 6 = (20 + 40) \times 6$ 」。

層次二：學生知道它們是同一個問題的兩種合理算法，不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同，可以記成「 $20 \times 6 + 40 \times 6 = (20 + 40) \times 6$ 」。

教師應幫助層次一的學生提升至層次二。

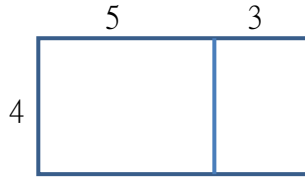
3. 可以透過面積模型幫助學生記憶乘法對加法分配律的意義，為國中利用長方形面積記憶乘法公式鋪路。

有兩種計算下列兩個長方形面積和的方法：

方法一： $5 \times 4 + 3 \times 4 = 32$

方法二： $(5 + 3) \times 4 = 32$

它們是同一個問題的兩種合理算法，不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同，可以記成「 $5 \times 4 + 3 \times 4 = (5 + 3) \times 4$ 」。



4.部份學生無法利用乘法對加法的分配律來簡化「 $35 \times 99 + 35$ 」的計算，下面提供三種解題的方法。

方法一：教師直接宣告將 35 改記成 35×1

$$35 \times 99 + 35 = 35 \times 99 + 35 \times 1 = 35 \times (99 + 1) = 35 \times 100 = 3500$$

部份教師習慣利用方法一來教學，學生不理解為何要將 35 改記成 35×1 ，很快就會忘記。

方法二：給定「一枝筆賣 35 元，甲先買 99 枝，再買 1 枝，共花多少元？」的情境，再提供三種解法，幫助學生理解 35 是 35×1 的省略記法。

① $35 \times 99 + 35 \times 1$

② $35 \times 99 + 35$

③ $35 \times (99 + 1)$

方法三：乘法對加法的分配律是兩種算法答案一定相等的關係，學生可能將乘法對加法的分配律解讀成運算。

學生比較熟悉 $35 \times (99 + 1) \Leftrightarrow 35 \times 99 + 35 \times 1$ 的乘法運算，比較不熟悉 $35 \times 99 + 35 \times 1 = 35 \times (99 + 1)$ 提公因數的運算。

教師可以透過「 $35 \times (99 + 1) = 35 \times 99 + 35 \times 1 = 35 \times 99 + 35$ 」，幫助學生理解 35 是 35×1 的省略記法，必須將 35 改記成 35×1 ，才能利用乘法對加法的分配律來解題。

題號	23			
內容領域	量與實測	認知歷程向度	程序執行	
分年細目	5-n-15 能解決時間的乘除計算問題。			
試題內容	<p>23. 完成一件成品要 4 日 10 小時 20 分鐘。如果 10 日可以完成「甲」件成品，剩下「乙」日「丙」小時「丁」分鐘，請問下列敘述何者錯誤？</p> <p>① 甲 = 2 ② 乙 = 1 ③ 丙 = 4 ④ 丁 = 20</p>			
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)			
選項	整體	低分組	高分組	
1	0.17	0.23	0.11	
2	0.25	0.29	0.17	
3*	0.36	0.21	0.57	
4	0.21	0.25	0.14	
未作答	0.01			
通過率	0.36	鑑別度	0.36	
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題是時間量包含除情境的文字題，要求學生算出商及餘數，評量學生利用時間的乘除計算解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.36，正確答案為選項 3，通過率為 36%，顯示近四成的學生已具備利用時間的乘除計算解題的能力。</p> <p>2. 有 17% 的學生選擇選項 1(低分組有 23%)，25% 的學生選擇選項 2(低分組有 29%)，21% 的學生選擇選項 4(低分組有 25%)，這些學生可能不具備利用時間的乘除計算解題的能力；也可能已具備利用時間的乘除計算解題的能力，但解題時將被除數和除數的單位都換成分鐘，利用除法算出答案後，再將分鐘為單位的答案換算成幾日幾小時幾分鐘，因為計算過程繁雜，在計算過程中發生錯誤。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	4-n-13 能解決複名數的時間量的計算問題。	5-n-15 能解決時間的乘除計算問題。	6-n-12 能認識速度的意義及其常用單位。

補救教學
建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 將被除數和除數的單位都換成分鐘，利用除法算出答案後，再將分鐘為單位的答案換算成幾日幾小時幾分鐘，因為計算過程繁雜，在計算過程中發生錯誤。
2. 學生沒有養成解包含除問題時先估商，商的數字比較小時，採用先乘後減的方法來解題。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習指標為 4-n-13 之後續學習概念，故學生應該已經能解決複名數時間量的加、減計算及複名數時間量整數倍的乘法計算(不進退位)。而此學習指標開始引入可進退位時間量整數倍的乘法計算，以及等分除和包含除情境時間量的除法計算。

2. 本題有兩種解題的方法：

方法一：將被除數 10 日和除數 4 日 10 小時 20 分鐘的單位都換成分鐘，利用除法算出答案後，再將分鐘為單位的答案換算成幾日幾小時幾分鐘，因為計算過程繁雜，學生常在計算過程中發生錯誤。

方法二：透過估商，利用先乘後減的方式解題

學生應該很容易估出最多只能完成 2 件作品，接著則可以用先乘後減的方式算出答案：

$4 \text{ 日 } 10 \text{ 小時 } 20 \text{ 分鐘} \times 2 = 8 \text{ 日 } 20 \text{ 小時 } 40 \text{ 分鐘}$ ，
 $10 \text{ 日} - 8 \text{ 日 } 20 \text{ 小時 } 40 \text{ 分鐘} = 1 \text{ 日 } 3 \text{ 小時 } 20 \text{ 分鐘}$

得到甲=2，乙=1，丙=3，丁=20

建議教師幫助使用【方法一】解題的學生改用【方法二】來解題。

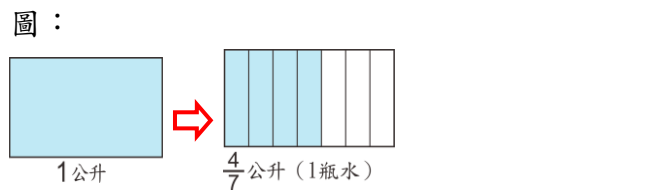
題號	24		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-n-08 能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。		
試題內容	<p>24. 「一瓶水有 $\frac{5}{8}$ 公升，$\frac{3}{4}$ 瓶水有多少公升？」，</p> <p>我們可以利用「$\frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{8 \times 4}$」算出答案。</p> <p>下列是甲、乙兩人關於「$\frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{8 \times 4}$」的說法。</p> <p>甲說：分母乘分母表示 1 瓶水被平分成 8×4 份。</p> <p>乙說：分子乘分子表示有 5×3 個 $\frac{1}{32}$ 公升的水。</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲 ② 只有乙 ③ 兩個人的說法都正確 ④ 兩個人的說法都不正確</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.21	0.26	0.14
2*	0.24	0.19	0.28
3	0.35	0.33	0.42
4	0.18	0.20	0.14
未作答	0.02		
通過率	0.24	鑑別度	0.09
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定分數乘法文字題和兩個解讀乘法算式意義的說法，要求學生選出正確的說法，評量學生是否理解分數乘法算式的意義。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.09，正確答案為選項 2，通過率為 24%，顯示超過二成的學生已理解分數乘法算式的意義。</p> <p>2. 有 35% 的學生選擇選項 3(低分組有 33%)，這些學生可能不理解分數乘法算式的意義，不知道題目描述「一瓶水有 $\frac{5}{8}$ 公升」時，1 公升已經進行一次八等分割的活動，而題目描述「$\frac{3}{4}$ 瓶水有多少公升」時，1 瓶水進行一次四等分割的活動，而 1 公升又進行一次四等分割的活動，因此 1 公升的水進行了二次等分割的活動，被等分割成</p>		

	<p>8×4 份，其中的 1 分是$\frac{1}{32}$ 公升。這些學生不知道分母乘分母是將 1 公升分割成 8×4 份，誤以為分母乘分母是將 1 瓶分割成 8×4 份，但是知道分子乘分子是計算多少個$\frac{1}{32}$ 公升。</p> <p>3.有 21%的學生選擇選項 1(低分組有 26%)、有 18%的學生選擇選項 4(低分組有 20%)，這些學生可能不理解分數乘法算式的意義，不知道分母乘分母是將 1 公升分割成 8×4 份，誤以為分母乘分母是將 1 瓶分割成 8×4 份，或不知道分子乘分子是計算多少個$\frac{1}{32}$ 公升，誤以為分子乘分子是計算多少個$\frac{1}{32}$ 瓶。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	5-n-09 能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。	5-n-08 能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。	6-n-04 能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生可能透過口訣進行分數乘法的解題活動，雖能正確算出答案卻不理解「分母×分母，分子×分母」所代表的意義。 2.學生可能不理解分數乘法算式的意義，不知道題目描述「一瓶水有$\frac{5}{8}$公升」時，1 公升已經進行一次八等分割的活動，而題目描述「$\frac{3}{4}$瓶水有多少公升」時，1 瓶水進行一次四等分割的活動，而 1 公升又進行一次四等分割的活動，因此 1 公升的水進行了二次等分割的活動，被等分割成 8×4 份，其中的 1 分是$\frac{1}{32}$ 公升。這些學生不知道分母乘分母是將 1 公升分割成 8×4 份，誤以為分母乘分母是將 1 瓶分割成 8×4 份，但是知道分子乘分子是計算多少個$\frac{1}{32}$ 公升。 			

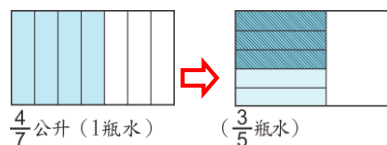
(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 下面以「一瓶水有 $\frac{4}{7}$ 公升， $\frac{3}{5}$ 瓶水有多少公升？」為例，說明為什麼可以透過「分子乘以分子，分母乘以分母」的方式算出答案。

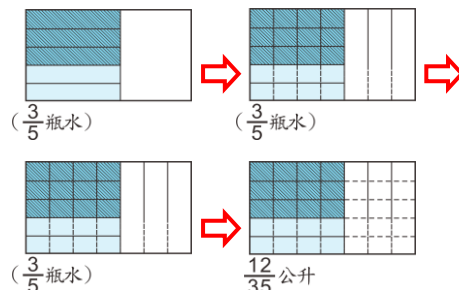
步驟一：題目問「水有多少公升？」，先畫一個長方形表示 1 公升，接著畫出 $\frac{4}{7}$ 公升表示 1 瓶水，如下圖：



步驟二：以 1 瓶水 ($\frac{4}{7}$ 公升) 為單位，平分成 5 份，再取出其中的 3 份，並在這 3 份畫上斜線，斜線部份就是 $\frac{3}{5}$ 瓶水，如下圖：



步驟三：「和 1 公升 (原來的長方形) 比比看，1 公升被分割成幾小份？」，可以用算式「 $7 \times 5 = 35$ 」算出 1 公升被分割成 35 小份，其中的 1 小份是 $\frac{1}{35}$ 公升。再算算看，斜線部份有幾小份，用算式「 $4 \times 3 = 12$ 」算出有 12 小份，這 12 小份合起來是 $\frac{12}{35}$ 公升。如下圖：



步驟四：看著算式「 $\frac{4}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{4 \times 3}{7 \times 5}$ 」說說看：

「分母乘以分母(7×5)」是否記錄了將 1 公升 (原來的長方形) 先平分成 7 份、每 1 份再平分成 5

小份？也就是將 1 公升平分成 35(7×5)小份，而其中的 1 小份是 $\frac{1}{7 \times 5}$ 公升。」

「分子乘以分子(3×4)」是否記錄了有 12 個 $\frac{1}{7 \times 5}$ 公升？也就是 12 個 $\frac{1}{35}$ 公升。」

2. 以「一桶果汁 $\frac{5}{6}$ 公升， $\frac{3}{4}$ 桶有多少公升？」為例，學生


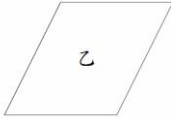
利用「 $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$ 」解題時，不宜要求學生將被乘數的分母 6

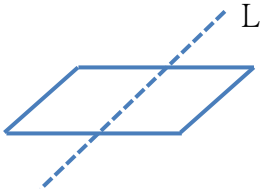
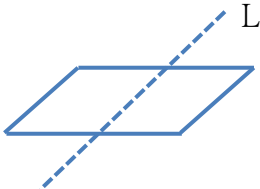
和乘數的分子 3 直接約分，因為 $\frac{5}{6}$ 和 $\frac{3}{4}$ 兩個數字的單位不一樣。

當學生算出「 $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{6 \times 4}$ 」之後， $\frac{5 \times 3}{6 \times 4}$ 是一個數字，因為分母的 6 和分子的 3 有公因數 3，所以可以將(6×4)和(5×3)同時除以 3，得到

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{6}} \times 4} = \frac{5 \times 1}{2 \times 4} = \frac{5}{8}$$

教師也可以比對先約分和算出積後再約分的算式，幫助學生認識最後的結果都一樣，因此可以先約分後算出答案。

題號	25		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-s-04 能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。		
試題內容	<p>25. 圖形甲是正方形，圖形乙是平行四邊形。 下列關於甲、乙兩圖形對稱軸個數的敘述，何者正確？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>甲</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>乙</p> </div> </div> <p>① 甲圖形有 2 條對稱軸，乙圖形沒有對稱軸 ② 甲圖形有 2 條對稱軸，乙圖形有 2 條對稱軸 ③ 甲圖形有 4 條對稱軸，乙圖形沒有對稱軸 ④ 甲圖形有 4 條對稱軸，乙圖形有 2 條對稱軸</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.09	0.14	0.06
2	0.19	0.25	0.13
3*	0.32	0.19	0.50
4	0.38	0.41	0.30
未作答	0.02		
通過率	0.32	鑑別度	0.31
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定正方形和平行四邊形的圖像，要求學生選出兩圖形正確的對稱軸個數，評量學生找出簡單平面圖形對稱軸個數的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題鑑別度為 0.31，正確答案為選項 3，通過率為 32%，顯示超過三成的學生已具備找出簡單平面圖形對稱軸個數的能力。 2. 有 9% 的學生選擇選項 1 (低分組有 14%)，這些學生可能認為只有水平或鉛垂方向的直線才可能是對稱軸，因此給定的正方形只有兩條對稱軸，這些學生可能知道給定的平行四邊形沒有對稱軸。 3. 有 19% 的學生選擇選項 2 (低分組有 25%)，這些學生可能認為和邊平行的直線才可能是對稱軸，因此給定的正方形只有兩條對稱軸，這些學生可能認為和平行四邊形兩邊平行的直線也是平行四邊形的對稱軸，所以給定的平行四邊形也有 2 條對稱軸。 4. 有 38% 的學生選擇選項 4 (低分組有 41%)，這些學生知道正方形有 4 條對稱軸，但誤認為和平行四邊形兩邊平行 		

	的直線也是對稱軸，因此給定的平行四邊形有 2 條對稱軸。		
教材地位分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	4-s-03 能認識平面圖形全等的意義。	5-s-04 能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。	6-s-02 能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響，並認識比例尺。
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1. 因為平行四邊形兩雙對邊互相平行，部份學生誤認為平行四邊形也是線對稱圖形(如下圖)。</p>  <p>2. 部份學生誤認為只有水平或鉛垂方向的直線才可能是對稱軸，因此給定的正方形只有兩條對稱軸，給定的平行四邊形沒有對稱軸。</p> <p>3. 學生沒有實際操作，透過對摺檢查圖形是否為對稱軸的解題經驗。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 因為平行四邊形兩雙對邊互相平行，部份學生誤認為平行四邊形也是線對稱圖形(如下圖)。</p> <p>教師應提供學生對摺平行四邊形判斷是否可能重合的解題經驗，幫助學生認識 L 不是平行四邊形的對稱軸，所以平行四邊形不是線對稱圖形。</p>  <p>2. 部份學生在尋找線對稱圖形有幾條對稱軸時，常遺漏一些對稱軸，下面提出一種幫助學生能找出所有對稱軸的方法。</p> <p>教師可以先拿出一些已畫出所有對稱軸的線對稱圖形，例如下圖中的七個線對稱圖形，要求學生將這些圖形，</p>		

依對稱軸和對稱圖形交點間的關係進行分類，幫助學生將對稱圖形的對稱軸分成下列三類。

第一類：對稱軸通過對稱圖形的兩個頂點。

例如：菱形、正方形、六邊形

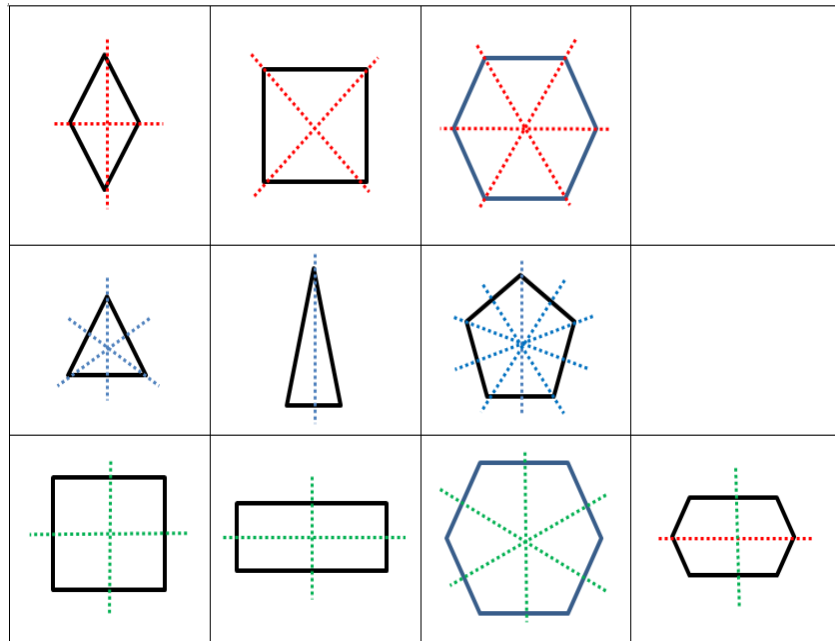
第二類：對稱軸通過對稱圖形的一個頂點和一邊的中點。

例如：正三角形、等腰三角形、正五邊形

第三類：對稱軸通過對稱圖形兩邊的中點。

例如：正方形、長方形、六邊形

當學生理解對稱軸和對稱圖形間只有這三類關係後，只要依這三類關係分別找出對稱軸，就不會遺漏。



六年級試題選項分析與教學建議

題號	1		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-s-04 能認識面與面的平行與垂直，線與面的垂直，並描述正方體與長方體中面與面、線與面的關係。		
試題內容	<p>1. 下圖為一個長方體，請問下列哪個邊<u>沒有</u>和面 $EFGH$ 垂直？</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>① \overline{AE} ② \overline{BC} ③ \overline{CG} ④ \overline{DH}</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.04	0.09	0.00
2*	0.92	0.80	0.99
3	0.03	0.07	0.01
4	0.02	0.04	0.00
未作答	0.00		
通過率	0.92	鑑別度	0.18
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定長方體的透視圖和一個面，要求學生選出沒有和該面垂直的邊，評量學生正確描述長方體中線與面垂直關係的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.18，正確答案為選項 2，通過率為 92%，顯示超過九成學生已經認識長方體中線與面的垂直關係。 2. 有 4% 的學生選擇選項 1 (低分組有 9%)，3% 的學生選擇選項 3 (低分組有 7%)，2% 的學生選擇選項 4 (低分組有 4%)，這些學生可能不具備正確描述長方體中線與面垂直關係的能力；也可能誤解題意，選擇符合線與面垂直關係的選項。</p>		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	4-s-06 能理解平面上直角、垂直與平行的意義。	6-s-04 能認識面與面的平行與垂直，線與面的垂直，並描述正方體與長方體中面與面、線與面的關係。	9-s-13 能認識線與平面、平面與平面的垂直關係與平行關係。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.因為學生較能掌握面與面的平行或垂直關係，較不容易掌握面與線的垂直關係，因此 108 課綱將面與線垂直關係的教材移至國中。 2.學生可能混淆線與線的垂直關係和面與面的垂直關係。 3.學生可能不理解透視圖所代表的意義。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.建議教師多舉一些日常生活中面與面互相垂直的例子，例如天花板和地板、桌面的隔板等；以及面與面互相平行的例子，例如牆壁和地板、桌面和側面板等，幫助學生認識面和面的垂直及平行的現象。 2.面會向四面八方無限的延伸，而長方體的面是封閉的多邊形區域。在檢驗長方體底面和側面是否互相垂直時，常將長方體底面平放在桌面上來檢驗，當底面在桌面上時，無法檢驗底面和側面是否互相垂直，只能檢驗桌面和側面是否互相垂直，許多學生無法掌握長方體的底面與桌面之間的包含關係，不知道長方體的側面和桌面互相垂直時，長方體的側面也和底面互相垂直。 建議教師製作上底和下底是空的，而側面都存在的長方體燈籠骨架模型，將下底平放在桌面上，幫助學生察覺：燈籠骨架模型的底面都在桌面上，底面和桌面都是同一個平面，底面和桌面重合。 3.針對本題建議教學步驟如下： 步驟一：建議教師先製作上底和下底是空的，而側面都存在的長方體燈籠骨架模型，將下底平放在桌面上，幫助學生察覺：燈籠骨架模型的底面都在桌面上，底面和桌面都是同一個平面，底面和桌面重合；燈籠骨架模型側面的邊和桌面互相垂直時，側面的邊和底面也會互相垂直。 			

	<p>步驟二：接著透過上底是空的長方體，從外部和內部觀察線與面的垂直關係。</p> <p>步驟三：承(步驟二)依序就三組不同的面分別進行探討，幫助學生察覺每個長方體的面分別有4條邊與其垂直。</p> <p>步驟四：最後，除了實物之外，建議教師還要再幫學生建立立體透視圖與實體長方體之間的連結，以利學生能透過平面的立體透視圖來理解長方體中線與面的垂直關係。</p>
--	---

題號	2			
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解	
分年細目	6-n-02 能用短除法求兩數的最大公因數、最小公倍數。			
試題內容	<p>2. 姐姐與妹妹到文具店選購了相同的原子筆若干枝，姐姐付了 48 元，妹妹付了 84 元。請問下列何者<u>不可能</u>是一枝原子筆的售價？</p> <p>① 4 元 ② 6 元 ③ 8 元 ④ 12 元</p>			
選答率	答題反應比率（*表正確答案）			
選項	整體	低分組	高分組	
1	0.08	0.18	0.00	
2	0.04	0.08	0.01	
3*	0.81	0.60	0.98	
4	0.07	0.14	0.01	
未作答	0.00			
通過率	0.81	鑑別度	0.38	
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題是公因數情境的文字題，要求學生選出不是公因數的答案，評量學生利用求兩數公因數解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.38，正確答案為選項 3，通過率為 81%，顯示超過八成的學生已具備利用求兩數公因數解題的能力。 2. 有 8% 的學生選擇選項 1(低分組有 18%)、7% 的學生選擇選項 4(低分組有 14%)、4% 的學生選擇選項 2(低分組有 8%)，這些學生可能不具備利用求兩數公因數解題的能力；也可能誤解題意，誤選是兩數公因數的答案。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	5-n-04 能理解因數和倍數。 5-n-05 能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。	6-n-02 能用短除法求兩數的最大公因數、最小公倍數。	7-n-02 能理解因數、質因數、倍數、公因數、公倍數及互質的概念，並熟練質因數分解的計算方法。

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生面對情境問題時，無法判斷該利用公因數或利用公倍數的關係來解題。
2. 學生沒有透過判斷選項的答案是否合理的策略解題的習慣。
3. 學生可能誤解題意，忽略了本題是要求何者「不可能」，選出可能是一枝原子筆售價的答案。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 學生面對利用最大公因數或最小公倍數性質解題的文字題時，常不知道該用哪一種性質來解題。教師不宜要求學生記憶題型，看到題目就直接作答，應幫助學生養成利用嘗試錯誤解題的能力。

例如解「長方形紙長 96 公分，寬 54 公分，哥哥要裁成一樣的正方形，此正方形最大的邊長是幾公分？」時，先假設正方形的邊長是 1 公分，發現滿足題意，再假設正方形的邊長是 2 公分，發現也滿足題意，就知道必須利用最大公因數的性質來解題。

例如解「弟弟想用長 4 公分、寬 6 公分的長方形色紙，排成正方形，最少需要幾張色紙？」時，先假設正方形的邊長都是 1 公分，發現不滿足題意，再假設正方形的邊長都是 24 公分，發現滿足題意，就知道必須利用最小公倍數的性質來解題。

2. 教師也可以提醒學生，1 是兩數的最小公因數，如果 1 滿足題意，就是求公因數的問題，如果 1 不滿足題意，就是求公倍數的問題。

3. 以「找出 18 和 24 的最大公因數」為例，說明如何利用質因數分解法求兩數的最大公因數。

步驟一：先將 18 及 24 進行質因數分解： $18=2\times 3\times 3$ ； $24=2\times 2\times 2\times 3$

步驟二：教師提供 18 和 24 的所有因數(以質因數分解算式呈現)。

18 的因數：1、2、3、 2×3 、 3×3 、 $2\times 3\times 3$

24 的因數：1、2、3、 2×2 、 2×3 、 $2\times 2\times 2$ 、 $2\times 2\times 3$ 、 $2\times 2\times 2\times 3$

步驟三：幫助學生找出公因數 1、2、3、 2×3 ，以及最大公因數 2×3 。

步驟四：要求學生觀察最大公因數 2×3 ，和 18 及 24 質因

$$18 = 2 \times 3 \times 3.$$

$$\text{數分解的算式： } 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3.$$

幫助學生理解最大公因數 2×3 是 18 和 24 共同質因數的乘積。

步驟五：給定 18 及 24 質因數分解的算式，要求學生直接找出 18 及 24 的最大公因數。

4. 以「找出 18 和 24 的最大公因數」為例，說明如何利用短除法求兩數的最大公因數。

步驟一：複習質因數分解法求兩數的最大公因數，18 和 24 的最大公因數 2×3 是共同質因數的乘積。

$$\text{步驟二： } \begin{array}{r|l} 2 & 18 \quad 24 \\ \hline & 9 \quad 12 \end{array}$$

2 是 18 和 24 共同的質因數，提出質因數 2，得到 $18 = 2 \times 9$ ， $24 = 2 \times 12$ 。

$$\text{步驟三： } \begin{array}{r|l} 2 & 18 \quad 24 \\ \hline 3 & 9 \quad 12 \\ \hline & 3 \quad 4 \end{array}$$

3 也是 18 和 24 共同的質因數，提出質因數 3，得到 $18 = (2 \times 3) \times 3$ ， $24 = (2 \times 3) \times 4$ 。


步驟四：3 和 4 互質，沒有共同的質因數。

步驟五：共同質因數的乘積是 2×3 ， 2×3 是 18 和 24 的最大公因數。


5. 教師亦應幫助學生理解公因數是最大公因數的因數，公倍數是最小公倍數的倍數。

利用短除法解題時，只能求出最大公因數，無法求出所有的公因數。

利用短除法解題時，只能求出最小公倍數，無法求出其它的公倍數。

題號	3		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-n-11 能理解常用導出量單位的記法，並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>3. 「50 公里/小時」的記法表示「每 1 小時走 50 公里」。 小淇在超市看到一盒雞腿肉的標籤上寫著「90 元/ 100 g」。 下列關於「90 元/ 100 g」的說法何者正確？</p>  <p>① 這盒雞腿肉定價 90 元 ② 這盒雞腿肉重 100 g ③ 這盒雞腿肉每 1 公克賣 90 元，整盒共重 100 g ④ 這盒雞腿肉每 100 公克賣 90 元</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.03	0.06	0.00
2	0.03	0.06	0.01
3	0.05	0.12	0.01
4*	0.89	0.76	0.98
未作答	0.00		
通過率	0.89	鑑別度	0.22
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題先說明速率導出量單位記法的意義，再給定印有導出量單位的標籤，要求學生選出正確描述標籤意義的敘述，評量學生是否理解導出量單位記法的意義。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.22，正確答案為選項 4，通過率為 89%，顯示近九成的學生已理解導出量單位記法的意義。 2. 有 3% 的學生選擇選項 1(低分組有 6%)，3% 的學生選擇選項 2(低分組有 6%)，5% 的學生選擇選項 3(低分組有 12%)，這些學生可能不理解導出量單位記法的意義。</p>		

教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	5-n-14 能認識比率及其在 生活中的應用(含 「百分率」、 「折」)。	6-n-11 能理解常用導出量 單位的記法，並解 決生活中的問題。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1. 低分組有 6% 的學生選擇選項 1；低分組有 6% 的學生選擇選項 2，高分組有 1% 的學生選擇選項 2，這些學生可能習慣於日常生活中單一單位的標示，也認為標籤上所標示的即是最後的總重或是總金額而非兩量之間關係的描述。</p> <p>2. 低分組有 12% 的學生選擇選項 3，高分組有 1% 的學生選擇選項 3，這些學生則是習慣於兩量的描述僅止於每 1 單位量的表述方式，所以認為 90 元/100g 是每 1 公克 90 元，整盒重 100g。</p> <p>3. 本題的通過率是 88% (高分組有 98%，低分組有 70%)，顯示多數學生理解生活中常用導出單位記法的意義，建議教師在進行不同單位比或比值的教學(例如交換問題或密度問題)時，應幫助學生使用導出單位的記法來記錄。</p> <p>例如：3 個蘋果賣 50 元可以記成 50 元/3 個 5 公尺長的鐵絲重 17 公斤可以記成 17 公斤/5 公尺或 5 公尺/17 公斤</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 不同單位比的問題包含交換問題和密度問題： 交換問題⇒60 元可以買 3 個水蜜桃，幾元可以買 1 個水蜜桃？ 教師可以幫助學生將 60 元可以買 3 個水蜜桃記成 60 元/3 個 將 20 元可以買 1 個水蜜桃記成 20 元/個 密度問題⇒10 公尺長的鐵絲重 5 公斤，1 公尺長的鐵絲重幾公斤？ 1 公斤重的鐵絲長幾公尺？ 教師可幫助學生將 10 公尺長的鐵絲重 5 公斤記成 10 公尺/5 公斤 將 5 公斤重的鐵絲長 10 公尺記成 5 公斤/10 公尺 將 1 公尺長的鐵絲重 0.5 公斤記成 0.5 公斤/公尺， 將 1 公斤重的鐵絲長 2 公尺記成。</p> <p>2. 回到原問題，幫助學生理解 90 元/100g 代表的是每 100 公克賣 90 元，也可以說 200 公克賣 180 元...等。</p> <p>3. 建議教師可以連結速率的記法，幫助學生更進一步理解導出單位是一種比值，也是兩量之間關係的一種描述方式。</p>		

題號	4		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行
分年細目	6-n-06 能用直式處理小數除法的計算，並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>4. 如圖，大賣場內有三種廠牌的洗衣精，各廠牌的容量和價格如下所示，請問哪一種廠牌每公升的售價最便宜？</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <p>甲廠牌：1.8公升賣432元 乙廠牌：0.9公升賣180元 丙廠牌：0.8公升賣216元</p> </div> <p>① 甲 ② 乙 ③ 丙 ④ 一樣便宜</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.07	0.15	0.02
2*	0.83	0.66	0.96
3	0.06	0.11	0.02
4	0.04	0.08	0.00
未作答	0.00		
通過率	0.83	鑑別度	0.30
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定三種不同公升容量的價格，要求學生選出每公升最低的售價，評量學生利用小數除法直式計算解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1.本題鑑別度為 0.30，正確答案為選項 2，通過率為 83%，顯示超過八成的學生已具備利用小數除法直式計算解題的能力。 2.有 7%的學生選擇選項 1(低分組有 15%)、6%的學生選擇選項 3(低分組有 11%)、4%的學生選擇選項 4(低分組有 8%)，這些學生可能尚未具備利用小數除法直式計算解題的能力；也可能在計算時發生錯誤。</p>		
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識
	分年細目	5-n-12 能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。	6-n-06 能用直式處理小數除法的計算，並解決生活中的問題。
			延伸的知識 6-n-08 能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。

(一) 錯誤類型的可能原因

學生可能不理解「哪一個廠牌每公升的售價最便宜？」的意義。

教師應先問「哪一個廠牌 1 公升的售價最便宜？」，再問「哪一個廠牌每公升的售價最便宜？」

前者是特例的問法，後者是集合的問法，學生不易理解集合的問法。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 小數除以小數的除法，是透過將被除數和除數同時換單位的策略解題，但難度較高，建議先從整數換單位的除法解題策略切入，待學童熟練後再解決小數除以小數的除法問題。

2. 以整數情境為例，說明「被除數和除數同時換單位」解題策略的意義。

(1) 14 張 1000 元鈔票，每人分 3 張 1000 元鈔票，最多可以分給幾人，剩下幾張 1000 元鈔票？也就是剩下多少元？」。

教師幫助學生透過 $14(\text{張}) \div 3(\text{張}) = 4(\text{人}) \dots 2(\text{張})$ ，得到最多可以分給 4 個人，剩下 2 張 1000 元鈔票，也就是剩下 2000 元的答案。

(2) 「14000 元，每人分 3000 元，最多可以分給幾人，剩下幾元？」。

教師幫助學生將被除數 14000 元及除數 3000 元，同時以 1000 元為單位來換單位，14000 元換成 14 張千元鈔票，3000 元換成 3 張千元鈔票，再透過 $14(\text{張}) \div 3(\text{張}) = 4(\text{人}) \dots 2(\text{張})$

得到最多可以分給 4 個人，剩下 2 張 1000 元鈔票，也就是剩下 2000 元的答案。

3. 以小數除以小數，商數是整數且有餘數的包含除問題「36.2 公升果汁，1.4 公升裝一瓶，最多裝滿幾瓶，剩下多少公升？」為例，說明如何透過「被除數和除數同時以 0.1 公升換單位」的策略幫助學生解題。

教師幫助學生將被除數 36.2 公升及除數 1.4 公升，同時以 0.1 公升為單位來換單位，36.2 公升轉換成 362 個 0.1 公升，1.4 公升換成 14 個 0.1 公升，再透過 $362 \div 14 = 25 \dots 12$ ，得到最多可以裝滿 25 瓶，剩下 12 個 0.1 公升，也就是剩下 1.2 公升的答案。

	<p>如果學生無法掌握以 0.1 公升為單位的意義，教師可以透過命名 0.1 公升為 1 罐的方式，將被除數 36.2 公升及除數 1.4 公升，轉換成 362 罐和 14 罐，再透過 $362 \div 14 = 25 \dots 12$，得到最多可以裝滿 25 瓶，剩下 12 罐，也就是剩下 1.2 公升的答案。</p> <p>4. 當商數較小時，例如商數是一位數字時，教師也可以幫助學生利用先乘後減的策略解題。</p> <p>例如：41.57 公升果汁，11.4 公升裝一瓶，最多裝滿幾瓶，剩下多少公升？</p> <p>利用先乘後減「$11.4 \times 3 = 34.2$，$41.57 - 34.2 = 7.37$，答：最多裝滿 3 瓶，剩下 7.37 公升」來解題，不但學生較易理解其意義，而且也有效率。</p>
--	--

題號	5		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-n-02 能用短除法求兩數的最大公因數、最小公倍數。		
試題內容	<p>5. 下圖是小恩將兩數用短除法求最大公因數的計算過程，最大公因數是 $A \times C$。請問哪個選項的兩數互質？</p> $\begin{array}{r} A \overline{) 42 \ B} \\ \underline{C \quad D \ 15} \\ \quad 7 \ E \end{array}$ <p>① 42 和 B ② C 和 15 ③ D 和 15 ④ 7 和 E</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.14	0.22	0.04
2	0.10	0.17	0.03
3	0.12	0.23	0.03
4*	0.65	0.38	0.90
未作答	0.00		
通過率	0.65	鑑別度	0.52
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定用短除法求兩數最大公因數，其中含有未知數符號的計算過程，要求學生選出互質的兩個數，評量學生是否理解短除法求兩數的最大公因數及兩數互質的意義。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題鑑別度為 0.52，正確答案為選項 4，通過率為 65%，顯示六成五的學生已理解短除法求兩數的最大公因數及兩數互質的意義。 2. 有 14% 的學生選擇選項 1 (低分組有 22%)，這些學生可能不理解短除法求兩數的最大公因數的意義；也可能混淆兩數最大公因數和兩數互質的意義。 3. 有 10% 的學生選擇選項 2 (低分組有 17%)，這些學生可能不理解短除法求兩數的最大公因數和兩數互質的意義；也可能不知道 C 是 15 的因數，誤認為 C 和 15 互質。 		

	<p>4.有 12%的學生選擇選項 3(低分組有 23%)，這些學生可能不理解短除法求兩數的最大公因數和兩數互質的意義；也可能誤認為 42 和 B 提出公因數 A 後，得到的兩數 D 和 15 一定互質。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	<p>5-n-05 能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。</p> <p>6-n-01 能認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解。(質數<20，質因數<20，被分解數<100)。</p>	<p>6-n-02 能用短除法求兩數的最大公因數、最小公倍數。</p>	<p>N-7-2 質因數分解的標準分解式；質因數分解的標準分解式，並能用於求因數及倍數的問題。</p>
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生只是程序性的利用短除法求兩數的最大公因數，但是不知道短除法運算的意義。不知道利用短除法求兩數最大公因數或最小公倍數時，兩數互質，也就是兩數沒有共同的質因數，是判斷短除法運算停止的條件。 2.學生混淆兩數最大公因數和兩數互質的意義。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.建議教師以已知的兩數進行質因數分解求兩數最大公因數，以及短除法求最大公因數，再連結短除法的各個步驟與質因數分解求最大公因數的意義，以幫助學生探討並釐清短除法各步驟所代表的意涵。 2.學生必須先知道「最大公因數是這兩數共同質因數的乘積；最小公倍數是這兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次」，以及理解「兩數互質」的意義，才能開始學習利用短除法求兩數的最大公因數及最小公倍數。 3.建議教師先幫助學生從 $36=2\times 2\times 3\times 3$ 和 $48=2\times 2\times 2\times 2\times 3$ 兩數的質因數分解中，找出最大公因數，再連結短除法的格式，幫助學生發現短除法計算過程中提出共同質因數的意義，並發現兩數互質時，最大公因數「$2\times 2\times 3$」就是共同質因數的乘積。提醒教師要幫助學生發現「兩數互質」是判斷短除法運算結果的依據。 			

	$2 \mid \underline{36 \quad 48} \Rightarrow 2 \text{ 是共同的質因數}$ $2 \mid \underline{18 \quad 24} \Rightarrow 2 \text{ 是共同的質因數}$ $3 \mid \underline{9 \quad 12} \Rightarrow 3 \text{ 是共同的質因數}$ $3 \quad 4 \Rightarrow (3, 4) = 1, \text{ 互質表示沒有其它共同的質因數}$ <p> $(36, 48) = \underline{2 \times 2 \times 3}$ (共同質因數的乘積) </p> <p> 回到原題目，幫助學生連結含未知數的短除法計算過程，發現運算的最後結果是要進行到兩數已經沒有共同質因數可以提出才能停止。 </p>
--	---

題號	6			
內容領域	數與計算	認知歷程向度	解題思考	
分年細目	6-n-09 能認識比和比值，並解決生活中的問題。			
試題內容	<p>6. 將鹽滷加入豆漿後可製作出美味的豆花，而且以「豆漿：鹽滷 = 100 : 1」的比例做出來的豆花軟硬度最剛好。</p> <p>小英想按照這個比例製作豆花，第一次製作時，在 600 ml 的豆漿中加入了 3 ml 的鹽滷，結果製作出來的豆花太稀，如果多加一些鹽滷，會讓製作出來的豆花變硬。</p> <p>小英希望能夠成功製作出軟硬度剛好的豆花，下列哪個建議是正確的？</p> <p>① 第一次加的鹽滷太多了，應該加入 1 ml 的鹽滷就好</p> <p>② 第一次用的豆漿太多了，應該用 100 ml 的豆漿就好</p> <p>③ 用 600 ml 的豆漿製作豆花應加入 1 ml 的鹽滷</p> <p>④ 用 300 ml 的豆漿製作豆花應加入 3 ml 的鹽滷</p>			
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)			
選項	整體	低分組	高分組	
1	0.05	0.11	0.00	
2	0.09	0.18	0.01	
3	0.07	0.17	0.00	
4*	0.79	0.53	0.98	
未作答	0.00			
通過率	0.79	鑑別度	0.45	
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題提供描述鹽滷加入豆漿製作豆花的文字描述，要求學生選出能正確製作出軟硬度剛好豆花的敘述，評量學生利用比或比值解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.45，正確答案為選項 4，通過率為 79%，顯示近八成的學生已具備利用比或比值解題的能力。</p> <p>2. 有 9% 的學生選擇選項 2 (低分組有 18%)、7% 的學生選擇選項 3 (低分組有 17%)、5% 的學生選擇選項 1 (低分組有 11%)，這些學生可能尚未具備利用比或比值解題的能力；也可能不理解題意；也可能因為題目太長，不願意閱讀而隨意猜測。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	5-n-14 能認識比率及其在生活中的應用 (含「百分率」、「折」)	6-n-09 能認識比和比值，並解決生活中的問題。	6-n-10 能理解正比的意義，並解決生活中的問題。

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 最簡單整數比是集合的概念，學生將最簡單整數比解讀為特例。

集合的意義：「豆漿：鹽滷=100:1」是最簡單整數比，指的是豆漿 100 份時，鹽滷有 1 份，其中的 1 份可以是任意的量。

特例的意義：「豆漿：鹽滷=100:1」是特例，指的是豆漿有 100 毫升，鹽滷有 1 毫升。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 以「3 枝鉛筆賣 5 元，9 枝鉛筆賣幾元？」為例，提出四種解題策略，教師可以提供學生這四種解題策略的經驗，但不宜限制學生使用某種解題策略來解題。

(1) 單價法：先利用除法「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」算出 1 枝鉛筆的單

價是 $\frac{5}{3}$ 元，再利用乘法「 $\frac{5}{3} \times 9 = \frac{45}{3} = 15$ 」

算出 9 枝鉛筆賣 15 元的答案。

(2) 倍數法：先用除法「 $9 \div 3 = 3$ 」算出 9 枝鉛筆是 3 枝鉛

筆的 3 倍，再用乘法「 $5 \times 3 = 15$ 」算出 5 元的 3 倍是 15 元，也就是 9 枝鉛筆賣 15 元的答案。

(3) 比的加法：

3 枝：5 元

3 枝：5 元

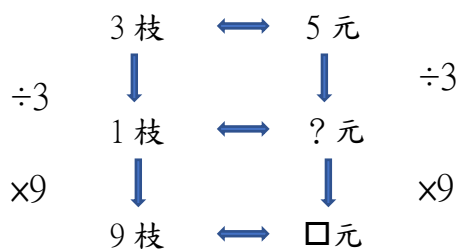
3 枝：5 元

合起來：9 枝：15 元

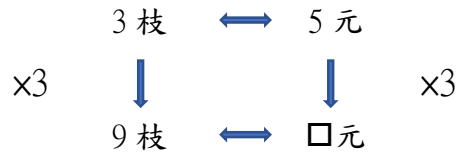
(4) 關係式：教師也可以先用比的算式「 $3 : 5 = 9 : \square$ 」記

錄問題，再將比的算式由左右併置的記法，改記成上下併置的關係式記法，關係式的記法較容易說明單價法或倍數法解題的意義。

單價法： $(5 \div 3) = \frac{5}{3}$ ， $\frac{5}{3} \times 9 = 15$



倍數法： $3 \times 3 = 9$ (或 $9 \div 3 = 3$)， $5 \times 3 = 15$



(5)外項乘以外項等於內項乘以內項(內項乘以內項等於外項乘以外項)

先用算式「 $3 : 5 = 9 : y$ 」記錄問題，透過『外項乘以外項會等於內項乘以內項』得到算式『 $3 \times y = 5 \times 9$ 』後，再利用乘除互逆「 $3 \times y = 45$ ，則 $y = 45 \div 3 = 15$ 」或等量公理「 $3 \times y = 45$ ， $y = 45 \div 3 = 15$ 」算出 9 枝鉛筆賣 15 元的答案。

2.以「 $3 : 5 = \square : 15$ 」為例，說明為什麼外項乘以外項會等於內項乘以內項。

$$3 : 5 = \square : 15$$

$$\Rightarrow (3 \times 15) : (5 \times 15) = (\square \times 5) : (15 \times 5)$$

$$\Rightarrow (3 \times 15) = (\square \times 5)$$

看著原問題「 $3 : 5 = \square : 15$ 」和結果「 $3 \times 15 = \square \times 5$ 」，幫助學生發現「 3×15 」是「 $3 : 5 = \square : 15$ 」兩外項的乘積，「 $\square \times 5$ 」是「 $3 : 5 = \square : 15$ 」兩內項的乘積，可以透過「外項乘以外項會等於內項乘以內項」的關係，由「 $3 : 5 = \square : 15$ 」直接得到 $(3 \times 15) = (\square \times 5)$ 。

題號	7		
內容領域	量與實測	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-n-15 能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。(同 6-s-05)		
試題內容	<p>7. 四角柱甲、三角柱乙、圓柱丙，它們的底面積和體積都相等。 請問哪一個柱體的高最長？</p> <p>① 四角柱甲 ② 三角柱乙 ③ 圓柱丙 ④ 一樣長</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.08	0.13	0.04
2	0.11	0.12	0.12
3	0.16	0.22	0.10
4*	0.64	0.52	0.74
未作答	0.00		
通過率	0.64	鑑別度	0.21
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定底面積和體積都相等的三種柱體，要求學生選出柱高最長的柱體，評量學生利用柱體體積公式「柱體的體積為底面積與高的乘積」解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.21，正確答案為選項 4，通過率為 64%，顯示超過六成的學生已具備利用「簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積」公式解題的能力。</p> <p>2. 有 8% 的學生選擇選項 1(低分組有 13%)，11% 的學生選擇選項 2(低分組有 12%)，這些學生可能不具備利用「簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積」公式解題的能力；也可能認為求四角柱底面四邊形的面積公式是「底×高」，而求三角柱底面三角形的面積公式是「底×高÷2」，所以選擇四角柱或三角柱的柱高最長。</p> <p>3. 有 16% 的學生選擇選項 3(低分組有 22%)，這些學生可能不具備利用「簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積」公式解題的能力；也可能受平面圖形中相同周長下圓形面積最大的概念影響，認為圓柱的柱高會最長。</p>		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	5-s-06 能認識球、直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐	6-s-05 能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。(同 6-n-15)	S-9-13 表面積與體積：直角柱、直圓錐、正角錐的展開圖；直角柱、直圓錐、正角錐的表面積；直角柱的體積。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.本題是集合的情境，以題目中的四角柱為例，四角柱可以是長方體、平行四邊形柱或梯形柱，國小學生不易掌握所有四角柱意義。 2.教師必須提供很多特例的情境，學生發現所有的特例都成立時，才可能理解所有的圖形，也就是集合也都成立。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.建議教師由長方體體積公式「(長×寬)×高」，說明四角柱體積公式「底面積×高」，並推廣至簡單直柱體體積公式「底面積×高」。 2.再透過類比引入圓面積公式的方法，引導出切割直圓柱體的步驟，也就是將直圓柱切成兩個半圓柱，再將兩個半圓柱都切成很多個全等的扇形柱，將這兩個切成扇形柱的半圓柱上下交錯疊合起來，會變成一個接近直四角柱的立體(如下圖)，直四角柱的體積是「底面積×高」，所以直圓柱的體積也是「底面積×高」。 <div data-bbox="826 1413 1110 1570" style="text-align: center;"> </div> <ol style="list-style-type: none"> 3.給定底面積相同數據，柱高相同數據的三角柱、四角柱和圓柱，幫助學生發現體積相同。舉兩三個例子之後再隱藏數據，幫助學生抽象理解底面積、柱高相同的直圓柱，其體積均相同的集合概念。接著再變化關係，幫助學生發現底面積、柱高、體積之間的關係，如原題底面積、體積相同的三角柱、四角柱和直圓柱，其柱高也相同。 			

題號	8			
內容領域	量與實測	認知歷程向度	解題思考	
分年細目	6-n-08 能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。			
試題內容	<p>8.「底為 3.6 公分的三角形面積是 38.64 平方公分，請問三角形的高是多少公分？」下列哪個算式可以算出正確的答案？</p> <p>① $38.64 \times 2 \times 3.6$</p> <p>② $38.64 \times 2 \div 3.6$</p> <p>③ $38.64 \div 2 \times 3.6$</p> <p>④ $38.64 \div 2 \div 3.6$</p>			
選答率	答題反應比率（*表正確答案）			
選項	整體	低分組	高分組	
1	0.04	0.09	0.01	
2*	0.64	0.37	0.90	
3	0.15	0.29	0.02	
4	0.17	0.24	0.07	
未作答	0.00			
通過率	0.64	鑑別度	0.53	
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題是小數乘除兩步驟文字題，要求學生選出能正確算出答案的算式，評量學生小數乘除兩步驟問題列式的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.53，正確答案為選項 2，通過率為 64%，顯示超過六成的學生已具備小數乘除兩步驟問題列式的能力。</p> <p>2. 有 4% 的學生選擇選項 4(低分組有 9%)，17% 的學生選擇選項 4(低分組有 24%)、15% 的學生選擇選項 3(低分組有 29%)，這些學生可能不具備小數乘除兩步驟問題列式的能力；也可能無法掌握小數情境乘除互逆的關係，在列式時出現錯誤；也可能不理解或誤解題意。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。	6-n-08 在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。	7-n-06 能理解負數的特性並熟練數(含小數、分數)的四則混合運算。

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 三角形的面積公式是底 \times 高 $\div 2$ ，因此學生較容易列出算式 $3.6 \times \text{高} \div 2 = 38.64$ ，如果學生無法掌握分數情境乘除互逆的關係，或不具備先列式再利用等量公理解題的能力，就無法成功的解題。
2. 如果學生無法列出 $3.6 \times \text{高} \div 2 = 38.64$ 的算式，只能在問題情境中利用乘除互逆的關係來解題，利用乘除互逆才能解題的乘除兩步驟問題，對低分組學生而言相當的困難。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 二步驟問題的教學包含三個重點，第一個重點是能夠解決問題，並用二個算式記錄解題過程；第二個重點是能夠用併式記錄解題過程；第三個重點是能夠列式，並用逐次減項的記法記錄解題過程。
2. 以小數兩步驟問題「媽媽買了 1.5 公升的果汁 6 瓶，全部分裝到 0.5 公升的杯子裡，相當於裝滿幾杯？」為例，如果學生無法解題，建議教師先將原問題修改為整數情境的問題，例如修改為「媽媽買了 15 公升的果汁 6 瓶，全部分裝到 5 公升的瓶子裡，相當於裝滿幾瓶？」待學生解題成功後，再回到原小數情境的問題，希望學生能類比整數情境的問題來解決相同情境小數的問題。
3. 下面以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，說明整數兩步驟問題的教學流程。
教師可以仿下面的教學流程，進行小數兩步驟問題的教學。

(1) 用兩個算式記錄解題活動

$$15 + 25 = 40, 40 \div 5 = 8, \text{答：可以買 8 枝}$$

(2) 將兩個算式改記成併式的記法

$$\text{將「} 15 + 25 = 40, 40 \div 5 = 8 \text{」改記成「} (15 + 25) \div 5 = 8 \text{」}$$

(3) 用併式記錄解題活動

$$(15 + 25) \div 5 = 8, \text{答：可以買 8 枝}$$

(4) 用算式填充題來列式

$$(15 + 25) \div 5 = (\quad)$$

(5) 先列式，再用逐次減項記錄解題活動

$$(15 + 25) \div 5 = (\quad)$$

$$(15 + 25) \div 5$$

$$= 40 \div 5$$

$$= 8$$

答：可以買 8 枝

4. 以逐次減項的記法「 $5 \times (12 + 8) - 10 = 5 \times 20 - 10 = 100 - 10 = 90$ 」為例，它是以下解題過程的摘要記法：
 $5 \times (12 + 8) - 10 = 5 \times 20 - 10, 5 \times 20 - 10 = 100 - 10, 100 - 10 = 90$
因為等號滿足遞移性($A = B, B = C, C = D$ ，所以 $A = C$)，

所以 $5 \times (12 + 8) - 10 = 90$

逐次減項記法中除了把重複出現的算式「 $5 \times 20 - 10$ 」和「 $100 - 10$ 」只記一次之外，還把解題過程最重要的部份「因為等號滿足遞移性，所以 $5 \times (12 + 8) - 10 = 90$ 」也省略了。

教師可以透過詢問為什麼「 $5 \times (12 + 8) - 10$ 」的答案是 90，檢查學生是否掌握利用等號遞移性記錄的意義。

5. 以「1 個塑膠矮凳重 1.5 公斤，1 個塑膠桌子重 2.7 公斤，學校各買了 5 個矮凳和桌子，共重多少公斤？」為例，說明如何幫助學生解題。

步驟一：透過分段布題，幫助學生解題

先布「1 個塑膠矮凳重 1.5 公斤，1 個塑膠桌子重 2.7 公斤，學校各買了 1 個矮凳和桌子，共重多少公斤？」，要求學生用算式 $1.5 + 2.7 = 4.2$ 把做法記下來。

步驟二：再布「學校各買了 5 個矮凳和桌子，共重多少公斤？」，要求學生用算式 $4.2 \times 5 = 21$ 把做法記下來。

步驟三：回到原問題，要求學生先用兩個算式把作法記下來，再改用併式 $(1.5 + 2.7) \times 5 = 21$ 記錄。

步驟四：要求學生用一個併式 $(1.5 + 2.7) \times 5 = 21$ 把做法記下來。

步驟五：要求學生先列式 $(1.5 + 2.7) \times 5 = ()$ ，再用逐次減項的記法記錄解題活動。

$$\begin{aligned} &(1.5 + 2.7) \times 5 \\ &= 4.2 \times 5 \\ &= 21 \end{aligned}$$

6. 本題為「已知三角形面積和其中一底，求高是多少」的乘除互逆情境題，學童需先依照題意(面積公式)列出算式填充題，再以乘除互逆的關係從而列出解題的二步驟列式。建議教師在教學時，指導學童先依題意列出算式填充題後再解題，比較能看出乘除互逆的關係。

題號	9		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-n-01 能認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。		
試題內容	<p>9. 「$2 \times 2 \times 3 \times a$」是某數質因數分解的算式。 請問下列哪個選項<u>不可能</u>是該數？</p> <p>① 36 ② 60 ③ 72 ④ 84</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.16	0.23	0.08
2	0.14	0.23	0.06
3*	0.50	0.26	0.76
4	0.19	0.28	0.09
未作答	0.00		
通過率	0.50	鑑別度	0.50
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定某數含有未知數符號的質因數分解連乘積，要求選出不可能是該數的選項，評量學生利用質因數分解解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1.本題鑑別度為 0.50，正確答案為選項 3，通過率為 50%，顯示五成的學生已具備利用質因數分解解題的能力。 2.有 16%的學生選擇選項 1(低分組有 23%)，14%的學生選擇選項 2(低分組有 23%)，有 19%的學生選擇選項 4(低分組有 28%)，這些學生可能不具備利用質因數分解解題的能力；也可能誤解題意，選出可能是該數的答案；也可能誤解或不理解題意。</p>		

教材地位 分析	分年細 目	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
		5-n-05 能認識兩數的公 因數、公倍數、 最大公因數與最 小公倍數。	6-n-01 能認識質數、合 數，並用短除法 做質因數的分解 (質數 <20 ，質因 數 <20 ，被分解 數 <100)。	6-n-02 能用短除法求兩 數的最大公因 數、最小公倍 數。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1. 低分組有 23% 的學生選擇選項 1，高分組有 8% 的學生選擇選項 1；低分組有 23% 的學生選擇選項 2，高分組有 6% 的學生選擇選項 2；低分組有 28% 的學生選擇選項 3，高分組有 9% 的學生選擇選項 3，</p> <p>2. 學生沒有將選項的數字質因數分解，判斷是否滿足題意的解題習慣；也可能是將每個選項進行分解，無法善用共同質因數 $2 \times 2 \times 3$ 來幫助分解，因此，特別是 84，因為有 7 這個質因數，增添了分解上的困難，故答對率又更低。</p> <p>3. 學生不理解質因數分解算式的限制，不知道 a 必須是質數。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 教師可以透過分類的活動，將正整數區分成因數只有 1 個、因數只有 2 個、以及因數有 3 個或比 3 個多的數等三類，幫助學生區分 1、質數與合數。</p> <p>例如列出 1~12 各數的所有因數，幫助學生認識：</p> <p>因數只有 1 個的數：1</p> <p>因數只有 2 個的數：2、3、5、7、11</p> <p>因數有 3 個或比 3 個多的數：4、6、8、9、10、12</p> <p>(1) 2 的因數是 1 和 2；3 的因數是 1 和 3；5 的因數是 1 和 5，....。</p> <p>因數只有 2 個的數，它們的因數都是 1 和本身，數學上稱這些數為質數。</p> <p>也可以說，除了 1 和自己之外，沒有其它因數的整數稱為質數。</p> <p>(2) 4 的因數除了 1 和 4 之外還有 2；6 的因數除了 1 和 6 之外還有 2 和 3；</p> <p>8 的因數除了 1 和 8 之外還有 2 和 4，....。</p> <p>因數有 3 個或比 3 個多的數，它們的因數除了 1 和本身以外，還有其他的數，數學上稱這些數為合數。</p> <p>(3) 1 的因數只有 1 個，所以 1 不是質數也不是合數。</p> <p>2. 教師可以透過「把 24 分解成幾個大於 1 整數相乘的算式」，依下列步驟，將 24 質因數分解。</p>			

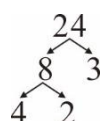
步驟一：透過樹狀圖，將 24 分解成 8 和 3 的乘積，並記成 $24=8\times 3$ 。



步驟二：3 不可以分解成 2 個大於 1 整數相乘的算式。

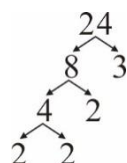
此時，教師可以說明，不能分解成 2 個大於 1 整數相乘的數，它們的因數只有 1 和自己，所以不能分解成 2 個大於 1 整數相乘的數是質數。

步驟三：透過樹狀圖，將 8 分解成 4 和 2 的乘積，並記成 $24=8\times 3=4\times 2\times 3$



步驟四：2 不可以分解成 2 個大於 1 整數相乘的算式。

步驟五：透過樹狀圖將 4 分解成 2 和 2 乘積，並記成 $24=8\times 3=4\times 2\times 3=2\times 2\times 2\times 3$ 。



步驟六：稱把 24 分解成 $24=2\times 2\times 2\times 3$ 的過程為質因數分解。2 和 3 都是質數，2 和 3 也是 24 的因數，稱 2 和 3 是 24 的質因數。

3. 學生有透過樹狀圖，將給定數分解成質因數乘積的經驗後，教師可以幫助學生利用短除法，逐一的提出質因數，幫助學生較有效率的進行質因數分解。

以「將 24 質因數分解」為例，說明如何幫助學生解題：

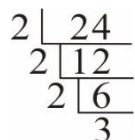
步驟一：先提出質因數 2，將 24 記成 $24=2\times 12$ ，

步驟二：再提出質因數 2，將 24 記成 $24=2\times 2\times 6$ ，

步驟三：再提出質因數 2，將 24 記成 $24=2\times 2\times 2\times 3$ ，


步驟四：3 是質因數，可以得到 $24=2\times 2\times 2\times 3$ 。

步驟五：直接透過短除法將 24 記成 $24=2\times 2\times 2\times 3$ 。



4. 建議教師可以同時幫助學生建立雙向連結，也就是從某數進行質因數分解，再從質因數分解回推某數。例如： $84=2\times 2\times 3\times 7$ ， $2\times 2\times 3\times 7=84$

題號	10		
內容領域	幾何	認知歷程向度	程序執行
分年細目	6-s-03 能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。(同6-n-14)		
試題內容	<p>10. 甲、乙兩個圖形中，哪個圖形是扇形 (圓周率 = 3.14)?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>甲</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>乙</p> </div> </div> <p>① 只有甲 ② 只有乙 ③ 兩個圖形都是扇形 ④ 兩個圖形都不是扇形</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.04	0.07	0.02
2*	0.36	0.22	0.57
3	0.55	0.63	0.37
4	0.05	0.07	0.04
未作答	0.00		
通過率	0.36	鑑別度	0.36
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定兩個圖形，要求學生選出是扇形的圖形，評量學生利用求扇形弧長解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題鑑別度為 0.36，正確答案為選項 2，通過率為 36%，顯示近四成的學生已具備利用求扇形弧長解題的能力。 2. 有 55% 的學生選擇選項 3 (低分組有 63%)，這些學生可能尚未具備利用求扇形弧長解題的能力；也可能不知道扇形的弧長必須是圓心角所對應的圓周長，這兩個圖形看起來都像扇子，就直觀的認定兩圖形皆為扇形。 3. 有 4% 的學生選擇選項 1 (低分組有 7%)，有 5% 的學生選擇選項 4 (低分組有 7%)，這些學生可能尚未具備利用求扇形弧長解題的能力。 		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細 目	5-s-03 能認識圓心角， 並認識扇形。	6-s-03 能理解圓面積與 圓周長的公式，並 計算簡單扇形的 面積。(同 6-n-14)	8-s-20 能理解與圓相關 的概念(如半徑、 弦、弧、弓形等) 的意義。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>學生不知道扇形的弧長必須是圓心角所對應的圓周長，這兩個圖形看起來都像扇子，就直觀的認定兩圖形皆為扇形。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 扇形和圓有密切關係，圓上的一段圓弧，以及該圓弧兩端點和圓心連成的兩條半徑，它們所合成的圖形稱為扇形。很多學生不理解數學上扇形的意義，誤認為像扇子形狀的圖形就是扇形，下圖都是由共端點兩條長度是 r 的線段夾一段圓弧所合成像扇子的圖形，如果該圓弧是半徑 r 的圓弧，該圖形是扇形，如果該圓弧不是半徑 r 的圓弧，該圖形不是扇形。</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>2. 在掌握扇形的意義後，學生亦應認識圓的圓心角是周角，周角的角度是 360 度，也知道扇形的圓心角是周角的部份。透過「圓心角\div周角」，可以計算給定圓心角及半徑的扇形面積或周長，或計算給定面積或弧長的扇形之圓心角角度。</p> <p>3. 下面以「直徑是 200 公分、圓心角為 90° 扇形的周長是多少公分？(圓周率 = 3.14)」為例，說明如何幫助學生解題。建議教師透過下列步驟幫助學生解題：</p> <p>步驟一：透過扇形的圓心角，算出扇形是幾分之幾圓。</p> <p>圓的圓心角是周角，周角的角度是 360 度，扇形的圓心角是周角的部份，透過周角 $\times \frac{1}{2}$，可以得到半圓的圓心角是 180 度，相同的方式，可以求得 $\frac{1}{4}$、$\frac{1}{8}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{6}$ 圓的圓心角是多少度。</p> <p>反之，可以透過扇形的圓心角角度 $90^\circ \div$ 周角</p>			

360 度，算出扇形是 $\frac{1}{4}$ 圓。 $90 \div 360 = \frac{1}{4}$

步驟二：利用圓周長公式，算出給定扇形的弧長。

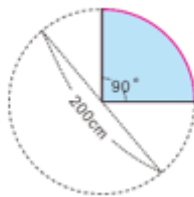
圓周長 = 直徑 \times 3.14

$\frac{1}{4}$ 圓的弧長 = 圓周長的 $\frac{1}{4}$

= (直徑 \times 3.14) \times $\frac{1}{4}$

= (200 \times 3.14) \times $\frac{1}{4}$

= 157



題號	11																																																																
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行																																																														
分年細目	6-n-06 能用直式處理小數除法的計算，並解決生活中的問題。																																																																
試題內容	<p>11. BMI 是目前國際上通用的胖瘦判斷的參考方式，利用體重和身高代入公式所得出的數值來客觀評判一個人的體型是否理想或太胖、太瘦。 王太太身高 160 cm，體重 62 kg，請利用下方計算 BMI 值的公式及相關的判定標準，幫王太太評估一下，她是屬於哪一類？</p> <p>BMI 值計算公式：$\frac{\text{體重 (kg)}}{\text{身高 (m)} \times \text{身高 (m)}}$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="9">身體質量指數 BMI 值判定</th> </tr> <tr> <th rowspan="2">年齡</th> <th colspan="4">男生</th> <th colspan="4">女生</th> </tr> <tr> <th>過輕 (BMI <)</th> <th>正常範圍 (BMI 介於)</th> <th>過重 (BMI >)</th> <th>肥胖 (BMI ≥)</th> <th>過輕 (BMI <)</th> <th>正常範圍 (BMI 介於)</th> <th>過重 (BMI >)</th> <th>肥胖 (BMI ≥)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>16</td> <td>18.6</td> <td>18.6~23.4</td> <td>23.4</td> <td>25.6</td> <td>18.0</td> <td>18.0~22.7</td> <td>22.7</td> <td>25.3</td> </tr> <tr> <td>17</td> <td>19.0</td> <td>19.0~23.6</td> <td>23.6</td> <td>25.6</td> <td>18.3</td> <td>18.3~22.7</td> <td>22.7</td> <td>25.3</td> </tr> <tr> <td>18</td> <td>19.2</td> <td>19.2~23.7</td> <td>23.7</td> <td>25.6</td> <td>18.3</td> <td>18.3~22.7</td> <td>22.7</td> <td>25.3</td> </tr> <tr> <td>成人</td> <td>18.5</td> <td>18.5~24.0</td> <td>24</td> <td>27</td> <td>18.5</td> <td>18.5~24.0</td> <td>24.0</td> <td>27.0</td> </tr> </tbody> </table> <p>① 過輕 ② 正常範圍 ③ 過重 ④ 肥胖</p>			身體質量指數 BMI 值判定									年齡	男生				女生				過輕 (BMI <)	正常範圍 (BMI 介於)	過重 (BMI >)	肥胖 (BMI ≥)	過輕 (BMI <)	正常範圍 (BMI 介於)	過重 (BMI >)	肥胖 (BMI ≥)	16	18.6	18.6~23.4	23.4	25.6	18.0	18.0~22.7	22.7	25.3	17	19.0	19.0~23.6	23.6	25.6	18.3	18.3~22.7	22.7	25.3	18	19.2	19.2~23.7	23.7	25.6	18.3	18.3~22.7	22.7	25.3	成人	18.5	18.5~24.0	24	27	18.5	18.5~24.0	24.0	27.0
身體質量指數 BMI 值判定																																																																	
年齡	男生				女生																																																												
	過輕 (BMI <)	正常範圍 (BMI 介於)	過重 (BMI >)	肥胖 (BMI ≥)	過輕 (BMI <)	正常範圍 (BMI 介於)	過重 (BMI >)	肥胖 (BMI ≥)																																																									
16	18.6	18.6~23.4	23.4	25.6	18.0	18.0~22.7	22.7	25.3																																																									
17	19.0	19.0~23.6	23.6	25.6	18.3	18.3~22.7	22.7	25.3																																																									
18	19.2	19.2~23.7	23.7	25.6	18.3	18.3~22.7	22.7	25.3																																																									
成人	18.5	18.5~24.0	24	27	18.5	18.5~24.0	24.0	27.0																																																									
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)																																																																
選項	整體	低分組	高分組																																																														
1	0.06	0.10	0.02																																																														
2	0.30	0.41	0.16																																																														
3*	0.46	0.28	0.69																																																														
4	0.17	0.21	0.13																																																														
未作答	0.00																																																																
通過率	0.46	鑑別度	0.41																																																														
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定計算 BMI 值的公式及相關的判定標準，要求學生判斷給定身高和體重女性體型的標準，評量學生利用小數除法直式計算解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.41，正確答案為選項 3，通過率為 46%，顯示近五成的學生已具備利用小數除法直式計算解題的能力。</p> <p>2. 有 6% 的學生選擇選項 1 (低分組有 10%)，17% 的學生選擇選項 4 (低分組有 21%)，這些學生可能不具備利用小數除法直式計算解題的能力；也可能在計算 BMI 值時發生錯誤；也可能無法正確解讀 BMI 值判定表格，因而誤判。</p>																																																																

	<p>3.有 30%的學生選擇選項 2(低分組有 41%)，這些學生可能不具備利用小數除法直式計算解題的能力；也可能已具備利用小數除法直式計算解題的能力，但是不理解題意，先利用四捨五入法取概數至整數部份算出 BMI 值是 24，在判斷是否超重時不理解 24.0 的意義，女生部份要 24.0 才過重，他們可能認為 24 比 24.0 小，因此選擇正常範圍為答案。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	<p>5-n-12 能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。</p>	<p>6-n-06 能用直式處理小數除法的計算，並解決生活中的問題。</p>	<p>6-n-08 能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。</p>
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1.學生不理解題意，不知道求 BMI 值時要利用四捨五入法取概數至小數點後第一位後再判斷。</p> <p>(2)學生利用四捨五入法取概數至整數，算出 BMI 值是 24 後，女生部份要 24.0 才過重，他們可能認為 24 比 24.0 小，因此選擇正常範圍為答案。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1.建議教師先在整數情境的問題中，說明「被除數和除數同時換單位」解題策略的意義後，再引入小數情境的問題。以「14000 元，每人分 3000 元，最多可以分給幾人，剩下幾元？」為例，說明「被除數和除數同時換單位」解題策略的意義。</p> <p>步驟一：先布題「14 張 1000 元鈔票，每人分 3 張，最多可以分給幾人，剩下幾張 1000 元鈔票？也就是剩下多少元？」。</p> <p>$14(\text{張}) \div 3(\text{張}) = 4(\text{人}) \dots 2(\text{張})$，得到最多可以分給 4 個人，剩下 2 張 1000 元鈔票，也就是剩下 2000 元。</p> <p>步驟二：回到原問題，限制學生先將被除數 14000 元及除數 3000 元，都換成 1000 元後再解題。</p> <p>14000 元換成 14 張千元，也就是 14 個千，3000 元換成 3 張千元，也就是 3 個千。</p> <p>$14(\text{個千}) \div 3(\text{個千}) = 4(\text{人}) \dots 2(\text{個千})$，得到最多可以分給 4 個人，剩下 2 個千，也就是剩下 2000 元。</p>			

步驟三：稱這種解題方法為被除數和除數同時換成 1000 的方法。

再命一些題目讓學生練習。

2. 以「36.2 公升果汁，1.4 公升裝一瓶，最多裝滿幾瓶，剩下多少公升？」為例，說明如何利用「被除數和除數同時以 0.1 公升換單位」策略，幫助學生解題。

步驟一：幫助學生將被除數 36.2 公升及除數 1.4 公升，同時以 0.1 公升為單位來換單位。

36.2 公升轉換成 362 個 0.1 公升，1.4 公升換成 14 個 0.1 公升。

步驟二：再透過 $362 \div 14 = 25 \dots 12$ ，得到最多可以裝滿 25 瓶，剩下 12 個 0.1 公升，也就是剩下 1.2 公升。如果學生無法掌握以 0.1 公升為單位的意義，教師可以透過命名 0.1 公升為 1 杯的方式，將被除數 36.2 公升及除數 1.4 公升，轉換成 362 杯和 14 杯，再透過 $362 \div 14 = 25 \dots 12$ ，得到最多可以裝滿 25 瓶，剩下 12 杯，也就是剩下 1.2 公升的答案。

3. 當商數較小時，例如商數是一位數字時，教師應幫助學生利用「先乘後減」的策略解題。「先乘後減」策略的概念比較簡單，學生不但較易理解其意義，而且也比較有效率。

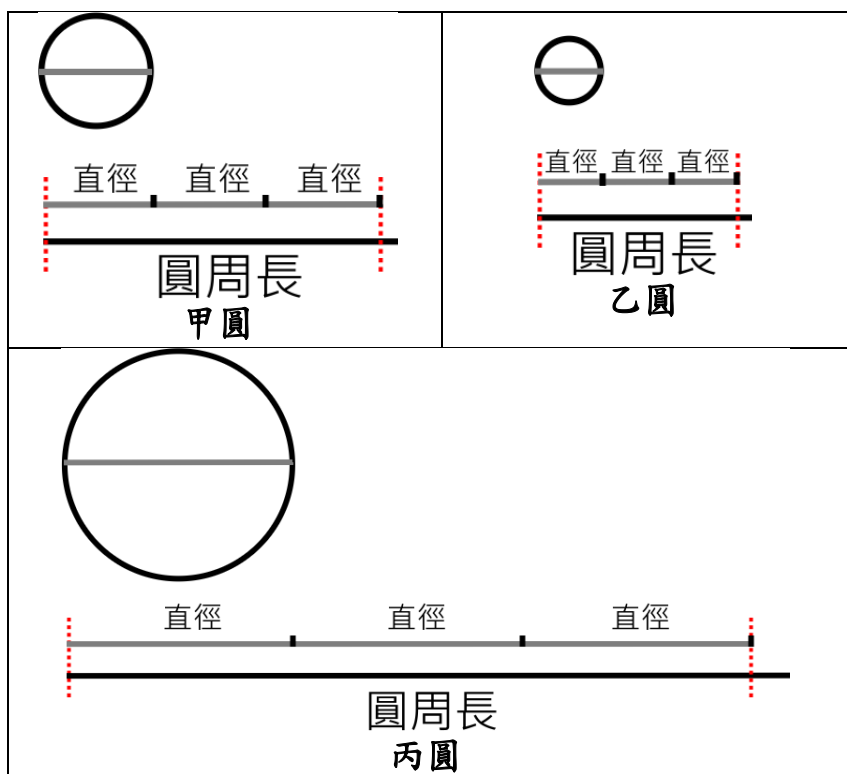
4. 回到原題目，利用上述換單位的方式，帶著孩子用直式計算 $1.6 \times 1.6 = 2.56$ ，之後再用 $62 \div 2.56 \doteq 24.22$ 。

引導孩子查表判斷數值是被歸類到成年女性的過重。

題號	12		
內容領域	量與實測	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-n-14 能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。(同 6-s-03)		
試題內容	<p>12. 「下圖為一個飛鏢標靶，外圈大圓的直徑為 20 公分，內圈小圓的直徑為 10 公分，請問塗色部分的面積是多少平方公分？(圓周率 = 3.14)」 下列哪個算式可以算出正確答案？</p>  <p>① $10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{1}{2}$ ② $10 \times 10 \times 3.14$ ③ $20 \times 20 \times 3.14 \times \frac{1}{2}$ ④ $20 \times 20 \times 3.14$</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.59	0.46	0.75
2	0.06	0.11	0.01
3	0.31	0.35	0.23
4	0.04	0.08	0.01
未作答	0.00		
通過率	0.59	鑑別度	0.29
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定兩個被等分成四份同心圓組成的複合圖形，要求學生選出能算出塗色部分面積的算式，評量學生利用圓和扇形面積公式解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.29，正確答案為選項 1，通過率為 59%，顯示近六成的學生已具備利用圓和扇形面積公式解題的能力。 2. 有 31% 的學生選擇選項 3(低分組有 35%)，這些學生可能不具備利用圓和扇形面積公式解題的能力；這些學生可能已掌握面積的保留概念，知道塗色部分的面積和大圓面積</p>		

	<p>的一半一樣大，但是記錯圓面積公式為「圓面積＝直徑×直徑×3.14」。</p> <p>3.有 6%的學生選擇選項 2(低分組有 11%)，有 4%的學生選擇選項 4(低分組有 8%)，這些學生可能不具備利用圓和扇形面積公式解題的能力；也可能尚無法掌握面積的保留概念，無法將塗色部分的面積看成和大圓面積的一半。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	5-s-03 能認識圓心角，並認識扇形。	6-s-03 能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。(同 6-n-14)	8-s-20 能理解與圓相關的概念(如半徑、弦、弧、弓形等)的意義。
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1.學生混淆圓周長公式和圓面積公式，圓周長公式「圓周長＝直徑×3.14」與直徑有關，圓面積公式「圓面積＝半徑×半徑×3.14」與半徑有關，學生誤記圓面積公式為「圓面積＝直徑×直徑×3.14」。</p> <p>2.學生尚未掌握面積的保留概念，無法將塗色部分的面積看成大圓面積的一半。</p> <p>3.學生只要掌握乘除互逆的關係，就可以將「圓周長＝直徑×3.14」和「圓周率＝圓周長÷直徑」看成相同的算式，建議教師要求學生理解或記憶「圓周率＝圓周長÷直徑」，這個算式比較容易察覺圓周率表示圓周長是直徑長 3.14 倍的關係。</p>			
	<p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1.圓周率的率指的是比率，比率相等指的是所有的圓都相似，也就是說，所有的圓，其圓周長和直徑的比、圓周長和半徑的比以及直徑和半徑的比都相等。</p> <p>圓的周長是曲線，不易測量其長度，而圓的直徑是直線，比較容易測量，因此只要知道「圓周長：直徑長」的比值，測量出直徑後就能算出圓的周長，數學上稱「圓周長：直徑長」的比值為圓周率。</p> <p>2.下面說明如何幫助學生掌握圓周率的意義：</p> <p>教師先給定 3 個大小不同的圓，再提供下面兩種情境，幫助學生認識圓周長比直徑的 3 倍還長一點，為後面引入圓周率的近似值 3.14 鋪路。</p> <p>(1)觀察給定三個圓的圓周長和 3 倍直徑長的長短關係：</p> <p>教師分別畫出這 3 個圓的圓周長以及直徑長的 3 倍，要</p>			

求學生觀察這些圓的圓周長和 3 倍直徑長，幫助學生認識圓周長比直徑的 3 倍還長一點，為後面引入圓周率的近似值 3.14 鋪路。如下所示：



(2)比較三個圓「圓周長÷直徑長」商的大小關係：

教師給定三個圓的圓周和直徑的長度，以及「圓周長÷直徑長」的商(商數以四捨五入法取概數到百分位)，幫助學生認識「圓周長÷直徑長」的商都比 3 大一點，為後面引入圓周率的近似值 3.14 鋪路。如下所示：

	圓周長 (公分)	直徑長 (公分)	圓周長÷直徑長 (四捨五入到百分位)
甲圓	56.5	18	3.14
乙圓	38.0	12	3.17
丙圓	72.5	23	3.15

教師應同時提供兩種情境，幫助學生認識「圓周長÷直徑長」的商都比 3 大一點。

第一種情境是比的想法，學生可以同時看到圓周長和直徑 3 倍長的關係；第二種情境是比值的想法，學生可能只將注意力放在「圓周長÷直徑長」的商，而無法察覺圓周長和直徑 3 倍長的關係。

3.先將圓切成兩個半圓，再將兩個半圓都切成很多個(例如 8 個或 16 個)全等的扇形，將這兩個切成扇形的半圓上下交錯疊合起來，會變成接近平行四邊形(或長方形)的圖形，平行四邊形的底(長方形的長)是圓周長的一半，平行四邊形的高(長方形的寬)是圓的半徑，可以透過平行四邊形(長方形)面積求出圓面積。

圓面積

= 平行四邊形面積

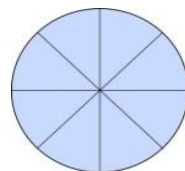
= 底×高

= 圓周長的一半×半徑

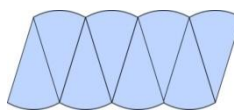
= (直徑×3.14)÷2×半徑

= (直徑÷2×3.14)×半徑

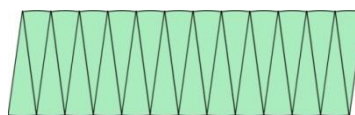
= 半徑×半徑×3.14



一個被八等分分割的圓



重新組一個被八等分分割的圓



重新組一個被二十四等分割的圓

4.以「半徑 10 公分、圓心角 36 度的扇形面積是多少平方公分？」為例，提供兩種解題的方法。

方法一：以幾分之幾圓的想法來解題

$$36 \div 360 = \frac{1}{10}, (10 \times 10 \times 3.14) \times \frac{1}{10} = 31.4,$$

答：31.4 平方公分

方法二：以 1 度圓心角對應的扇形面積為單位來解題




$$(10 \times 10 \times 3.14) \times \frac{36}{360} = 31.4, \text{ 答：} 31.4 \text{ 平方公分}$$

學生較容易掌握第一種方法解題的意義。






5.建議教師在處理需平移部分區域的複合圖形面積問題時，應試著讓學童動手操作，甚至剪下貼上，用以確認平移後的圖形面積的確和原本的區域面積一樣大。使所有區域組合成一個半圓，再求出其面積。學童可能在課堂上較少真正進行「平移面積→組合」的操作，所以遇到此類複合圖形面積的問題時較難順利解題。

題號	13		
內容領域	代數	認知歷程向度	解題思考
分年細目	6-a-04 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式、進行解題，並檢驗解的合理性。(同 6-n-13)		
試題內容	<p>13. 「○○○○□□□□○○○○□□□□○○○○□□□□」， 如上圖，第 1 個到第 4 個圖形都是 ○，第 5 個到第 9 個圖形都是 □。 依照 4 個 ○、5 個 □，4 個 ○、5 個 □ 的規律排列下去，第 253 個圖形和第 365 個圖形為何？</p> <p>① 第 253 個是 ○，第 365 個是 □ ② 第 253 個是 □，第 365 個是 ○ ③ 第 253 個是 ○，第 365 個是 ○ ④ 第 253 個是 □，第 365 個是 □</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.60	0.37	0.84
2	0.14	0.25	0.04
3	0.14	0.20	0.06
4	0.13	0.18	0.07
未作答	0.00		
通過率	0.60	鑑別度	0.47
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定由兩種形狀組成而且是 9 個一循環的圖形序列，要求學生回答第幾個圖形的形狀，評量學生利用常用數量關係解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.47，正確答案為選項 1，通過率為 60%，顯示六成的學生已具備利用常用數量關係解題的能力。 2. 有 14% 的學生選擇選項 2(低分組有 25%)，有 14% 的學生選擇選項 3(低分組有 20%)，有 13% 的學生選擇選項 4(低分組有 18%)，這些學生可能不具備利用常用數量關係解題的能力；也可能沒有發現 9 個圖形一循環的規律，無法利用除以 9 所得到的餘數來解題。</p>		

教材地位 分析	分年 細目	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
			6-a-04 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。(同6-n-13)	A-7-2 一元一次方程式的意義；一元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元一次方程式。

補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生無法將本題解讀成 9 個一循環的圖形序列。 2. 學生看不到 9 個一循環的圖形序列和正整數 1、2、3、... 間的對應關係， 例如： $1 \Rightarrow \circ, 2 \Rightarrow \circ, \dots, 8 \Rightarrow \square, 9 \Rightarrow \square, 1 \Rightarrow \circ, 2 \Rightarrow \circ, \dots, 8 \Rightarrow \square, 9 \Rightarrow \square$。 3. 學生可能發現 9 個圖形一循環的規律，但是不知道為什麼可以利用除以 9 所得到的餘數來解題。 例如：$1 \Rightarrow \square, 10 \Rightarrow \square, 19 \Rightarrow \square, 28 \Rightarrow \square$， 所以可以透過 $28 - 9 - 9 - 9 = 1$， 也就是 $28 \div 9 = 3 \dots 1$，知道第 28 個圖形和第 1 個圖形是相同的。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 先以不同形狀的規律圖形，幫助學生釐清 5 個一循環的規律 $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10$  2. 幫助學生建立相同圖形的數字與圖形間的連結，例如：  分別是在 5，10，引導學生推測出下一次出現會是在 15，20... 幫助學生發現出現的位置都是 5 的倍數  分別是在 1，6，引導學生推測出下一次出現會是在 11，16... 幫助學生發現 6，11... 的數字與 5 個一循環之間的連結， 也就是 $6 \div 5 = 1 \dots 1$ $11 \div 5 = 2 \dots 1$
------------	--

進而歸納出圓形的位置都是除以 5 餘 1
以此類推幫助學生發現圖形出現的位置分別為

除以 5 餘 1	除以 5 餘 2	除以 5 餘 3	除以 5 餘 4	除以 5 餘 5
				

3.回到原題目幫助學生發現圖形的變化是 9 個一循環，
圖形出現的位置分別為

圖形	○	○	○	○	□	□	□	□	□
除以 9 的餘數	1	2	3	4	5	6	7	8	9

因此

$253 \div 9 = 28 \dots 1$ ，所以圖形是○

$365 \div 9 = 40 \dots 5$ ，所以圖形是□

題號	14		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	解題思考
分年細目	6-n-03 能認識兩數互質的意義，並將分數約成最簡分數。		
試題內容	<p>14. 已經知道分數 $\frac{a}{b}$ 的最簡分數是 $\frac{4}{13}$，且 a 和 b 的最大公因數是 30。</p> <p>下列敘述何者<u>錯誤</u>？</p> <p>① a 是 13 的倍數</p> <p>② a 和 b 都是 10 的倍數</p> <p>③ a 和 b 都是 15 的倍數</p> <p>④ a 和 b 的最小公倍數是 1560</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.40	0.23	0.63
2	0.18	0.26	0.09
3	0.16	0.23	0.09
4	0.25	0.28	0.19
未作答	0.01		
通過率	0.40	鑑別度	0.40
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定一分數的最簡分數及其分子和分母的最大公因數，要求學生選出關於該分數分子和分母的正确敘述，評量學生利用兩數互質與最簡分數解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.40，正確答案為選項 1，通過率為 40%，顯示四成的學生已具備利用兩數互質與最簡分數解題的能力。</p> <p>2. 有 25% 的學生選擇選項 4(低分組有 28%)，這些學生可能尚未具備利用兩數互質與最簡分數解題的能力；也可能已具備利用兩數互質與最簡分數解題的能力，透過「a 和 b 的最大公因數是 30」的條件算出 $\frac{a}{b} = \frac{120}{390}$，且求出 a 和 b 的最小公倍數是 1560，但是誤解題意，選出正確的敘述。</p> <p>3. 有 18% 的學生選擇選項 2(低分組有 26%)、16% 的學生選擇選項 3(低分組有 23%)，這些學生可能尚未具備利用兩數互質與最簡分數解題的能力，無法利用 a 和 b 的最大公因數是 30 的條件求出分數 $\frac{a}{b} = \frac{120}{390}$；也可能學生知道</p>		

	a 和 b 的最大公因數是 30，所以 a 和 b 一定是 10 和 15 的倍數，但是誤解題意，選出正確的敘述。			
教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年 細目	6-n-01 能認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解。	6-n-03 能認識兩數互質的意義，並將分數約成最簡分數。	7-n-02 能理解因數、質因數、倍數、公因數、公倍數及互質的概念，並熟練質因數分解的計算方法。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 無法聯絡分數 $\frac{a}{b}$、最簡分數 $\frac{4}{13}$，和 a 和 b 的最大公因數是 30 間的關係，不知道 a 和 b 的最大公因數是 30，該分數就是 $\frac{4 \times 30}{13 \times 30}$。 2. 學生不知道 a 和 b 的最大公因數是 30，a 和 b 的公因數都是 30 的因數，例如 10 和 15 都是 30 的因數，所以 10 和 15 都是 a 和 b 的公因數。 3. 學生沒有掌握因數和倍數間的互逆關係，不知道 10 和 15 都是 a 和 b 的公因數，a 和 b 都是 10 和 15 的倍數。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 應該指導學生區分「質數」和「互質」的差異。 質數：質數討論的是一個數的性質，判斷該數是否滿足只有 1 和自己兩個因數的條件。 互質：互質討論的是 a、b 兩個數的關係，當 $(a, b) = 1$，數學上稱 a 和 b 互質。 例如：1 不是質數，但是 $(1, 6) = 1$，所以 1 和 6 互質。 2. 最簡分數是很多等值分數比較的結果，教師不宜透過直接宣告「一個分數的分子和分母互質，我們稱這個分數為最簡分數」的方式引入最簡分數。 教師應透過比較活動引入最簡分數，例如列出一些分子和分母都比 $\frac{18}{30}$ 小的等值分數 $\frac{9}{15}$、$\frac{6}{10}$、$\frac{3}{5}$，說明這些分數中，$\frac{3}{5}$ 的分子和分母最小，稱 $\frac{3}{5}$ 為這些等值分數中的最簡分數，最後再說明可以利用分子和分母互質，判斷該分數是最簡分數。 			

4.在進行過上述的學習過程後，以下以「將 $\frac{24}{18}$ 化為最簡分

數」為例，說明如何幫助學生解題：

步驟一：先溝通最簡分數的意義：當一個分數的分子和分母互質時，我們稱該分數為最簡分數。

步驟二：復習互質的意義：兩整數除了1以外沒有其它的公因數，稱該兩數互質。

步驟三：幫助學生用短除法找出18和24的最大公因數

$$\begin{array}{r|l} 2 & \begin{array}{cc} 18 & 24 \end{array} & \text{(先提出共同的質因數 2)} \\ 3 & \begin{array}{cc} 9 & 12 \end{array} & \text{(再提出共同的質因數 3)} \\ & \begin{array}{cc} 3 & 4 \end{array} & \text{(確認無法再提出共同的質因數了)} \end{array}$$

18和24的最大公因數，就是將兩次所提出來的共同質因數(2和3)之乘積，也就是 $2 \times 3 = 6$ 。

步驟四：說明要求得最簡分數時，需要透過約分活動，將分子與分母同時除以兩數的最大公因數。

步驟五： $\frac{24}{18} = \frac{24 \div 6}{18 \div 6} = \frac{4}{3}$ ，得到 $\frac{24}{18}$ 的最簡分數是 $\frac{4}{3}$ 。

題號	15												
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行										
分年細目	6-n-12 能認識速度的意義及其常用單位。												
試題內容	<p>15. 當風速達到時速 54 公里的時候，遊樂場的摩天輪就會停止運轉，請問時速 54 公里相當於幾級風力？</p> <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <tr> <td>風力</td> <td>公尺/秒鐘</td> </tr> <tr> <td>6 級</td> <td>10.8 ~ 13.8</td> </tr> <tr> <td>7 級</td> <td>13.9 ~ 17.1</td> </tr> <tr> <td>8 級</td> <td>17.2 ~ 20.7</td> </tr> <tr> <td>9 級</td> <td>20.8 ~ 24.4</td> </tr> </table> <p style="margin-left: 40px;"> ① 6 級 ② 7 級 ③ 8 級 ④ 9 級 </p>			風力	公尺/秒鐘	6 級	10.8 ~ 13.8	7 級	13.9 ~ 17.1	8 級	17.2 ~ 20.7	9 級	20.8 ~ 24.4
風力	公尺/秒鐘												
6 級	10.8 ~ 13.8												
7 級	13.9 ~ 17.1												
8 級	17.2 ~ 20.7												
9 級	20.8 ~ 24.4												
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)												
選項	整體	低分組	高分組										
1	0.13	0.19	0.05										
2*	0.55	0.29	0.84										
3	0.18	0.28	0.07										
4	0.13	0.23	0.04										
未作答	0.01												
通過率	0.55	鑑別度	0.55										
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定時速幾公里的風速及利用秒數幾公尺對應風力幾級的表格，要求學生判斷給定的風速相當於幾級風，評量學生利用速度常用單位換算解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項 2，通過率為 55%，顯示五成五的學生已具備利用速度常用單位換算解題的能力。</p> <p>2. 有 13% 的學生選擇選項 1 (低分組有 19%)，有 18% 的學生選擇選項 3 (低分組有 28%)，有 13% 的學生選擇選項 4 (低分組有 23%)，這些學生可能不具備利用速度常用單位換算解題的能力，無法將時速幾公里的單位換算成秒數多少公尺；這些學生也可能不理解題意。</p>												

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細 目	5-n-14 能認識比率及其在生活上的應用(含「百分率」、「折」)。 6-n-11 能理解常用導出量單位的記法，並解決生活中的問題。	6-n-12 能認識速度的意義及其常用單位。	N-7-9 比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生無法進行速率常用單位間的換算，無法將時速幾公里的單位換算成秒數多少公尺。 2. 學生不理解風速和時速 54 公里間的關係。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 「平均 1 小時跑 60 公里」是日常生活中常見的說法，下面提供三種也可以溝通「平均 1 小時跑 60 公里」的方法。 方法一：60 公里：1 小時 方法二：60 公里/小時 方法三：時速 60 公里 方法一是利用比的記法來溝通速率，方法二是利用比值的記法來溝通速率，方法三是日常生活中常用的說法。 建議教師幫助學生熟練「時速 60 公里」、「速率 60 公里/小時」、「60 公里：1 小時」這三種說法間的轉換，但在解題時，儘量利用比的方法來解題，因為比的記法較能夠看到時間和距離兩量的關係。 2. 以甲 3 小時跑 5 公里，乙 5 小時跑 8 公里，誰跑得比較快為例，有兩種比較誰比較快的方法。 第一種：時間相同，比較誰跑的距離比較長 甲：3 小時跑 5 公里 ⇨ 15 小時跑 25 公里 乙：5 小時跑 8 公里 ⇨ 15 小時跑 24 公里 25 公里比 24 公里長，也就是 25 比 24 大，甲跑得比較快 第二種：距離相同，比較誰跑的時間比較短 甲：3 小時跑 5 公里 ⇨ 24 小時跑 40 公里 乙：5 小時跑 8 公里 ⇨ 25 小時跑 40 公里 24 小時比 25 小時短，也就是 24 比 25 小，甲跑 			

得比較快。

由上面的說明可以知道，可以有兩種定義速率的方法：

第一種：速率＝距離：時間

第二種：速率＝時間：距離

第一種方法中時間相同時，距離的數字比較大時，速率比較快，距離的數字比較小時，速率比較慢；第二種方法中距離相同時，時間的數字比較大時，速率比較慢，時間的數字比較小時，速率比較快。

為了讓速率的數字比較大時，跑得比較快，數字比較小時，跑得比較慢，

數學上都選擇第一種方法為速率的定義。

3.如果學生比較無法掌握比值想法解決速度換單位問題解題的意義

$$\begin{aligned}\text{例如：} 54 \frac{\text{公里}}{\text{小時}} &= 54 \times \frac{1000 \text{公尺}}{60 \text{分鐘}} \\ &= 54 \times \frac{1000 \text{公尺}}{3600 \text{秒鐘}} \\ &= 15 \frac{\text{公尺}}{\text{秒鐘}}\end{aligned}$$

教師可以透過比的想法來解決換單位的問題。

$$\begin{aligned}\text{例如：} 54 \text{ 公里/小時} &= 54 \text{ 公里：1 小時} \\ &= 54000 \text{ 公尺：60 分鐘} \\ &= 900 \text{ 公尺：1 分鐘} \\ &= 900 \text{ 公尺：60 秒鐘} \\ &= 15 \text{ 公尺：1 秒鐘} \\ &= 15 \text{ 公尺/秒鐘}\end{aligned}$$

查表對應風力為 7 級

題號	16		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-n-03 能認識兩數互質的意義，並將分數約成最簡分數。		
試題內容	<p>16. 下列關於 a、b 兩數互質的敘述哪些正確？</p> <p>甲：a、b 兩數的最大公因數是 1</p> <p>乙：a、b 兩數沒有共同的質因數</p> <p>丙：a 和 b 兩數都不能是 1</p> <p>① 只有甲和乙</p> <p>② 只有甲和丙</p> <p>③ 只有乙和丙</p> <p>④ 甲、乙、丙都正確</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.31	0.23	0.39
2	0.28	0.31	0.24
3	0.17	0.26	0.06
4	0.24	0.19	0.31
未作答	0.00		
通過率	0.31	鑑別度	0.16
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定三個關於兩數互質的敘述，要求學生選出正確的敘述，評量學生是否理解互質的意義。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.16，正確答案為選項 1，通過率為 31%，顯示近三成的學生已理解兩數互質的意義。</p> <p>2. 有 28% 的學生選擇選項 2(低分組有 31%)，這些學生可能尚未理解兩數互質的意義；也可能只熟記課本互質的定義，不知道利用短除法求兩數最大公因數或最小公倍數時，兩數互質，也就是兩數沒有共同的質因數，是判斷短除法運算停止的條件。</p> <p>3. 有 24% 的學生選擇選項 4(低分組有 19%)，這些學生可能尚未理解兩數互質的意義；也可能受到 1 不是質數的影響，混淆了「互質」和「質數」的意義，誤認為 1 和其他的數都不互質。</p> <p>4. 有 17% 的學生選擇選項 3(低分組有 26%)，這些學生可能尚未完全掌握兩數互質的意義。</p>		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	6-n-01 能認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解。	6-n-03 能認識兩數互質的意義，並將分數約成最簡分數。	7-n-02 能理解因數、質因數、倍數、公因數、公倍數及互質的概念，並熟練質因數分解的計算方法。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生不知道「a、b 兩數的最大公因數是 1」和「a、b 兩數沒有共同的質因數」的意義相同。例如利用短除法求最大公因數或最小公倍數時，提出來的數是共同質因數的乘積，沒有共同質因數時就可以停止計算，和兩數互質時就可以停止計算的意義相同。 2. 受到 1 不是質數的影響，混淆了「互質」和「質數」的意義，因為 1 不是質數，誤認為 1 和其他的數都不互質。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 區分「質數」和「互質」的差異。 質數：質數討論的是一個數的性質，判斷該數是否滿足只有 1 和自己兩個因數的條件。 互質：互質討論的是 a、b 兩個數的關係，當$(a, b)=1$，數學上稱 a 和 b 互質。 例如：1 不是質數，但是$(1, 6)=1$，所以 1 和 6 互質。 2. 利用短除法求兩數的最大公因數及最小公倍數時，「兩數互質」是判斷短除法運算是否結束的依據，例如用短除法求 36 和 48 兩數的最大公因數或最小公倍數時，先提出共同的質因數後，發現剩下的兩數沒有共同的質因數時，就能確定最大公因數「$2 \times 2 \times 3$」就是共同質因數的乘積，最小公倍數「$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2$」是「共同質因數乘積 $2 \times 2 \times 3$」和「剩下質因數乘積 $3 \times 4 = 3 \times 2 \times 2$」的乘積。 $\begin{array}{r} 2 \mid 36 \quad 48 \Rightarrow 2 \text{ 是共同的質因數。} \\ 2 \mid 18 \quad 24 \Rightarrow 2 \text{ 是共同的質因數。} \\ 3 \mid 9 \quad 12 \Rightarrow 3 \text{ 是共同的質因數。} \\ 3 \quad 4 \Rightarrow \text{沒有其它共同的質因數。} \end{array}$ <p>此時教師可以給兩數互質下定義，甲、乙兩數沒有共同的質因數，數學上稱甲、乙兩數互質。</p>			

甲、乙兩數互質時，甲、乙兩數的最大公因數 1，所以甲、乙兩數的最大公因數是 1 時，數學上也稱甲、乙兩數互質。
3.以「找出 18 和 24 的最小公倍數」為例，說明如何利用短除法求兩數的最小公倍數。

步驟一：複習質因數分解法求兩數的最小公倍數，18 和 24 的最小公倍數

「 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 」是「共同質因數乘積 2×3 」和「剩下質因數乘積 $2 \times 2 \times 3$ 」的乘積。

步驟二：
$$\begin{array}{r|l} 2 & 18 \quad 24 \\ & 9 \quad 12 \end{array}$$

2 是 18 和 24 共同的質因數，提出質因數 2，得到 $18 = 2 \times 9$ ， $24 = 2 \times 12$ 。

步驟三：
$$\begin{array}{r|l} 2 & 18 \quad 24 \\ 3 & 9 \quad 12 \\ \hline & 3 \quad 4 \end{array}$$

3 也是 18 和 24 共同的質因數，提出質因數 3，得到 $18 = (2 \times 3) \times 3$ ， $24 = (2 \times 3) \times 4$

步驟四：3 和 4 互質，沒有共同的質因數。

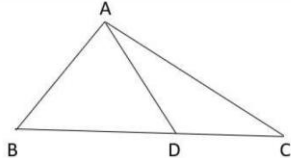
步驟五：幫助學生認識下面的 4 可以質因數分解成 2×2 。
「共同質因數的乘積 2×3 」，是短除法左邊兩個質因數的乘積。

「剩下質因數乘積 $3 \times 2 \times 2 = 3 \times 4$ 」，是短除法下面兩數的乘積。

步驟六：最小公倍數是「共同質因數乘積」和「剩下質因數乘積」的乘積，

只要將左邊的質因數 2、3，和下面的數字 3、4 相乘，就能得到

最小公倍數 $= (2 \times 3) \times (3 \times 4)$ 。

題號	17		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	解題思考
分年細目	6-n-09 能認識比和比值，並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>17. 三角形 ABC 中，\overline{BD} 和 \overline{DC} 的長度比為 $4:3$。 已經知道三角形 ABD 的面積是 16 平方公分。 請問三角形 ABC 的面積為多少平方公分？</p>  <p>① 12 ② 25 ③ 28 ④ 56</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.25	0.28	0.21
2	0.13	0.22	0.05
3*	0.47	0.30	0.66
4	0.14	0.19	0.07
未作答	0.01		
通過率	0.47	鑑別度	0.36
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定兩個等高三角形底邊的邊長比及其中一個三角形的面積，要求學生算出另這兩個三角形的面積和，評量學生利用比和比值解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.36，正確答案為選項 3，通過率為 47%，顯示近五成的學生已具備利用比和比值解決生活中問題的能力。 2. 有 25% 的學生選擇選項 1 (低分組有 28%)，這些學生可能不具備利用比和比值解決生活中問題的能力；也可能誤解題意，透過 $\overline{BD} : \overline{DC} = 4 : 3 = 16 : 12$，算出三角形 ADC 的面積為 12 平方公分。 3. 有 13% 的學生選擇選項 2 (低分組有 22%)，這些學生可能不具備利用比和比值解決生活中問題的能力；也可能受放大縮小圖的影響，以為 $\overline{BD} : \overline{DC} = 4 : 3$，三角形 ABD 面積：三角形 ADC 面積 = $16 : 9$，所以三角形 ABC 的面積為</p>		

	<p>16+9=25 平方公分。</p> <p>4.有 14%的學生選擇選項 4(低分組有 19%)，這些學生可能不具備利用比和比值解決生活中問題的能力；也可能受三角形面積公式除以 2 的影響，將所求出來的面積都再乘以 2 倍。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	<p>5-n-14</p> <p>能認識比率及其在生活上的應用(含「百分率」、「折」)。</p>	<p>6-n-09</p> <p>能認識比和比值，並解決生活中的問題。</p>	<p>N-7-9</p> <p>比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。</p>
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生不知道兩三角形等高時，兩底邊的比等於兩三角形面積的比。 2.學生受放大縮小圖的影響，以為$\overline{BD} : \overline{DC} = 4 : 3$，三角形 ABD 面積：三角形 ADC 面積=16：9 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.教師先將本題的三角形特殊化，填上底和高的數據後，幫助學生發現 三角形 ABD 面積：三角形 ADC 面積=4：3=$\overline{BD} : \overline{DC}$ 2.再舉一個相似的例子，幫助學生發現三角形 ABD 面積：三角形 ADC 面積=$\overline{BD} : \overline{DC}$這個事實，並試著從面積公式幫助學生理解 三角形 ABD 面積：三角形 ADC 面積=$\overline{BD} \times \text{高} \div 2 : \overline{DC} \times \text{高} \div 2$ 因為三角形 ABD 和三角形 ADC 的高相同，從相等的比來看，可以得到 ABD 面積：三角形 ADC 面積=$\overline{BD} : \overline{DC}$ 			

題號	18																	
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行															
分年細目	6-n-10 能理解正比的意義，並解決生活中的問題。																	
試題內容	<p>18. 同一時刻，物體的高度與其影子長成正比。</p> <p>下午 4 時，陳老師量出校園四周多項物品的高度及其影子長，整理成下表，請問表中哪項物體的資料<u>不正確</u>？</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>物體名稱</td> <td>榕樹</td> <td>鐘塔</td> <td>旗桿</td> <td>電線桿</td> </tr> <tr> <td>高度 (cm)</td> <td>540</td> <td>900</td> <td>720</td> <td>600</td> </tr> <tr> <td>影子長 (cm)</td> <td>900</td> <td>1500</td> <td>1200</td> <td>900</td> </tr> </table> <p>① 榕樹 ② 鐘塔 ③ 旗桿 ④ 電線桿</p>			物體名稱	榕樹	鐘塔	旗桿	電線桿	高度 (cm)	540	900	720	600	影子長 (cm)	900	1500	1200	900
物體名稱	榕樹	鐘塔	旗桿	電線桿														
高度 (cm)	540	900	720	600														
影子長 (cm)	900	1500	1200	900														
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)																	
選項	整體	低分組	高分組															
1	0.25	0.30	0.16															
2	0.17	0.23	0.08															
3	0.16	0.24	0.08															
4*	0.42	0.22	0.68															
未作答	0.01																	
通過率	0.42	鑑別度	0.46															
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題先說明物體的高度與其影子長成正比，以及四個物件同一時刻高度和影子長的對應表格，要求學生選出不是成正比的物件，評量學生利用成正比解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.46，正確答案為選項 4，通過率為 42%，顯示超過四成的學生已具備利用成正比解題的能力。</p> <p>2. 有 25% 的學生選擇選項 1(低分組有 30%)、17% 的學生選擇選項 2(低分組有 23%)、16% 的學生選擇選項 3(低分組有 24%)，這些學生尚未具備利用成正比解題的能力；也可能在求高度和影子長的比值時計算發生錯誤。</p>																	

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	6-n-09 能認識比和比值， 並解決生活中的問 題。	6-n-10 能理解正比的意 義，並解決生活中 的問題。	7-n-13 能理解比、比例 式、正比、反比的 意義，並能解決生 活中有關比例的問題。

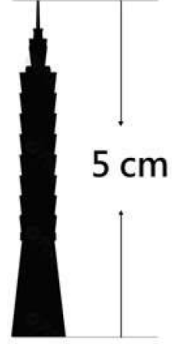
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>學生不理解成正比的意義，不知道可以透過比值相等或最簡單整數比相等的關係來判斷是否成正比。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 「正比」和「比或比值」的關係密切，比的相等關係強調將相比的兩類量寫在一起，直覺上較簡單；而正比則是兩類量關係中的一種，應採用列表的方式記錄，並強調要使用比值來記錄正比關係，兩者間的關係，可運用列表的方式來統整。</p> <p>下面以同學們同時量出不同長度的竹竿和對應影子長度的表格來說明：</p> <table border="1" data-bbox="475 1081 1339 1180"> <tr> <td>竹竿長(公分)</td> <td>40</td> <td>50</td> <td>60</td> <td>70</td> <td>80</td> <td>90</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>影子長(公分)</td> <td>20</td> <td>25</td> <td>30</td> <td>35</td> <td>40</td> <td>45</td> <td>50</td> </tr> </table> <p>國小階段可以透過比或比值的方式來表示不同長度的竹竿和對應影子長度的關係。</p> <p>(1)利用最簡單整數比『竹竿長：影子長=2：1』來表示： 竹竿和對應影子長度的對應關係可以記成「40：20」、「50：25」、...、「100：50」，它們都是相等的比，可以利用最簡單整數比「竹竿長：影子長=2：1」來表示。</p> <p>(2)利用比值「竹竿長：影子長=2」來表示： 「40：20」、「50：25」、...、「100：50」這些相等的比的比值都是2，可以透過比值「竹竿長：影子長=2」來表示這些相等的比，也可以說成「竹竿長是影子長的2倍」。</p> <p>2.成正比是兩個集合間特殊的對應關係，下面都是成正比的定義。</p> <p>竹竿的長度和對應影子的長度同時改變，而它們的比值不變，數學上稱竹竿的長度和影子的長度「成正比」或「成正比例」。</p> <p>(1)形如「$y=kx$」的函數，數學上稱之為成正比。</p>	竹竿長(公分)	40	50	60	70	80	90	100	影子長(公分)	20	25	30	35	40	45	50
	竹竿長(公分)	40	50	60	70	80	90	100									
影子長(公分)	20	25	30	35	40	45	50										

	<p>(2)如果函數的圖形是過原點的直線，數學上稱之為成正比。 國小階段尚未引入函數的記法，只能透過(1)溝通成正比的意義。</p> <p>3.讓學生知道兩量變化時，一量增加，另一量也跟著增加的現象，並不一定是正比關係，並能判斷。 例如父和子的年齡、正方形邊長與面積的關係等，都不是正比的關係。</p>
--	---

題號	19		
內容領域	代數	認知歷程向度	程序執行
分年細目	6-a-01 能理解等量公理。		
試題內容	<p>19. 已知 $3 \times 8 + 5 = 20 + 27 \div 3$，請問下列哪個算式<u>錯誤</u>？</p> <p>① $(3 \times 8 + 5) - 5 = (20 + 27 \div 3) - 5$</p> <p>② $3 \times 8 + 5 - 20 = 20 + 27 \div 3 - 20$</p> <p>③ $3 \times 8 + 5 \times 3 = 20 + 27 \div 3 \times 3$</p> <p>④ $54 + 3 \times 8 + 5 = 54 + 20 + 27 \div 3$</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.17	0.26	0.06
2	0.14	0.23	0.04
3*	0.48	0.23	0.78
4	0.21	0.27	0.11
未作答	0.01		
通過率	0.48	鑑別度	0.56
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定一個等式，要求學生選出等號兩邊同加、同減、同乘或同除一數後的正確的算式，評量學生利用等量公理解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.56，正確答案為選項 3，通過率為 48%，顯示近五成的學生已具備利用等量公理解題的能力。</p> <p>2. 有 17% 的學生選擇選項 1(低分組有 26%)，這些學生可能不具備利用等量公理解題的能力；也可能已具備利用等量公理解題的能力，但誤解題意，選出正確的選項。</p> <p>3. 有 14% 的學生選擇選項 2(低分組有 23%)，21% 的學生選擇選項 4(低分組有 27%)，這些學生可能不具備利用等量公理解題的能力；也可能無法將 $3 \times 8 + 5$ 和 $20 + 27 \div 3$ 看成兩個數，必須算出答案才能判斷等式是否成立，但是在計算時發生錯誤。</p>		

教材地位 分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	2-n-03 能用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 表示數量大小關係，並在具體情境中認識遞移律。(同2-a-01) 5-a-04 能將整數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。	6-a-01 能理解等量公理。	6-a-04 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。(同6-n-13) A-7-3 一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗算；應用問題。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1. 學生無法將算式解讀為數字，學生可能知道等量加法公理「$a=b \Rightarrow a+c=b+c$」，但是無法將「$3 \times 8 + 5$」和「$20 + 27 \div 3$」這兩個答案相等的算式視為「a」和「b」，可以記成「$a=b$」。</p> <p>因此題目給定「$3 \times 8 + 5 = 20 + 27 \div 3$」，學生必須算出答案才知道「$(3 \times 8 + 5) + 8 = (20 + 27 \div 3) + 8$」</p> <p>2. 學生可能將等號看成「得到答案」的意義，而不是看成「兩邊一樣大」的意義。例如學生接受「$5 + 3 = 8$」的記法，但是不接受「$8 = 5 + 3$」的記法。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 一年級加法與減法算式中的等號為「得到答案」的意義。以「5顆蘋果和3顆蘋果合起來有多少顆蘋果？」為例，學生解題時會先畫出5顆蘋果和3顆蘋果，再點數合起來有8顆蘋果，學生的解題活動中只出現8顆蘋果，加法算式「$5 + 3 = 8$」中「$5 + 3$」和「8」指的都是那8顆蘋果。「$5 + 3 = 8$」記錄5顆和3顆合起來的答案是8顆，算式中的等號是得到答案的意義。</p> <p>部份學生不接受「$8 = 5 + 3$」或「$5 + 3 = 9 - 1$」，可能的原因是將等號看成得到答案，而不是兩邊一樣大。</p> <p>二年級透過比較活動，加法與減法算式中的等號才是「兩邊一樣大」的意義。等號表示「兩邊一樣大」，是六年級學習等量公理的前置經驗。</p> <p>2. 教師可以提問「$5 + 3$和8，誰比誰大？」，引入$5 + 3$和8一樣大，再將$5 + 3$和8一樣大的結果記成「$5 + 3 = 8$」，</p>			

	<p>此時加法算式「$5+3=8$」中 $5+3$ 和 8 是兩個不同的數，「$5+3=8$」記錄 $5+3$ 和 8 一樣大，算式中的等號是「兩邊一樣大」的意義。</p> <p>教師可以提問「8 和 $5+3$，誰比誰大？」、「$5+3$ 和 $9-1$，誰比誰大？」，幫助學生用「$8=5+3$」、「$5+3=9-1$」來記錄，幫助學生理解算式中的等號是「兩邊一樣大」的意義。</p> <p>3. 建議教師協助學生將一個運算式子視為一個數，例如 $3+5=11-3$，相等的兩數(「$3+5$」和「$11-3$」)同加、同減、同乘、同除，其值不變。也就是</p> $(3+5)+2=(11-3)+2$ $15-(3+5)=15-(11-3)$ $(3+5)\times 2=(11-3)\times 2$ $(3+5)\div 2=(11-3)\div 2$ <p>在透過四則運算的運算次序來幫助學生看到括號的省略</p> <p>$3+5+2=11-3+2$ 是正確的</p> <p>$15-3+5=15-11-3$ 是錯誤的</p> <p>$3+5\times 2=11-3\times 2$ 是錯誤的</p> <p>$3+5\div 2=11-3\div 2$ 是錯誤的</p> <p>4. 學生須具備將一個運算式子視為一個數的能力，未來在國中的未知數解題才能將 $2\times(y+3)=4$ 的「$y+3$」視為一個數。</p> <p>5. 回到原題目，檢視學生是否能將上述概念運用得宜。</p>
--	--

題號	20		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-s-02 能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響，並認識比例尺。		
試題內容	<p>20. <u>臺北 101</u>大樓的實際高度約 500 公尺，下圖是它的縮小圖，請問下列何者是這張縮小圖的比例尺？</p>  <p>① 1 : 500 ② 10000 : 1 ③ $\frac{1}{10000}$ ④ $\frac{1}{50000}$</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.23	0.40	0.04
2	0.18	0.18	0.15
3*	0.39	0.16	0.69
4	0.20	0.26	0.11
未作答	0.00		
通過率	0.39	鑑別度	0.53
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明 本題給定物體的實際高度和縮小圖上的高度，要求學生選出縮小圖的比例尺，評量學生是否理解比例尺的意義。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.53，正確答案為選項 3，通過率為 39%，顯示近四成的學生已理解比例尺的意義。 2. 有 23% 的學生選擇選項 1 (低分組有 40%)，這些學生可能尚未理解比例尺的意義，看到大樓的實際高度約 500 公尺的數字 500，就以 1 : 500 為答案；也可能誤解題意，忽略了縮小圖中物體高度為 5 公分、也忽略了物體實際高度和</p>		

	<p>縮小圖上的高度單位不一樣，直接以 1：500 為答案。</p> <p>3.有 20%的學生選擇選項 4(低分組有 26%)，這些學生可能尚未理解比例尺的意義；也可能誤解題意，算出實際高度是 50000 公分後，忽略了縮小圖中物體高度為 5 公分，1：50000 的比值為 $\frac{1}{50000}$，以 $\frac{1}{50000}$ 為答案。</p> <p>4.有 18%的學生選擇選項 2(低分組有 18%)，這些學生可能尚未理解比例尺的意義；也可能正確算出物體實際高度與縮小圖高度的比是 10000：1，但是不知道比例尺的後項必須是物體實際高度的約定。</p>			
教材地位分析	分年細目	<p>先備的知識</p> <p>4-s-03 能認識平面圖形全等的意義。</p>	<p>本題所需的知識</p> <p>6-s-02 能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度的影響，並認識比例尺。</p>	<p>延伸的知識</p> <p>9-s-01 能理解平面圖形縮放的意義。</p>
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生不知道描述比例尺時，必須以實際長度為後項的約定。 2.學生無法連絡放大圖、縮小圖和比例尺間的關係。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.教師應幫助學生連絡「比」、「比值」和「幾倍放大(縮小)圖」的關係。 教師應幫助學生認識下面三種表示法都可以說明「三角形 DEF 是三角形 ABC 的 2 倍放大圖」的關係，為引入比例尺的教學鋪路。 第一種：比的表示法 $\overline{DE} : \overline{AB} = 2 : 1, \overline{EF} : \overline{BC} = 2 : 1, \overline{DF} : \overline{AC} = 2 : 1$ 第二種：比值的表示法 $\overline{DE} \div \overline{AB} = 2, \overline{EF} \div \overline{BC} = 2, \overline{DF} \div \overline{AC} = 2$ 第三種：倍的表示法 \overline{DE}長是\overline{AB}的 2 倍，\overline{EF}長是\overline{BC}的 2 倍，\overline{DF}長是\overline{AC}的 2 倍 2.建議教師透過縮小圖的情境引入比例尺，例如畫出籃球場 $\frac{1}{10}$ 倍的縮小圖，再透過 $\frac{1}{10}$ 倍的縮小圖引入比例尺的意義及記法，不宜直接透過地圖引入比例尺。 			

3.數學上習慣將實際的長度當作基準量，地圖上的長度當作比較量，下面以「實際長度1公里，地圖上長1公分」為例，說明比例尺的表示法。

有兩種表示比例尺的方法，一種是利用同單位的比或比值來表示，另一種是利用不同單位的比或比值來表示。

(1)同單位的表示法

同單位的表示法又可以區分為比的表示法和比值的表示法，因為單位相同，因此同單位的表示法都不記錄單位。

①比的表示法：1公里=1000公尺=100000公分

可以用「1：100000」或「 $\frac{1}{100000}$ ：1」來表示。

「 $\frac{1}{100000}$ ：1」的記法較容易連絡比和比值的關係。

使用1：100000溝通比例尺時，表示地圖上長1公分，實際的長是100000公分；地圖上長1公尺，實際的長是100000公尺；地圖上長1毫米，實際的長是100000毫米。

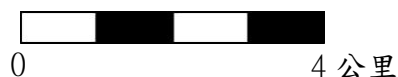
②比值的表示法：「1：100000」和「 $\frac{1}{100000}$ ：1」的比值都 $\frac{1}{100000}$ 。

(2)不同單位的表示法

不同單位的表示法也可以區分為比的表示法和比值的表示法，因為單位不同，因此不同單位的表示法都必須記錄單位。

①比的表示法：「1公分：1公里」。

②比值的表示法：1公分：1公里=1公分/公里，日常生活中不常出現這種記法，都用下面的圖示法來呈現。



4.以「實際長度是800公尺，在地圖上長4公分，這張地圖比例尺的比和比值各是多少？」為例，說明如何幫助學生解題。

(1)求比例尺的比

在用「比」記錄比例尺時，習慣把地圖上的長度當作前項，實際長度當作後項：

$$\begin{aligned}\text{地圖長度：實際長度} &= 4 \text{ 公分：} 800 \text{ 公尺} \\ &= 4 \text{ 公分：} 80000 \text{ 公分} \\ &= 1：20000\end{aligned}$$

(2)求比例尺的比值

可以透過比例尺的比求比值

$$1：20000 = 1 \div 20000 = \frac{1}{20000}$$

(3)比例尺的圖示

以圖示標示比例尺的方式，常在地圖上出現。

「實際長度是 800 公尺，在地圖上長 4 公分」換成圖示如下：



上圖的 1 格是 1 公分。4 格表示是地圖上的 4 公分，在 4 公分處標示 800 公尺，意即「在地圖上的 4 公分代表實際距離的 800 公尺」。

題號	21		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	解題思考
分年細目	6-n-12 能認識速度的意義及其常用單位。		
試題內容	<p>21.「區間測速」是指車輛行經某路段後，以該車輛行駛這段路程的平均速率，判定是否有超速。一隧道全長 30 公里，且在隧道出入口間採用區間測速，速度上限為時速 70 公里。</p> <p>郭先生進入隧道先以時速 100 公里行駛了 0.2 小時，之後放慢速度，再行駛了 0.4 小時後抵達隧道出口。</p> <p>賴小姐進入隧道先以時速 50 公里行駛了 0.2 小時，之後加快速度，以時速 100 公里行駛至隧道出口。</p> <p>請問誰超速了？</p> <p>① 只有郭先生 ② 只有賴小姐 ③ 兩人都超速 ④ 兩人都沒有超速</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.15	0.22	0.07
2*	0.43	0.32	0.54
3	0.30	0.32	0.26
4	0.12	0.13	0.11
未作答	0.01		
通過率	0.43	鑑別度	0.22
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定區間測速的定義以及超速的上限，要求學生判斷進入該區間的 2 名駕駛是否超速，評量學生利用速度及其常用單位解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1.本題鑑別度為 0.22，正確答案為選項 2，通過率為 43%，顯示超過四成的學生已具備利用利用速度及其常用單位解題的能力。</p> <p>2.有 15%的學生選擇選項 1(低分組有 22%)，有 30%的學生選擇選項 3(低分組有 32%)，有 12%的學生選擇選項 4(低分組有 13%)，這些學生可能不具備利用利用速度及其常用單位解題的能力；也可能不理解題意，不知道區間測速的定義；也可能不理解平均速率的意義，或在算平均速率時計算發生錯誤。</p>		

教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	5-n-14 能認識比率及其在 生活上的應用（含 「百分率」、「折」）。 6-n-11 能理解常用導出量 單位的記法，並解 決生活中的問題。	6-n-12 能認識速度的意義 及其常用單位。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生可能不理解「區間測速」或「平均速率」的意義。 2. 學生無法進行「時間」、「距離」、「速率」三者間關係的轉換。 例如給定距離和速率，學生無法求出時間，給定時間和速率，學生無法求出距離。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 建議教師先幫助孩子釐清「區間測速」的定義。「區間測速」是指車輛行駛某路段後，以該車輛行駛這段路程的平均速率，判定是否有超速。因為車輛行駛某路段的時速並非等速，所以我們取平均速率來判定是否超速。 2. 只有個數才能相加減，例如 5 個蘋果和 3 個蘋果可以相加減，5 公里指的是 5 個 1 公里，3 公里指的是 3 個 1 公里，所以 5 公里和 3 公里也可以相加減，5 小時指的是 5 個 1 小時，3 小時指的是 3 個小時，所以 5 小時和 3 小時也可以相加減。 速率是不個數，所以速率不能直接相加減，例如把時速 60 公里和時速 12 公里相加，不會變成時速 72 公里。 所以如果某車行駛 A 路段的速率為 60 公里，行駛 B 路段的速率為 80 公里，平均速率並非 $(60+80) \div 2 = 70$ 平均速率的定義為：總距離 ÷ 總時間，也就是總距離對總時間的比值 3. 幫助孩子確實理解距離、時間和速率的關係，以及如果距離、時間、速率某兩個量已知，如何求第三個量 <ol style="list-style-type: none"> (1) 首先，教師應幫助學生先釐清日常生活中常見速率的用語「時速 60 公里或每小時跑 60 公里」，可以改記成比「60 公里：1 小時」或比值「60 公里/小時」。 (2) 以「甲車的速率是 60 公里/小時，跑 300 公里要花多少時間？」為例，提出四種解題策略，教師可以提供學生這四種解題策略的經驗，但不宜限制學生使用某種解題策略來解題。 		

①單價法：甲車的速率是 60 公里/小時，也就是甲車每 1 小時跑 60 公里， $300 \div 60 = 5$ ，就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

②倍數法：甲車的速率是 60 公里/小時，也就是甲車每 1 小時跑 60 公里，300 公里是 60 公里的 5 倍， $1 \times 5 = 5$ ，就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

③比的加法：60 公里/小時 = 60 公里：1 小時，

60 公里：1 小時

60 公里：1 小時

60 公里：1 小時

60 公里：1 小時

60 公里：1 小時

合起來：300 公里：5 小時

就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

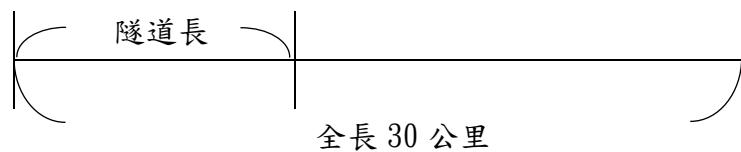
④比例式：60 公里/小時 = 60 公里：1 小時， $60 : 1 = 300 : \square$ ，

得到 $300 \div 60 = 5$ ， $\square = 1 \times 5$ ，就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

4.低成就學生比較容易掌握比例式的運算，也就是能夠直接看到兩量關係的方式，才不會需要硬記公式，而且因背錯公式或用錯公式造成運算上的錯誤。

郭先生的平均速率為總距離：總時間 = $30\text{km} : (0.2 + 0.4)\text{小時} = 30\text{km} : 0.6\text{小時} = 50\text{km} : 1\text{小時} = 50\text{km}/\text{小時}$

賴小姐的平均速率為總距離：總時間，發現加快速度後所花的時間未知，因此要先求加快速度後的時間，但題目只提供時速 100 公里的資訊，換句話說必須知道行駛該路段的距離，而這段距離則需由全長扣掉隧道的距離



隧道長可利用時速 50 公里也就是 $50\text{公里} : 1\text{小時} = \square\text{公里} : 0.2\text{小時}$ ，得到 $\square = 10$ 利用全長 $30 - 10 = 20$ ，得到出隧道後的距離為 20 公里

再以時速 100 公里也就是 $100\text{公里} : 1\text{小時} = 20\text{公里} : \Delta\text{小時}$ ，得到 $\Delta = 1/5\text{小時} = 0.2\text{小時}$

最後利用平均速率為總距離：總時間 = 30 公里：

$(0.2 + 0.2)\text{小時} = 30\text{公里} : 0.4\text{小時} = 75\text{公里} : 1\text{小時} = 75\text{公里}/\text{小時}$
依上述結過進行選答，因此只有賴小姐超速。

題號	22		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	解題思考
分年細目	6-n-05 能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。		
試題內容	<p>22. 「農場的 $\frac{1}{5}$ 是菜園，菜園的 $\frac{1}{28}$ 種青花菜，已知種青花菜的面積是 $2\frac{4}{5}$ 公畝，請問農場的面積是多少公畝？」</p> <p>下列哪個算式可以算出正確答案？</p> <p>① $2\frac{4}{5} \times \frac{1}{28} \times \frac{1}{5}$</p> <p>② $2\frac{4}{5} \div \frac{1}{28} \times \frac{1}{5}$</p> <p>③ $2\frac{4}{5} \times \frac{1}{28} \div \frac{1}{5}$</p> <p>④ $2\frac{4}{5} \div \frac{1}{28} \div \frac{1}{5}$</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.24	0.32	0.11
2	0.20	0.27	0.11
3	0.17	0.26	0.06
4*	0.38	0.14	0.72
未作答	0.01		
通過率	0.38	鑑別度	0.58
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題是連除分數兩步驟的文字題，要求學生選出能算出答案的算式，評量學生連除分數兩步驟問題列式的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.58，正確答案為選項 4，通過率為 38%，顯示近四成的學生已具備連除分數兩步驟問題列式的能力。</p> <p>2. 有 24% 的學生選擇選項 1(低分組有 32%)、20% 的學生選擇選項 2(低分組有 27%)、17% 的學生選擇選項 3(低分組有 26%)，這些學生可能不具備連除分數兩步驟問題列式的能力；也可能尚未掌握分數情境乘除互逆的關係；也可能誤解或不理解題意。</p>		

教材地位 分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分 年 細 目	5-n-02 能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。	6-n-05 能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。
補救教學 建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <p>1. 學生較容易依題意列出算式 $\square \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{28} = 2\frac{4}{5}$，如果學生無法掌握分數情境乘除互逆的關係，或不具備先列式再利用等量公理解題的能力，就無法成功的解題。</p> <p>2. 如果學生無法列出算式 $\square \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{28} = 2\frac{4}{5}$，只能在問題情境中利用乘除互逆的關係來解題，利用乘除互逆才能解題的連除兩步驟問題，對低分組學生而言相當的困難。</p> <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <p>1. 二步驟問題的教學包含三個重點，第一個重點是能夠解決問題，並用二個算式記錄解題過程；第二個重點是能夠用併式記錄解題過程；第三個重點是能夠列式，並用逐次減項的記法記錄解題過程。</p> <p>2. 以分數兩步驟問題「媽媽買了 $\frac{10}{3}$ 公升的果汁 6 瓶，全部分裝到 $\frac{5}{4}$ 公升的杯子裡，相當於裝滿幾杯？」為例，如果學生無法解題，建議教師先將原問題修改為整數情境的問題，例如修改為「媽媽買了 10 公升的果汁 6 瓶，全部分裝到 5 公升的瓶子裡，相當於裝滿幾瓶？」。待學生解題成功後，再回到原分數情境的問題，希望學生能類比整數情境的問題來解決相同情境分數的問題。</p> <p>3. 下面以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，說明整數兩步驟問題的教學流程。 教師可以仿下面的教學流程，進行分數兩步驟問題的教學。</p> <p>(1) 用兩個算式記錄解題活動 $15 + 25 = 40$，$40 \div 5 = 8$，答：可以買 8 枝</p>		

(2)將兩個算式改記成併式的記法

將「 $15+25=40$ ， $40\div 5=8$ 」改記成「 $(15+25)\div 5=8$ 」

(3)用併式記錄解題活動

$(15+25)\div 5=8$ ，答：可以買 8 枝

(4)用算式填充題來列式

$(15+25)\div 5=(\quad)$

(5)先列式，再用逐次減項記錄解題活動

$(15+25)\div 5=(\quad)$

$(15+25)\div 5$

$=40\div 5$

$=8$ 答：可以買 8 枝

4.以逐次減項的記法「 $5\times(12+8)-10=5\times 20-10=100-10=99$ 」

為例，它是以下解題過程的摘要記法：

$5\times(12+8)-10=5\times 20-10$ ， $5\times 20-10=100-10$ ， $100-10=90$

因為等號滿足遞移性($A=B$ ， $B=C$ ， $C=D$ ，所以 $A=C$)，所以 $5\times(12+8)-10=90$

逐次減項記法中除了把重複出現的算式「 $5\times 20-10$ 」和「 $100-10$ 」只記一次之外，還把解題過程最重要的部份「因為等號滿足遞移性，所以 $5\times(12+8)-10=90$ 」也省略了。

教師可以透過詢問為什麼「 $5\times(12+8)-10$ 」的答案是 90，檢查學生是否掌握利用等號遞移性記錄的意義。

5.本題為「分數乘法情境描述」的乘除互逆情境題，學童宜先依照題意列出算式填充題，再以乘除互逆的關係從而列出解題的二步驟列式。建議教師在教學時，指導學童先依題意列出算式填充題後再解題，比較能看出乘除互逆的關係。

題號	23		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行
分年細目	6-n-07 能在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數（含四捨五入法），並做加、減、乘、除之估算。		
試題內容	<p>23. 已知 1 磅大約等於 0.4536 公斤，飄香咖啡店進了 16 磅的咖啡豆，如果以每公斤 400 元賣出，全部賣出後可得到多少元？ （先以四捨五入法取概數至小數點後第二位再計算）</p> <p>① 2880 ② 2903 ③ 2903.04 ④ 2904</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.39	0.22	0.59
2	0.19	0.26	0.11
3	0.22	0.28	0.13
4	0.19	0.22	0.16
未作答	0.01		
通過率	0.39	鑑別度	0.37
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題是小數乘法兩步驟問題，要求學生先將題目中所提供的小數以四捨五入法取概數至小數點後第二位，再計算出答案，評量學生是否具備在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減、乘、除估算的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1.本題鑑別度為 0.37，正確答案為選項 1，通過率為 39%，顯示近四成的學生已具備在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減、乘、除估算的能力</p> <p>2.有 19%的學生選擇選項 2(低分組有 26%)，這些學生可能不具備在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減、乘、除估算的能力；也可能誤解題意，或忽略了「先以四捨五入法取概數至小數點後第二位再計算」的限制，算出 $0.4536 \times 16 \times 400 = 2903.04$ 之後，選擇選項中最接近的整數 2903 為答案。</p>		

	<p>3.有 22%的學生選擇選項 3(低分組有 28%)，這些學生可能不具備在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減、乘、除估算的能力；也可能誤解題意，或忽略了「先以四捨五入法取概數至小數點後第二位再計算」的限制，算出 $0.4536 \times 16 \times 400 = 2903.04$ 之後，直接選答。</p> <p>4.有 19%的學生選擇選項 4(低分組有 22%)，這些學生可能不具備在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減、乘、除估算的能力；也可能誤解題意，或忽略了「先以四捨五入法取概數至小數點後第二位再計算」的限制，算出 $0.4536 \times 16 = 7.2576$，先以四捨五入法取概數到小數第二位，也就是 7.26，再以 $7.26 \times 400 = 2904$ 算出答案。</p>			
教材地位分析	分年細目	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
		4-n-06 能在具體情境中，對大數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減之估算。	6-n-07 能在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減、乘、除之估算。	6-n-06 能用直式處理小數除法的計算，並解決生活中的問題。 6-d-03 能報讀生活中常用的圓形圖，並能整理生活中的資料，製成圓形圖。
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.學生不理解「先以四捨五入法取概數至小數點後第二位再計算」指的是先把 0.4536 公斤取概數至小數點後第二位後，再算出 16 磅的咖啡豆要賣多少元，學生直接算出 0.4536 公斤的咖啡豆要賣多少元，再取概數至小數點後第二位。 2.學生能解決整數情境四捨五入法取概數的問題，但是無法解決小數情境四捨五入法取概數的問題。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.教師應先複習在整數情境取概數並做加、減計算的問題，再引入在整數情境取概數並做乘、除計算的問題。以問題「工廠 9 天可以生產 360018 顆燈泡，請問 1 天大約可以生產幾萬顆燈泡?(以萬為單位，先以四捨五入法 			

取概數到萬位再計算)」為例，教師幫助學生先將 360018 以四捨五入法取概數到萬位，得到「36 萬」，再以 $36 \div 9 = 4$ ，算出答案為 1 天大約生產 4 萬顆燈泡。

2. 將整數情境類推到本題的小數情境，引導學生進行 1 磅大約等於 0.4536 公斤，以四捨五入法取概數至小數點後第二位，所以 1 磅大約是 0.45 公斤。

3. 透過 $0.45 \times 16 \times 400 = 2880$ (元) 得到答案

如果學生有列式上的困難，可透過如下的關係式幫助學生列式

1 磅	0.45 公斤	$0.45 \times 16 = 7.2$ (公斤)
16 磅	? 公斤	

1 公斤	400 元	$7.2 \times 400 = 2880$ (元)
7.2 公斤	? 元	

題號	24		
內容領域	數與計算	認知歷程向度	程序執行
分年細目	6-n-04 能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>24. 已知 1 桶果汁，每 16 公升裝成一瓶，全部裝完，相當於裝成 $13\frac{3}{8}$ 瓶。如果將這桶果汁，每 16 公升裝成一瓶，最多可以裝滿 13 瓶，還剩下多少公升？</p> <p>① 6 ② 0.3 ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{128}{3}$</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.38	0.16	0.69
2	0.11	0.19	0.04
3	0.43	0.51	0.25
4	0.07	0.12	0.02
未作答	0.01		
通過率	0.38	鑑別度	0.53
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定描述「$\square \div 16 = 13\frac{3}{8}$」的文字題，要求學生算出改記成「$\square \div 16 = 13 \dots r$」後的餘數，評量學生利用分數除法解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.53，正確答案為選項 1，通過率為 38%，顯示近四成的學生已具備利用分數除法解題的能力。</p> <p>2. 有 43% 的學生選擇選項 3(低分組有 51%)，這些學生可能尚未具備利用分數除法解題的能力，不知道 $13\frac{3}{8}$ 瓶指的是「13 瓶 + $\frac{3}{8}$ 瓶」，直接將未裝滿 1 瓶的 $\frac{3}{8}$ 瓶看成 $\frac{3}{8}$ 公升，得到剩下 $\frac{3}{8}$ 公升的答案。</p> <p>3. 有 11% 的學生選擇選項 2(低分組有 19%)，這些學生可能尚未具備利用分數 除法解題的能力；也可能知道 $13\frac{3}{8}$</p>		

	<p>瓶指的是「13 瓶 + $\frac{3}{8}$ 瓶」，但是將剩下的 $\frac{3}{8}$ 瓶轉換成幾公升時發生錯誤，誤認為 $\frac{3}{8}$ 瓶 = 0.3 公升。</p> <p>4. 有 7% 的學生選擇選項 4 (低分組有 12%)，這些學生可能尚未具備利用分數除法解題的能力；也可能知道 $13\frac{3}{8}$ 瓶指的是「13 瓶 + $\frac{3}{8}$ 瓶」，但是將剩下的 $\frac{3}{8}$ 瓶轉換成幾公升時發生錯誤，誤認為 $\frac{3}{8}$ 瓶 = $16 \div \frac{3}{8} = \frac{128}{3}$ 公升。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	<p>5-n-09 能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。</p>	<p>6-n-04 能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。</p>	<p>7-n-06 能理解負數的特性並熟練數(含小數、分數)的四則混合運算。</p>
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生無法進行「$a \div b = \frac{a}{b}$」和「$a \div b = q \dots r$」這兩種紀錄格式的轉換，不知道 $\frac{a}{b} = q + \frac{r}{b}$。 2. 學生不知道將「$\square \div 16 = 13\frac{3}{8}$」改記成「$\square \div 16 = 13 \dots r$」時，「$\frac{3}{8} = \frac{r}{16}$」或「$16 \times \frac{3}{8} = r$」的關係。 3. 學生會透過顛倒相乘算出分數除以分數的答案，但是不知道為什麼可以顛倒相乘。 4. 學生也可以透過乘除互逆的關係，$16 \times 13\frac{3}{8} = 214$ (公升)，先算出 1 桶果汁有 214 公升，$214 \div 16 = 13 \dots 6$，得到剩下 6 公升的答案。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 本題有兩種解題的方法： <ul style="list-style-type: none"> 方法一：先算出 1 桶果汁有多少公升，再算出 16 公升裝成一瓶，最多可以滿幾瓶，還剩下多少公升 $16 \times 13\frac{3}{8} = 214 \text{ (公升)}, \text{ 算出 1 桶果汁有 214 公升}$ 			

升

$214 \div 16 = 13 \dots 6$ ，得到剩下 6 公升的答案。

方法二：將 $13\frac{3}{8}$ 瓶解讀為裝滿 13 瓶，剩下 $\frac{3}{8}$ 瓶，再算

出 $\frac{3}{8}$ 瓶是多少公升 1 瓶是 16 公升， $16 \times \frac{3}{8} = 6$ ，

得到剩下 6 公升的答案。

2. 以「① $70 \div 20$ 、② $7 \div 2$ 、③ $0.7 \div 0.2$ 」為例，當我們限制記錄的格式是 $a \div b = q \dots r$ 時，這三題的答案不相同；當我們限制記錄的格式是 $a \div b = \frac{a}{b}$ 時，這三題的答案相同。

制記錄的格式是 $a \div b = \frac{a}{b}$ 時，這三題的答案相同。

① 記錄格式是 $a \div b = q \dots r$ ：

① $70 \div 20 = 3 \dots 10$ 、② $7 \div 2 = 3 \dots 1$ 、③ $0.7 \div 0.2 = 3 \dots 0.1$ ，這三題的答案不相同。

② 記錄格式是 $a \div b = \frac{a}{b}$ ：

① $70 \div 20 = \frac{70}{20} = \frac{7}{2}$ 、② $7 \div 2 = \frac{7}{2}$ 、③ $0.7 \div 0.2 = \frac{0.7}{0.2} = \frac{7}{2}$ ，

這三題的答案相同。

教師布題時應強調答案是哪種記錄格式，如果要求的記錄格式是 $a \div b = q \dots r$ ，不論餘數為 0 或不為 0，布題時應

同時詢問商及餘數，如果要求的記錄格式是 $a \div b = \frac{a}{b}$ ，建

議要加上「全部分完」的限制。

3. 以「 $\frac{41}{5}$ 公升果汁， $\frac{4}{7}$ 公升裝 1 瓶，全部裝完，相當於

裝成幾瓶？」為例，說明如何引入沒有餘數的分數除法算則(顛倒相乘)。

步驟一：利用被除數及除數同時換單位策略來解題。

$$\frac{41}{5} \div \frac{4}{7}$$

$$= \frac{41 \times 7}{5 \times 7} \div \frac{4 \times 5}{7 \times 5} \rightarrow (\text{通分})$$

$$= (41 \times 7) \div (4 \times 5) \rightarrow (\text{同時以 } \frac{1}{35} \text{ 公升換單位})$$

$$= \frac{41 \times 7}{4 \times 5}, \text{ 答：相當於裝成 } \frac{41 \times 7}{4 \times 5} \text{ 瓶}$$

步驟二：學生不易發現問題「 $\frac{41}{5} \div \frac{4}{7}$ 」和答案「 $\frac{41 \times 7}{4 \times 5}$ 」

的關係。

教師先將答案改記成兩分數的乘積。

$$\frac{41 \times 7}{4 \times 5} = \frac{41 \times 7}{5 \times 4} \rightarrow (\text{乘法交換律})$$

$$= \frac{41}{5} \times \frac{7}{4} \rightarrow (\text{分數} \times \text{分數} = \frac{\text{分子} \times \text{分子}}{\text{分母} \times \text{分母}})$$

步驟三：要求學生觀察問題「 $\frac{41}{5} \div \frac{4}{7}$ 」和改寫後答案

「 $\frac{41}{5} \times \frac{7}{4}$ 」的關係。

幫助學生發現可以利用顛倒相乘的方式直接算出答案。

4. 以「 $\frac{41}{5}$ 公升果汁， $\frac{4}{7}$ 公升裝1瓶，最多裝滿幾瓶，還剩下多少公升？」為例，說明如何幫助學生解有餘數的包含除問題。

下面提供兩種解題的方法：

方法一：利用被除數和除數同時換單位策略來解題

$$\frac{41}{5} \text{ 公升} = \frac{287}{35} \text{ 公升} \Leftrightarrow 287 \text{ 個 } \frac{1}{35} \text{ 公升}$$

$$\frac{4}{7} \text{ 公升} = \frac{20}{35} \text{ 公升} \Leftrightarrow 20 \text{ 個 } \frac{1}{35} \text{ 公升}$$

$$287 \div 20 = 14(\text{瓶}) \dots 7 \text{ (7 個 } \frac{1}{35} \text{ 公升)}$$

$$\text{可以記成：} \frac{287}{35} \div \frac{20}{35} = 14 \dots \frac{7}{35} \left(\frac{7}{35} = \frac{1}{5} \right)$$

答：最多裝滿14瓶，剩下 $\frac{1}{5}$ 公升

方法二：利用沒有餘數的分數除法算則(顛倒相乘)來解題

步驟一：利用顛倒相乘算出全部裝完相當於多少瓶

$$\frac{41}{5} \div \frac{4}{7} = \frac{41}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{287}{20} = 14 \frac{7}{20} (\text{瓶})$$

步驟二：說明 $14 \frac{7}{20} = 14(\text{瓶}) + \frac{7}{20}(\text{瓶})$ ，

所以最多裝滿 14 瓶，剩下 $\frac{7}{20}$ 瓶。

步驟三：將剩下的 $\frac{7}{20}$ 瓶換成多少公升。

$$\frac{4}{7} \times \frac{7}{20} = \frac{1}{5} (\text{公升})$$

答：最多裝滿 14 瓶，剩下 $\frac{1}{5}$ 公升

題號	25		
內容領域	幾何	認知歷程向度	解題思考
分年細目	6-s-02 能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響，並認識比例尺。		
試題內容	<p>25. 在比例尺 1:1000 的地圖上，有一個長 5 公分、寬 3 公分的長方形土地，它的面積是多少平方公尺？(1 平方公尺 = 10000 平方公分)</p> <p>① 1.5 ② 1500 ③ 15000 ④ 15000000</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.23	0.21	0.23
2*	0.29	0.15	0.51
3	0.29	0.40	0.13
4	0.17	0.21	0.12
未作答	0.02		
通過率	0.29	鑑別度	0.37
試題品質分析	<p>(一) 評量目標說明</p> <p>本題給定用比表示的比例尺及地圖上長方形長邊和寬邊是多少公分，要求學生回答長方形實際的面積是多少平方公尺，評量學生是否認識比例尺，以及是否具備利用平面圖形放大、縮小對面積影響的性質解題的能力。</p> <p>(二) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.37，正確答案為選項 2，通過率為 29%，顯示近三成的學生已具備利用平面圖形放大、縮小對面積影響的性質解題的能力，也認識比例尺。</p> <p>2. 有 23% 的學生選擇選項 1(低分組有 21%)，這些學生可能誤認為在比例尺 1:1000 的地圖上，面積是 15 平方公分的長方形，實際的面積是 15000 平方公分($15 \times 1000 = 15000$)，15000 平方公分 = 1.5 平方公尺($15000 \div 10000$)。</p> <p>3. 有 29% 的學生選擇選項 3(低分組有 40%)，這些學生可能誤認為在比例尺 1:1000 的地圖上，面積是 15 平方公分的長方形，實際的面積是 15000 平方公分($15 \times 1000 = 15000$)，這些學生可能也誤解題意，誤認為答案是問多少立方公分，直接以 15000 為答案。</p> <p>4. 有 17% 的學生選擇選項 4(低分組有 21%)，這些學生可能</p>		

	<p>誤認為在比例尺 1:1000 的地圖上，面積是 15 平方公分的長方形，實際的面積是 15000 平方公分($15 \times 1000 = 15000$)，這些學生在平方公分聚成平方公尺時也發生錯誤，$15000 \text{ 平方公分} = 150000000 \text{ 平方公尺}$($15000 \times 10000 = 150000000$)。</p>			
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	分年細目	<p>4-n-17 能認識面積單位「平方公尺」，及「平方公分」、「平方公尺」間的關係，並作相關計算。</p> <p>5-s-04 能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。</p>	<p>6-s-02 能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度的影響，並認識比例尺。</p>	<p>9-s-02 能理解多邊形相似的意義。</p> <p>9-s-03 能理解三角形的相似性質。</p>
補救教學建議	<p>(一) 錯誤類型的可能原因</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生不理解比例尺的意義，不知道比例尺 1:1000 指的是地圖上的邊長是 1 公分時，實際的長度是 1000 公分。學生誤認為在比例尺 1:1000 的地圖上，面積是 1 平方公分時，實際的面積是 1000 平方公分。 2. 教師應提醒學生必須由邊長開始解題，在比例尺 1:1000 的地圖上，長 5 公分、寬 3 公分的長方形，實際的圖形是長 5000 公分、寬 3000 公分的長方形。 3. 高分組有 23% 的學生選擇選項①，13% 的學生選擇選項③，12% 的學生選擇選項④，這些學生都誤認為在比例尺 1:1000 的地圖上，面積是 15 平方公分的長方形，實際的面積是 15000 平方公分($15 \times 1000 = 15000$)。但是選擇選項①的學生正確的進行平方公分聚成平方公尺的活動，知道 15000 平方公分可以改記成 1.5 平方公尺。 4. 低分組有 40% 的學生選擇選項③，高分組有 13% 的學生選擇選項③，這些學生錯誤的算出在比例尺 1:1000 的地圖上，面積是 15 平方公分的長方形，實際的面積是 15000 平方公分($15 \times 1000 = 15000$)後，就停止解題，以 15000 為答案，顯示低分組學生可能一次只能處理一個概念的問題，無法同時處理兩個概念的問題。 <p>(二) 核心概念與本題的教學重點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 建議教師透過縮小圖的情境引入比例尺，例如畫出籃球 			

場 $\frac{1}{10}$ 倍的縮小圖，再透過 $\frac{1}{10}$ 倍的縮小圖引入比例尺的

意義及記法，不宜直接透過地圖引入比例尺。

2.以「將正方形甲對摺兩次，得到正方形乙，請問正方形乙是正方形甲的幾倍縮小圖？」為例，有兩種溝通幾倍縮小圖的方法。

第一種：利用邊長的關係來溝通

正方形甲和正方形乙相似，對應邊成比例，正方形

乙的邊長是正方形甲對應邊長的 $\frac{1}{2}$ 倍，稱正

方形乙是正方形甲的 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖。

第二種：利用面積的關係來溝通

正方形乙的面積是正方形甲面積的 $\frac{1}{4}$ 倍，稱正

方形乙是正方形甲的 $\frac{1}{4}$ 倍縮小圖。

因為長度比面積容易測量，因此數學上約定乙是

甲的 $\frac{1}{n}$ 倍縮小圖，指的是乙的邊長是甲的 $\frac{1}{n}$

倍，不是指乙的面積是甲的 $\frac{1}{n}$ 倍。

3.教師應幫助學生連絡「比」、「比值」和「幾倍放大(縮小)圖」的關係。

教師應幫助學生認識下面三種表示法都可以說明「三角形DEF是三角形ABC的2倍放大圖」的關係，為引入比例尺的教學鋪路。

第一種：比的表示法

$$\overline{DE} : \overline{AB} = 2 : 1, \overline{EF} : \overline{BC} = 2 : 1, \overline{DF} : \overline{AC} = 2 : 1$$

第二種：比值的表示法

$$\overline{DE} \div \overline{AB} = 2, \overline{EF} \div \overline{BC} = 2, \overline{DF} \div \overline{AC} = 2$$

第三種：倍的表示法

\overline{DE} 長是 \overline{AB} 的2倍， \overline{EF} 長是 \overline{BC} 的2倍， \overline{DF} 長是 \overline{AC} 的2倍

4.數學上習慣將實際的長度當作基準量，地圖上的長度當作比較量，下面以「實際長度1公里，地圖上長1公分」為例，說明比例尺的表示法。

有兩種表示比例尺的方法，一種是利用同單位的比或比值來表示，另一種是利用不同單位的比或比值來表示。

(1)同單位的表示法

同單位的表示法又可以區分為比的表示法和比值的表示法，因為單位相同，因此同單位的表示法都不記錄單位。

①比的表示法：1 公里 = 1000 公尺 = 100000 公分

可以用「1 : 100000」或「 $\frac{1}{100000}$: 1」來表示。

「 $\frac{1}{100000}$: 1」的記法較容易連絡比和比值的關係。

使用 1 : 100000 溝通比例尺時，表示地圖上長 1 公分，實際的長是 100000 公分；地圖上長 1 公尺，實際的長是 100000 公尺；地圖上長 1 毫米，實際的長是 100000 毫米。

②比值的表示法：「1 : 100000」和「 $\frac{1}{100000}$: 1」的

比值都 $\frac{1}{100000}$ 。

(2)不同單位的表示法

不同單位的表示法也可以區分為比的表示法和比值的表示法，因為單位不同，因此不同單位的表示法都必須記錄單位。

①比的表示法：「1 公分 : 1 公里」。

②比值的表示法：1 公分 : 1 公里 = 1 公分 / 公里，日常生活中不常出現這種記法，都用下面的圖示法來呈現。

